

# Autoreferat

Paweł Zin

29 marca 2019

## 1 Imię i Nazwisko:

Paweł Zin

## 2 Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/ artystyczne — z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej.

### **Stopień doktora nauk fizycznych**

Data: 23 kwietnia 2007 roku.

Temat tezy: „Metody kwantowej teorii pola w badaniu własności kondensatu Bosego-Einsteina oddziałujących atomów”

Promotor: prof. dr hab. Marek Trippenbach

Jednostka naukowa: Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

### **Tytuł zawodowy magistra**

Data: 29 września 2001

Temat pracy magisterskiej: „Wpływ chmury termicznej na czas życia kondensatu Bosego-Einsteina”

Promotor: prof. dr hab. Marek Trippenbach

Jednostka naukowa: Uniwersytet Warszawski, Wydział Fizyki

### 3 Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych.

2013– Adiunkt, Narodowe Centrum Badań Jądrowych, Warszawa

2011–2013 Post-doc, Universite Paris-Sud, Orsay pod Paryżem, Francja. Staż podoktorski finansowany w ramach stypendium Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego „Mobilność Plus“.

2008–2011 Adiunkt, Instytut Problemów Jądrowych, Warszawa

2007–2008 Fizyk, Instytut Problemów Jądrowych, Warszawa (aktualnie Narodowe Centrum Badań Jądrowych)

### 4 Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2017 r. poz. 1789).

#### 4.1 Tytuł osiągnięcia naukowego.

Cykl publikacji: *Opis zjawisk wywołanych przez kwantowe i termiczne fluktuacje, w układach ultrazimnych gazów atomowych.*

#### 4.2 Lista publikacji wchodzących w skład osiągnięcia

W 2017 roku zmieniłem nazwisko z "Ziń" na "Zin". Dlatego w większości poniższych publikacji figuruje nazwisko Ziń.

[h1] P. Ziń, B. Oleś, M. Trippenbach, K. Sacha, *Second -order quantum phase transition of a homogeneous Bose gas with attractive interactions*, Phys. Rev. A **78**, 023620 (2008).

[h2] P. Ziń, J. Chwedeńczuk, B. Oleś, K. Sacha, M. Trippenbach, *Critical fluctuations of an attractive Bose gas in a double-well potential*, Euro Phys. Lett. **83**, 64007 (2008).

[h3] P. Ziń, B. Oleś, K. Sacha, *Quantum particle number fluctuations in a two-component Bose gas in a double-well potential*, Phys. Rev. A **84**, 033614 (2011).

- [h4] J. Chwedeńczuk, P. Ziń, M. Trippenbach, A. Perrin, V. Leung, D. Boiron, C.I. Westbrook, *Pair correlations of scattered atoms from two colliding Bose-Einstein Condensates: Perturbative Approach*, Phys. Rev. A **78**, 053605 (2008).
- [h5] Paweł Ziń and Tomasz Wasak, *Properties of atomic pairs produced in the collision of Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **97**, 043620 (2018).
- [h6] Paweł Ziń and Maciej Pylak, *The influence of the interaction between quasiparticles on parametric resonance in Bose-Einstein condensates*, J. Phys. B **50**, 085301 (2017).
- [h7] Maciej Pylak and Paweł Ziń, *Influence of the interaction between quasiparticles on parametric resonance in Bose-Einstein quasicondensates*, Phys. Rev. A **98**, 043603 (2018).
- [h8] Paweł Ziń, Maciej Pylak, Tomasz Wasak, Mariusz Gajda, Zbigniew Idziaszek, *Quantum Bose-Bose droplets at a dimensional crossover*, Phys. Rev. A **98**, 051603(R) (2018).
- [h9] Paweł Ziń, *Quantum dynamics of Bose-Fermi mixtures via the stochastic-wavefunction approach*, Phys. Rev. A **98**, 043608 (2018) .

## 5 Omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

W opisie teoretycznym ultrazimnych gazów atomowych stosuje się metodę zaczerpniętą częściowo z fizyki statystycznej. Najpierw wprowadzamy uproszczony opis za pomocą tzw. teorii pola średniego. Jest to opis efektywny, najbardziej przybliżony (najmniej dokładny) ale zdecydowanie najprostszy. W teorii atomu odpowiada on bardzo dobrze znanemu przybliżeniu Hartree-Focka w którym rozwiązujemy jednoelektronowe równanie Schrodingera z pewnym polem opisującym rozkład pozostałych elektronów. W przypadku kondensatu Bosego-Einsteina oddziałujących atomów ten opis jest jeszcze prostszy. Ponieważ w kondensacie wszystkie atomy zachowują się w ten sam sposób, więc do opisu używamy jednocząstkowej funkcji falowej. W tym wypadku oddziaływanie pomiędzy atomami odzwierciedlone jest członem nieliniowym, pojawiającym się w jednocząstkowym

równaniu Schrodingera, nazywanym równaniem Grossa-Pitajewskiego (GP). To równanie doskonale opisuje wiele własności kondensatu Bosego-Einsteina badanych doświadczalnie. Jednak istnieje spora grupa zjawisk, gdzie taki przybliżony opis okazuje się być niewystarczający. Mówimy, że takie zjawiska wywołane są poprzez fluktuacje, dla odróżnienia od zjawisk opisywanych w ramach teorii pola średniego, gdzie fluktuacje są nieobecne. Fluktuacje dzielimy na termiczne, spowodowane niezerową temperaturą, oraz kwantowe, obecne w układzie nawet w zerowej temperaturze. Przedstawiony poniżej cykl prac prezentuje badania nad zjawiskami wywoływanymi przez wyżej wspomniane fluktuacje.

W pracach [h1]-[h3] przedstawione są badania nad kwantowymi przejściami fazowymi. Są to przejścia fazowe w zerowej temperaturze, gdzie przejście następuje wraz ze zmianą jednego z parametrów układu (np. oddziaływania międzyatomowego). W pracach tych, nacisk położony jest na wyznaczenie fluktuacji parametru porządku w okolicach przejścia fazowego.

Prace [h4]-[h7] poświęcone są badaniom własności skorelowanych par atomowych. Tutaj prace dzielą się na dwie części. [h4] i [h5] poświęcone są własnościom par atomowych rozproszonych w zderzeniu kondensatów Bosego-Einsteina, zaś [h6] i [h7] parom atomowych wytworzonym w procesie rezonansu parametrycznego. W tych procesach nie jest możliwe opisanie dynamiki tworzenia się par atomowych za pomocą teorii pola średniego - konieczny jest opis kwantowy uwzględniający fluktuacje.

Podobnie ma się sprawa z tematyką pracy [h8]. W tym wypadku badany jest układ kropli kwantowych, których istnienie i własności wywołane są fluktuacjami kwantowymi. Ostatnia praca z cyklu [h9] opisuje metodę stochastyczną, służącą do badania układów mieszanin bozonowo-fermionowych. Celem tej metody jest efektywne opisanie układów, do których nie można użyć teorii pola średniego.

## 5.1 Fluktuacje w kwantowych przejściach fazowych.

Ten cykl prac [h1]-[h3] opisuje kwantowe przejścia fazowe. Dwie pierwsze prace związane są ze zjawiskiem spontanicznego łamania symetrii, występującej w teorii pola średniego. Okazuje się, że rozwiązanie równana Grossa-Pitajewskiego, które respektuje symetrię potencjału zewnętrznego, wraz ze wzrostem oddziaływań przyciągających pomiędzy atomami, zaczyna łamać, w sposób spontaniczny, wspomnianą powyżej symetrię. Technicznie jest to możliwe, gdyż równanie GP jest równaniem nieliniowym i jego rozwiązania stacjonarne nie muszą respektować symetrii potencjału zewnętrznego. Dzieje się tak w przypadku potencjału dwóch symetrycznych studni, gdzie dla małego oddziaływania przyciągającego atomy gromadzą się po równo w studniach, zaś po przekroczeniu pewnej wartości od-

działywania, funkcji falowej „jest więcej” w jednej, losowo wybranej, studni. W opisanym przykładzie, można wprowadzić parametr porządku jakim jest różnica populacji w obydwu studniach. Teoria pola średniego przewiduje wtedy wartość parametru porządku równą zero, poniżej krytycznej wartości oddziaływania, która stopniowo staje się niezerowa, po przekroczeniu tejże wartości. Narzucającym się problemem teoretycznym jest znalezienie opisu kwantowego tego przejścia. Wprowadzenie takiego opisu jest treścią pracy [h1]. Dla opisanego powyżej układu wprowadzono przybliżony opis dwumodowy. W przypadku wielu układów przybliżenie to jest w pełni uzasadnione teoretycznie jak i doświadczalnie. W tym przypadku przestrzeń Hilberta rozpinana jest przez stany Focka  $|n_1, n_2\rangle$  gdzie  $n_1$  i  $n_2$  oznaczają liczbę atomów w pierwszej i drugiej studni. Jeśli dodatkowo wykorzystamy się fakt ustalonej liczby atomów w układzie  $n_1 + n_2 = N$ , to opis tych stanów sprowadzi się do podania różnicy atomów w dwóch studniach  $n = n_1 - n_2$ . Tak więc, najogólniejszy stan kwantowy  $|\psi\rangle$  zadany jest sumą powyżej opisanych stanów przemnożonych przez amplitudy prawdopodobieństwa ich wystąpienia  $|\psi\rangle = \sum_{n=-N/2}^{N/2} c_n | \frac{N+n}{2}, \frac{N-n}{2} \rangle$ . Przy całkowitej liczbie atomów rzędu tysięcy, dobrym przybliżeniem jest potraktowanie różnicy liczby atomów pomiędzy studniami jako współrzędnej ciągłej. Wykorzystując to przybliżenie w pracy [h1] wyprowadzono równanie Schrodingera, na wspomnianą powyżej amplitudę prawdopodobieństwa, którą można nazwać też funkcją falową układu. Okazuje się, że wyprowadzone równanie ma postać równania Schrodingera opisującego fikcyjną cząstkę w przestrzeni jednowymiarowej, gdzie współrzędna przestrzenna jest opisana wcześniej uciągloną różnicą obsadzeń. W tym równaniu operator energii kinetycznej to druga pochodna po uciąglonej różnicy obsadzeń z masą równą jednościami i efektywną stałą Plancka równą pierwiastkowi z całkowitej liczby atomów w układzie. Zewnętrzny potencjał okazuje się być funkcją oddziaływania pomiędzy atomami układu. Istotnym wynikiem jest, że ten potencjał zewnątrz ma postać potencjału Landaua występującego w fenomenologicznej teorii przejść krytycznych. Jednak tam był on wprowadzony niejako z zewnątrz, do opisu przejścia krytycznego w skończonej temperaturze. Tu zaś jest on wyprowadzony z zasad pierwszym i opisuje kwantowe przejście fazowe. Potencjał ten ma minimum dla zerowej różnicy obsadzeń pomiędzy studniami poniżej krytycznej wartości parametru oddziaływania, oraz dwa symetryczne minima o niezerowej wartości różnicy obsadzeń pomiędzy studniami, powyżej krytycznej wartości parametru oddziaływania. Istotne jest również, że dla opisanych wartości parametru oddziaływania, potencjał ma rozwinięcie kwadratowe w pobliżu minimum, zaś dla wartości równej wartości krytycznej to rozwinięcie jest czwartego rzędu. Co więcej okazuje się, że rozwiązania teorii pola średniego opisywane są poprzez minima tegoż potencjału. Z kształtu potencjału wynikają dwie istotne własności układu:

- fluktuacje kwantowe największe są w punkcie krytycznym,
- dla sytuacji dwóch minimum potencjału, funkcja falowa układu  $|\Psi\rangle$  w przybliżeniu staje się superpozycją dwóch rozwiązań teorii pola średniego tzn.  $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_1\rangle^{\otimes N} + |\psi_2\rangle^{\otimes N})$  gdzie  $|\psi_{1,2}\rangle^{\otimes N}$  oznacza stan  $N$  atomów znajdujących się w tym samym modzie opisanym jednocząstkowymi funkcjami falowymi  $|\psi_{1,2}\rangle$ , będącymi rozwiązaniami teorii pola średniego, które łamią symetrię układu -  $|\psi_{1,2}\rangle$  oznacza rozwiązanie mające maksimum odpowiednio w pierwszej i drugiej studni.

W celu sprawdzenia jak bardzo uniwersalne są zaobserwowane własności zbadano inny układ, z analogicznymi własnościami spontanicznego łamania symetrii poprzez rozwiązanie teorii pola średniego. Układem tym był jednorodny, jednowymiarowy gaz w skończonym pudełku z periodycznymi warunkami brzegowymi, z przyciągającym oddziaływaniem pomiędzy atomami. Tak jak w poprzednim przypadku, poniżej pewnej krytycznej wartości oddziaływania rozwiązanie równania GP jest jednorodne – respektuje symetrię układu. Po przekroczeniu tej wartości rozwiązanie staje się niejednorodne z maksimum w losowo wybranym położeniu. W przypadku wielociałowego opisu kwantowego, wystarczającym okazał się opis układu za pomocą trzech modów o najniższych wektorach falowych o wartościach: zero oraz plus i minus najniższa wartość wektora falowego. Korzystając z zachowania całkowitej liczby atomów dodatkowo wyeliminowano operatory modu o zerowym wektorze falowym. Kolejnym krokiem było wprowadzenie reprezentacji położeniowej operatorów anihilacji i kreacji dwóch pozostałych modów. Mianowicie, operator anihilacji pojedynczego modu można zapisać jako

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\partial}{\partial x} + x \right) = \frac{\hat{x} + i\hat{p}}{\sqrt{2}}.$$

Zgodnie z tym co napisano powyżej, Hamiltonian układu został wyrażony za pomocą operatorów kreacji i anihilacji dwóch modów. Oznacza to, że w reprezentacji położeniowej Hamiltonian określony jest na przestrzeni dwuwymiarowej. Okazało się, że w dobrze zbadanym przybliżeniu, Hamiltonian przyjmuje intuicyjną postać. Kwadratury pędowe modów uformowały laplasian, czyli operator energii kinetycznej, zaś reszta Hamiltonianu, zebrała się do potencjału zależnego jedynie od położenia. Ostatecznie więc, otrzymano Hamiltonian fikcyjnej cząstki poruszającej się w przestrzeni dwuwymiarowej, na którą działa zewnętrzny potencjał o symetrii cylindrycznej. Dodatkowo okazało się, że potencjał ten dokładnie odpowiadał energii występującej w teorii pola średniego. Należy dodać, że każdy punkt w dwuwymiarowej przestrzeni, odpowiadał położeniu maksimum rozwiązania łamiącego symetrię oraz był miarą łamania symetrii. Środek układu współrzędnych odpowiadał szczególnemu rozwiązaniu, jakim jest rozwiązanie jednorodne (nie łamiące

symetrii). Podobnie jak w przypadku potencjału dwóch studni potencjał zmieniał swój kształt w zależności od wartości parametru oddziaływania pomiędzy atomami. Dla wartości mniejszej od wartości krytycznej miał jedno minimum w środku układu współrzędnych, odpowiadające rozwiązaniu jednorodnemu, zaś dla wartości wyższej od krytycznej potencjał przyjmował postać *kapelusza meksykańskiego z rynienką* minimów. Ta degeneracja minimum odpowiada degeneracji rozwiązania łamiącego symetrię – położenie maksimum takiego rozwiązania jest parametrem ciągłym. Jednocześnie w punkcie krytycznym rozwiązanie potencjału jest czwartego rzędu w odległości od środka. Jeśli wprowadzić parametr porządku jako pewną miarę łamania symetrii układu, to z opisanych powyżej własności potencjału wynika, że fluktuacje parametru porządku są największe w punkcie krytycznym. Jednocześnie tak jak w poprzednim układzie, wielociałowa funkcja falowa układu  $|\Psi\rangle$  okazała się być superpozycją rozwiązań pola średniego  $|\Psi\rangle \propto \int_0^L dx |\psi_x\rangle^{\otimes N}$ , gdzie  $L$  to rozmiar pudełka, zaś  $\psi_x$  jest jednociałową funkcją falową łamiącą symetrię układu i mającą maksimum w punkcie  $x$ . Opisane powyżej wyniki stały się podstawą pracy [h2]. Zaobserwowane zachowanie analogiczne jak dla pierwszego badanego układu pokazują pewną uniwersalność. W dwóch badanych przypadkach, gdy teoria pola średniego wskazywała na przejście drugiego rodzaju, udało się wyprowadzić w pełni kwantowy analog efektywnej teorii Landaua przejść krytycznych.

Tak jak napisano powyżej, w obydwu układach wartość fluktuacji parametru porządku była największa w punkcie krytycznym. Jednakże fluktuacje te okazały się względnie małe. Jednocześnie interesującym było znalezienie układu z dużymi fluktuacjami kwantowymi. Potencjanie, mógł to być układ dwóch różnych gazów bozonowych, w potencjale podwójnej studni. Układ ten został opisany, w przybliżeniu dwóch modów przestrzennych co w przypadku dwóch różnych składników daje cztery mody. Pojedynczy stan kwantowy, opisywany był w pełni za pomocą liczby atomów każdego ze składników w obydwu studniach. Ze względu na zachowanie liczby atomów (aby uprościć rozważania założono, że całkowita liczba każdego ze składników jest taka sama i wynosi  $N$ ) stan kwantowy miał postać  $|n_a, n_b; N - n_a, N - n_b\rangle$ , gdzie  $n_a, n_b$  oznacza liczbę atomów w pierwszej studni odpowiednio składnika  $a$  i  $b$ , zaś  $N - n_a$  i  $N - n_b$  to liczba atomów, każdego ze składników, w drugiej studni. W układzie mamy do czynienia ze stałymi opisującymi oddziaływanie pary atomów. Ze względu na dwa składniki mamy trzy stałe  $U_{aa}, U_{bb}$  i  $U_{ab}$ . Jeśli teraz wszystkie te stałe są sobie równe  $U_{aa} = U_{bb} = U_{ab}$  to otrzymujemy ciekawy przypadek degeneracji energii oddziaływania. Okazuje się że stany  $|n_a, n_b; N - n_a, N - n_b\rangle$  gdzie  $n_a + n_b = N$  mają tę samą energię oddziaływania. To oznacza, że przy dowolnej liczbie atomów  $n_a$  (zmieniającej się od 0 do  $N$ ) jeśli tylko jednocześnie liczba składnika  $b$  jest równa  $N - n_a$ , stan ma taką samą energię oddziaływania. Taka sytuacja daje maksymalne fluktuacje każ-

dego ze składników w pojedynczej studni. W Hamiltonianie, oprócz członu opisującego oddziaływanie, mamy do czynienia z wyrazem charakteryzującym tunelowanie atomów pomiędzy studniami. Główna część badań prowadzonych w pracy [h3], poświęcona była problemowi wpływu tunelowania na fluktuacje w stanie podstawowym układu. Korzystając z rachunku zaburzeń, wyznaczono warunki na współczynnik tunelowania przy jakich stan podstawowy nadal zachowuje opisane powyżej, potężne fluktuacje. Wyniki badań zostały przedstawione w pracy [h3].

## 5.2 Opis tworzenia i własności skorelowanych par atomowych

Jednym z aktualnych kierunków badań w fizyce jest tworzenie oraz manipulacja splątanymi stanami kwantowymi. Wiadomo, że użycie splątania w interferometrii zasadniczo zwiększa dokładność pomiaru badanych wielkości. Przykładem jest użycie stanów splątanych, do zwiększenia precyzji detekcji fal grawitacyjnych, w interferometrze w Hanowerze. Zwiększenie precyzji, pomogło wykryć te niezwykle słabe zaburzenia czasoprzestrzeni. Wytworzenie i manipulacja stanami splątanymi jest aktualnie celem wielu grup doświadczalnych badających układy ultrazimnych gazów. Jest wiele różnych układów oraz procesów w których takie stany są wytwarzane. W opisanych poniżej badaniach przedstawiono dwa rodzaje takich procesów, w których tworzone są stany z określoną liczbą par atomów. W skrajnym przypadku mamy do czynienia z jedną parą. W przypadku optyki kwantowej stan par fotonów był otrzymany wiele lat temu i wykorzystany do wykonania wielu doświadczeń, ukazujących splątanie tego stanu jak np. znalezienie efektu Hong-Ou-Mandla lub złamanie nierówności Bella. Narzucającym się pomysłem jest wykonanie analogicznych doświadczeń w przypadku par atomowych. Tą drogą badań idzie między innymi grupa Chrisa Westbrooka z Institute d'Optique pod Paryżem. Udało im się wytworzyć stan par atomowych. Zaobserwowali oni również efekt Hong-Ou-Mandla [1] oraz wykonali oni dwuatomowy, czteromodowy interferometr, który ma zostać wykorzystany do wykonania doświadczenia złamania nierówności Bella [2]. Jednym z procesów które wykorzystali oni do tworzenia stanu par atomowych jest zderzenie kondensatów Bosego-Einsteina [3].

### 5.2.1 Własności par atomowych tworzonych w zderzeniu kondensatów Bosego-Einsteina

W tym wypadku w nalatujących na siebie chmurach, dochodzi do zderzeń atomów, co prowadzi do rozproszenia ich w parach. Ze względu na zasady zachowania pędu i energii, para rozproszonych atomów ma przeciwnie skierowane prędkości o podobnych wartościach. Jednakże kierunek tych prędkości jest dowolny, nie ma tutaj wymuszonego kie-



runku emisji. Pomiarы wykonane na rozproszonych parach pokazały złamanie nierówności Cauchyego-Schwartz’a co dowodzi istnienia splątania w tym układzie [4]. Dalekosiężnym celem doświadczalnym, jest użycie takiego stanu kwantowego do złamania nierówności Bella. Zanim jednak przeprowadzony zostanie eksperyment ze złamaniem nierówności Bella, konieczne jest przeprowadzenie prostszych pomiarów, które wstępnie sprawdzą, czy stan tworzony w eksperymencie jest tym którego się spodziewamy. Konieczne jest np. sprawdzenie czy mamy do czynienia ze skorelowanymi parami. Innymi narzucającymi się eksperymentami jest pomiar gęstości oraz dwucząstkowej funkcji korelacji i porównanie wyników z obliczeniami teoretycznymi. Jest to bardzo ważny sprawdzian aparatury badawczej, a szczególnie detektorów pojedynczych atomów, które są niezbędne do wykazania złamania nierówności Bella. Aktualnie układy eksperymentalne są na takim etapie rozwoju, że brak zgodności z teorią sugeruje problemy eksperymentalne. Doświadczalnicy potrzebują zgodności obliczeń teoretycznych z pomiarami doświadczalnymi co do dwucząstkowej funkcji korelacji, aby uzyskać pewność, że układ doświadczalny działa poprawnie. Jest to konieczne przed przystąpieniem do znacznie trudniejszego eksperymentu, jakim jest złamanie nierówności Bella. W związku z takim stanem rzeczy, pojawiła się potrzeba badań teoretycznych nad własnościami atomów (takimi jak omawiane funkcje korelacji) rozproszonych w zderzeniu kondensatów Bosego-Einsteina. Badanie tych własności jest treścią prac [h4] i [h5].

W przypadku badanego układu ściśle rozwiązanie wielocząstkowego równania Schrödingera nie istnieje. Konieczne jest więc wykorzystanie metod przybliżonych. Większość eksperymentów wykonywanych jest w tzw. obszarze bezzderzeniowym. W tym obszarze prawdopodobieństwo rozproszenia atomu z chmury gazowej, jest znacznie mniejsze od jedności. Umożliwia to zaniedbanie zderzeń wtórnych (czyli ponownych zderzeń rozproszonych atomów z atomami kondensatu) i użycie tzw. metody Bogoliubowa. W metodzie tej, chmurę gazową będącą kondensatem Bosego-Einsteina, opisuje się efektywnie przy pomocy jednociałowej funkcji falowej  $\psi(\mathbf{r}, t)$  (wszystkie atomy są opisywane tą samą funkcją) spełniającą równanie GP:

$$i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r}, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + g|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \psi(\mathbf{r}, t). \quad (1)$$

Czyli jest to opis za pomocą teorii pola średniego. Chmurę rozproszonych atomów opisuje się przy pomocy operatora pola  $\hat{\delta}(\mathbf{r}, t)$  spełniającego liniowe równanie Heisenberga:

$$i\hbar\partial_t\hat{\delta}(\mathbf{r}, t) = H_0(\mathbf{r}, t)\hat{\delta}(\mathbf{r}, t) + B(\mathbf{r}, t)\hat{\delta}^\dagger(\mathbf{r}, t) \quad (2)$$

gdzie

$$H_0(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + 2g|\psi(\mathbf{r}, t)|^2, \quad (3)$$

$$B(\mathbf{r}, t) = g\psi^2(\mathbf{r}, t). \quad (4)$$

Człony nieliniowe w równaniu Heisenberga opisują, między innymi, ponowne zderzenie rozproszonego już atomu. Ponieważ ograniczono się do układów w których procesy te są mało prawdopodobne, można zaniedbać nieliniowe wyrazy w równaniu Heisenberga. Warunki wielu eksperymentów pozwalają dodatkowo na perturbacyjne rozwiązanie liniowego równania Heisenberga. Umożliwia to uzyskanie jawnych wyrażeń na takie obserwable jak gęstość oraz dwucząstkową funkcję korelacji rozproszonych atomów. Wyrażenia na te wielkości dane są całkami po przestrzeni i czasie z funkcji podcałkowej, która jest zbudowana z zależnej od czasu funkcji falowej kondensatu oraz propagatorów jednocząstkowych Hamiltonianu  $H_0$ . Opisują one rozproszone atomy poruszające się w potencjale generowanym przez kondensat. Potencjał ten opisuje oddziaływanie rozproszonego atomu z atomami kondensatu. Jawna postać takiego propagatora jednocząstkowego nie jest znana. Nie jest też w ogólności znana jawna postać ewolucji w czasie funkcji falowej kondensatu. Aby więc wyznaczyć analityczną postać dwucząstkowej funkcji korelacji, konieczne było wykonanie przybliżeń. Najprostszym przybliżeniem jest pominięcie członu nieliniowego w równaniu Grossa-Pitajewskiego, oraz zaniedbanie potencjału w propagatorze (czyli przybliżenie Hamiltonianu  $H_0$  poprzez operator energii kinetycznej). Wtedy równanie Grossa-Pitajewskiego oraz równanie na propagator zawierają jedynie energię kinetyczną. Znane są ich rozwiązania analityczne, a co za tym idzie interesujące obserwable dane są jawnymi wzorami. Umożliwia to wykonanie obliczeń dwucząstkowej funkcji korelacji. W pracy [h4] wykorzystując opisane przybliżenia, wykonano obliczenia dwucząstkowej funkcji korelacji dla parametrów eksperymentu wykonanego w Palaiseau pod Paryżem. W eksperymencie tym zmierzono dwucząstkową funkcję korelacji atomów rozproszonych w zderzeniu kondensatów Bosego-Einsteina. Należy dodać, że rozproszone atomy wykazują dwa rodzaje korelacji dwucząstkowych:

- Korelacje przeciwnych prędkości (korelacje naprzeciwległe). Są obecne, ponieważ atomy rozpraszane są w parach z przeciwnie skierowanymi prędkościami.
- Korelacje bliskich prędkości (korelacje lokalne). Są obecne, ponieważ proces rozproszenia atomu jest procesem spontanicznym oraz mamy do czynienia z bozonami. Z tych dwóch powodów następuje tzw. grupowanie atomów.

W pracy [h4] porównano obliczenia teoretyczne z wynikami doświadczalnymi. W ramach tego porównania dobrą zgodność otrzymano dla korelacji naprzeciwległych. W przypadku korelacji lokalnych wyniki eksperymentalne wykazywały spore różnice od obliczeń teoretycznych. Jednak, jak napisano powyżej, obliczenia teoretyczne zostały wykonane przy zaniechaniu oddziaływania atomów kondensatu na siebie nawzajem oraz na rozproszone atomy. Wpływ pominiętych oddziaływań na funkcje korelacji nie był znany. W związku z tym, otrzymane porównanie niewiele wносиło. Konieczne stało się uwzględnienie zaniechanych oddziaływań zarówno w równaniu Grossa-Pitajewskiego jak i w propagatorze jednocząstkowym.

Rozwiązanie tych problemów stanowi jądro pracy [h5]. W przypadku wyznaczenia propagatora jednocząstkowego, kluczowe było wykorzystanie obserwacji, że w większości interesujących przypadków, charakterystyczny rozmiar potencjału pochodzącego od atomów kondensatu, był znacznie większy niż długość fali rozproszonych atomów. To pozwoliło na użycie przybliżenia semiklasycznego, przy pomocy którego, udało się skonstruować propagator jednocząstkowy. Pozwoliło to na wyprowadzenie analitycznych wyrażeń na dwucząstkową funkcję korelacji oraz inne interesujące wielkości. Wyrażenia te zawierały zależną od czasu funkcję falową kondensatu. W związku z tym, aby wyznaczyć funkcję korelacji, należało rozwiązać równanie Grossa-Pitajewskiego. W przypadku zderzeń kondensatów, nie są znane żadne analityczne rozwiązania tego równania. W związku z tym można było postąpić w dwójnasób. Można było, dla konkretnego przypadku, rozwiązać równanie GP numerycznie, po czym numerycznie obliczyć dwucząstkową funkcję korelacji. Inną metodą było rozwiązanie równania GP w sposób przybliżony, korzystając z z zależnej od czasu metody wariacyjnej. W pracy [h5] badania poprowadzone zostały przy użyciu tej drugiej możliwości. Mając analityczną postać funkcji falowej, udało się przebadać szeroki obszar parametrów, analizując kształt dwucząstkowej funkcji korelacji. Istotne było wyznaczenie maksimum tej funkcji, oraz jej szerokości w funkcji parametrów eksperymentalnych. Te informacje są kluczowe dla planowanych eksperymentów, mających złamać nierówności Bella. W pracy [h6] wyznaczono maksimum funkcji korelacji oraz jej szerokości, podając jawne wyrażenia analityczne, bezpośrednio zależne od parametrów eksperymentalnych. Dodatkowo w pracy tej zbadano również granicę semiklasyczną układu. Przeanalizowano w jakich warunkach i jakie obserwacje można wyznaczyć korzystając z modeli semiklasycznych. Obserwabrami, co do których, można było spodziewać się istnienia modeli semiklasycznych, była gęstość rozproszonych atomów oraz część odpowiadająca za korelacje przeciwnych prędkości, dwucząstkowej funkcji korelacji. Fizyka tych obserwacji to przecież klasyczny proces zderzenia i rozproszenia dwóch atomów. Do znalezienia tych wielkości wystarczy prosty klasyczny model ze zderzającymi się

Chmurami, opisanymi za pomocą jednocząstkowego rozkładu w przestrzeni fazowej. W pracy [h6] pokazano, że jeśli ten rozkład zadany zostanie funkcją Wignera wyznaczoną z funkcji falowej kondensatu, wtedy zgodność pomiędzy wynikami modelu semiklasycznego oraz modelu kwantowego jest najlepsza. Ta zgodność, w przypadku gęstości rozproszonych atomów okazała się doskonała dla szerokiego zakresu parametrów eksperymentalnych. W przypadku dwucząstkowej funkcji korelacji opisujące korelacje naprzeciwnie zgodność była jedynie częściowa.

Dwucząstkowa funkcja korelacji zależy od położenia dwóch atomów. Najwygodniejszym sposobem parametryzacji tej funkcji jest suma i różnica położenia obydwu atomów. W przypadku korelacji naprzeciwnych różnica położenia jest znacznie większa niż suma położenia, gdyż położenia mają przeciwne kierunki. Okazuje się, że funkcja korelacji uśredniona po różnicy położenia (staje się wtedy funkcją zależną jedynie od sumy położenia) ma taką samą postać jak analogiczna wielkość otrzymana korzystając z modelu semiklasycznego, dla szerokiego zakresu parametrów. Jednocześnie w pracy [h6] pokazano, że w przypadku zależności od różnicy położenia (funkcja korelacji uśredniona po sumie położenia) model kwantowy przewiduje coś innego niż semiklasyczny. To pokazuje pewną *kwantowość* zależności od różnicy położenia. Analiza wyrażenia analitycznych daje pewne wytłumaczenie tych obserwacji. Naprzeciwna część dwucząstkowej funkcji korelacji dana jest iloczynem dwóch całek po czasie. Z drugiej strony model semiklasyczny ma zawsze pojedynczą całkę po czasie - jest to sumowanie rozproszeń pochodzących z różnych momentów czasu. Okazuje się, że zarówno uśrednianie dwucząstkowej funkcji korelacji po różnicy położenia, jak i otrzymanie gęstości jednocząstkowej, prowadzi efektywnie do zamiany podwójnej całki po czasie w pojedynczą. To co prawda nie dowodzi, ale *daje szansę*, że omawiane wielkości mogą mieć semiklasyczne odpowiedniki. Uśrednienia po sumie położenia nadal pozostawia podwójną całkę po czasie, co w zasadzie pokazuje brak możliwości istnienia dobrego odpowiednika semiklasycznego.

Trochę inaczej ma się sprawa z lokalną częścią dwucząstkowej funkcji korelacji. W ramach przybliżenia Bogoliubowa jest ona równa modułowi kwadratu jednocząstkowej funkcji korelacji. Więc pozostaje do wyznaczenia jednocząstkowa funkcja korelacji  $G^{(1)}$ . Tę funkcję można przedstawić jako transformatę fouriera z jednocząstkowej funkcji Wignera  $W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, T)$  rozproszonych atomów:

$$G^{(1)}\left(\mathbf{r} + \frac{\Delta\mathbf{r}}{2}, \mathbf{r} - \frac{\Delta\mathbf{r}}{2}, T\right) = \int d\mathbf{k} e^{-i\mathbf{p}\Delta\mathbf{r}/\hbar} W(\mathbf{r}, \mathbf{p}; T).$$

Powyżej  $\mathbf{p}$  oznacza pęd atomu zaś  $T$  czas pomiaru. Korzystając z modelu semiklasycznego można wyznaczyć rozkład rozproszonych atomów w przestrzeni fazowej. Ten rozkład można otrzymać korzystając z uproszczonego modelu a'la model Boltzmann, gdzie zderzające

się chmury opisuje się za pomocą rozkładu w przestrzeni fazowej atomów poruszających się kondensatów. Utożsamienie otrzymanego w powyższy sposób rozkładu rozproszonych atomów w przestrzeni fazowej, z funkcją Wignera, umożliwia wyznaczenie jednocząstkowej funkcji korelacji, a co za tym idzie lokalnej części dwucząstkowej funkcji korelacji, za pomocą modelu semiklasycznego. Opisana powyżej metoda jest jedyną możliwością wykorzystania modelu semiklasycznego do wyznaczenia jednocząstkowej funkcji korelacji. Powyżej jasno widać, że nie jest to w pełni model semiklasyczny. Użyty powyżej wzór wprowadza stałą Plancka. W tym wypadku jest to jedynie wykorzystanie wzoru de Broglie'a który daje związek pędu z długością fali atomów. Dodatkowo wyznaczono również jednocząstkową funkcję Wignera korzystając z pełnego wielociałowego modelu kwantowego. Okazało się, że dla dużego obszaru parametrów, funkcja Wignera wyznaczona za pomocą wielociałowego modelu kwantowego, jest bardzo dobrze przybliżana poprzez tę funkcję wyznaczoną z modelu semiklasycznego. Wyniki wszystkich powyższych badań zostały przedstawione w rozległej (ponad trzydziestostronicowej) pracy [h6].

### 5.2.2 Opis własności par atomowych wytwarzanych w wyniku rezonansu parametrycznego

W przypadku części zastosowań potrzebne są pary atomowe o zadanym kierunku emisji. Po prostu chcemy wiedzieć gdzie i w jakim czasie pojawiają się pary atomów. W tym przypadku, należy użyć innego procesu niż zderzenie kondensatów Bosego-Einsteina (w wyniku którego pary atomowe mają losowy kierunek emisji). Jeden z takich procesów został zrealizowany eksperymentalnie w grupie prof. Westbrooka w Palaiseau [5]. W eksperymencie otrzymano ultrazimną chmurę gazu w wydłużonej pułapce o kształcie cygara. Następnie periodycznie zmieniano siłę pułapkowania atomów z zadaną częstością. Patrząc na ten układ quasi-jednowymiarowo, działanie takie powoduje periodyczną modulację efektywnego, jednowymiarowego współczynnika oddziaływania międzyatomowego. Okazuje się, że powoduje to emisję, wzdłuż wydłużonego kierunku spułapkowanej chmury, pary atomów o przeciwnych prędkościach, przy czym energia kinetyczna emitowanych atomów jest bezpośrednio związana z częstością modulacji częstości siły pułapkującej. Zgodnie z oczekiwaniem w eksperymencie zaobserwowano skorelowane w prędkościach pary atomów.

Opisany powyżej proces jest przykładem rezonansu parametrycznego. Zmieniany jest periodycznie jeden z parametrów układu i generowane są pary atomów o częstości (energia pary atomów dzielona przez stałą Plancka) będącej w rezonansie z częstością zmian parametru układu.

Proces ten był badany teoretycznie w ramach metody Bogoliubowa Wyniki teore-

tyczne, były obiecujące i wykazywały istnienie splątania w układzie. Sugerowanym sposobem wykazania istnienia splątania był pomiar wartości tzw. współczynnika ściśnięcia liczby atomów. Zgodnie z przewidywaniami opartymi na metodzie Bogoliubowa wartość współczynnika ściśnięcia powinna być poniżej pewnej wartości krytycznej co dowodziło by splątania stanu skorelowanych par atomowych (dowiedzione to zostało w pracy [o20]). Niestety, pomimo oczekiwań, zmierzona w eksperymencie wartość współczynnika ściśnięcia była powyżej wartości krytycznej, co oznacza że pomiar nie dowiódł istnienia splątania w układzie.

W metodzie Bogoliubowa zaniedbuje się część wyrazów Hamiltonianu. Są one odpowiedzialne za oddziaływanie pomiędzy kwazicząstkami układu (metoda Bogoliubowa definiuje i opisuje nieoddziałujące kwazicząstki). Zaobserwowana rozbieżność pomiędzy obliczeniami teoretycznymi a wynikami doświadczalnymi sugerowała, istotny wpływ zaniedbanych wyrazów Hamiltonianu na własności układu. W związku z tym narzucającym się pomysłem było wyjście poza to przybliżenie - uwzględnienie pominiętego oddziaływania. Ponieważ układ ten nie jest w równowadze termodynamicznej, jako narzędzie teoretyczne do badań układu, wybrano metodę Kieldysza, będąca jedną z istniejących metod kwantowej teorii pola, umożliwiających badanie układów nierównowagowych. Następnie wykonano dwa istotne przybliżenia. Aby je opisać, należy jednak wcześniej opisać wyniki metody Bogoliubowa dla tego układu. W ramach metody Bogoliubowa otrzymujemy analityczne wyrażenia na populację kwazicząstek w czasie oraz związek kwazicząstek z atomami. W tych wyrażeniach na populację kwazicząstek widoczne jest zjawisko rezonansu. Jeśli częstość kwazicząstki (energiją dzielona przez stałą Plancka) jest równa połowie częstości zmian siły pułapkującej, wtedy populacja rośnie wykładniczo w czasie. Jeśli zaś te częstości zaczynają się różnić, wtedy populacja nieznacznie sinusoidalnie zmienia się w czasie, co można w praktyce zaniedbać. Generalnie wykładniczy wzrost w czasie, jest tylko dla pasma energetycznego, o szerokości zadanej współczynnikiem wzmocnienia. Dla większości współczynników wzmocnienia pasmo jest bardzo wąskie. Pozwoliło to na przybliżenie funkcji energii własnej układu (która pojawia się w równaniu Dysona). Funkcja ta jest zadana pewną średnią z populacji wszystkich modów układu. Ponieważ pasmo wzmocnione było bardzo wąskie, można było zaniedbać jego wpływ na energię własną. Reszta modów zachowuje się identycznie, jak w sytuacji równowagowej. W związku z tym uzasadnione było przybliżenie energii własnej poprzez jej wartość dla układu równowagowego. Oprócz tego wykonano jeszcze jedno przybliżenie. Energia własna zależy od różnicy dwóch argumentów czasowych. W przypadku układów trójwymiarowych okazuje się, że można przybliżyć tę zależność za pomocą delty Diraca od różnicy czasów (jest to znane w literaturze przybliżenie). Po wykonaniu opisanych powyżej przybliżeń, rozwiązano za-

leżne od czasu równania Dysona na jednocząstkowe funkcje Greena układu. Jednocześnie udało się również wyrazić wyższe funkcje korelacji za pomocą jednocząstkowych funkcji Greena. Umożliwiło to znalezienie wyrażenia analitycznego na zależność populacji kwazicząstek od czasu, oraz na współczynnik ściśnięcia liczby atomów. Okazało się, że oddziaływanie pomiędzy kwazicząstkami objawia się w wyrażeniach poprzez tzw. współczynnik tłumienia kwazicząstek. Współczynnik ten jest odwrotnością czasu życia kwazicząstki. Z drugiej strony szybkość procesu "produkcji" par atomowych dana jest za pomocą pojedynczego współczynnika (nazywanego współczynnikiem wzmocnienia), obecnego też w metodzie Bogoliubowa. Wyniki pokazały dramatyczny wpływ pominiętego oddziaływania zarówno na wzrost populacji produkowanych par atomowych, jak i na wartość parametru ściśnięcia. Generalnie, gdy współczynnik tłumienia jest większy niż współczynnik wzmocnienia, proces produkcji par praktycznie nie istnieje - wzrost populacji par atomowych jest minimalny i w nieskończonym czasie dąży do stałej. Dodatkowo w tych warunkach wartość współczynnika ściśnięcia jest w większości przypadków powyżej wartości krytycznej. To wszystko pokazuje, że w takim przypadku układ nie jest źródłem splątanych par atomowych. Z drugiej strony, jeśli współczynnik wzmocnienia jest istotnie większy niż współczynnik tłumienia wzmacnianych kwazicząstek, to proces produkcji par atomowych jest wykładniczy w czasie. Dodatkowo wartość współczynnika ściśnięcia liczby atomów spada poniżej wartości krytycznej, po pewnym skończonym czasie. W takim przypadku powyższy układ staje się efektywny źródłem splątanych par atomowych. Powyżej opisane wyniki teoretyczne są treścią pracy [h6].

Tak jak napisano powyżej, wszystkie powyższe wyniki uzyskane są w ramach pewnego przybliżenia funkcji energii własnej. Przybliżenie to jest bardzo dobre w przypadku układów trójwymiarowych. Nie stosuje się ono jednak do układów jednowymiarowych albo kwazi-jednowymiarowych. To oznacza, że bezpośrednie zastosowanie uzyskanych powyżej wyników do analizy układu doświadczalnego, nie jest uzasadnione.

Po analizie literatury dotyczącej układów jednowymiarowych, okazało się, że wyznaczenie współczynnika tłumienia kwazicząstek jest niebanalnym zadaniem, dużo trudniejszym niż w przypadku układów trójwymiarowych. Oznacza to, że badanie układu za pomocą metody Kieldysza jest bardzo trudnym zadaniem teoretycznym. W związku z tym do badania układu jednowymiarowego użyto innej metody teoretycznej - metody pól klasycznych. Metoda ta uwzględnia fluktuacje termiczne, pomijając kwantowe. Za pomocą dostępnych wyrażeń jednowymiarowych oszacowano współczynniki tłumienia w badanym układzie. Okazało się, że dla parametrów eksperymentalnych, tłumienie spowodowane fluktuacjami termicznymi jest dużo większe niż spowodowane fluktuacjami kwantowymi. Ten fakt pokazał zasadność zastosowania metody pól klasycznych do opisu badanego

układu.

Korzystając z tej metody, dla parametrów układu doświadczalnego, wyznaczono wartość współczynnika ściśnięcia. Okazało się, że wartość tego współczynnika była większa niż wartość krytyczna, co jest zgodne z pomiarami eksperymentalnymi. Ten fakt jednoznacznie wykazał, że zmierzona w eksperymencie wartość współczynnika ściśnięcia (większa od wartości krytycznej) była spowodowana oddziaływaniem pomiędzy kwazicząstkami. Powyższe wyniki są treścią pracy [h7].

Opisane powyżej prace, pokazały konieczność uwzględnienia wspomnianego oddziaływania w projektowaniu źródeł splątanych par atomowych o zadanym kierunku emisji.

### 5.3 Opis własności kropli kwantowych.

Rozrzedzony gaz bozonów był przedmiotem wielu badań teoretycznych. W szczególności analizowana była energia stanu podstawowego jednorodnego gazu bozonów. Pokazano, że dwa pierwsze wyrazy rozwinięcia perturbacyjnego na energię stanu podstawowego, zależą jedynie od długości rozpraszania potencjału oddziaływania. W wyrażeniu na energię stanu podstawowego pierwszy wyraz jest dany poprzez teorię pola średniego, gdzie gęstość energii jest proporcjonalna do kwadratu gęstości układu przemnożonego przez długość rozpraszania. Drugi wyraz w rozwinięciu, nazywany energią Lee-Huang-Yanga (w skrócie LHY), jest wynikiem fluktuacji kwantowych [6]. Jest on równy pierwszemu wyrazowi przemnożonemu przez parametr rozrzedzenia gazu do potęgi trzech drugich. Parametr rozrzedzenia jest równy stosunkowi długości rozpraszania do średniej odległości pomiędzy atomami. Ponieważ mamy do czynienia z gazem rozrzedzonym, parametr ten jest dużo mniejszy niż jedność, co oznacza że drugi wyraz rozwinięcia jest dużo mniejszy niż pierwszy (dlatego też jest to poprawne rozwinięcie perturbacyjne). W dotychczasowych badaniach wyraz ten był raczej pomijany, gdyż w większości zjawisk był on zaniedbywalny w stosunku do energii pola średniego.

Sytuacja zmieniła się stosunkowo niedawno za sprawą badań teoretycznych Dymitra Petrova [6]. Badał on układ mieszaniny dwóch gazów bozonowych. W takim układzie mamy do czynienia z trzema różnymi długościami rozpraszania: pomiędzy dwoma atomami pierwszego składnika, dwoma atomami drugiego składnika, oraz jednym atomem pierwszego i jednym atomem drugiego składnika. W swoich badaniach Petrov przyjął dwie pierwsze długości jako dodatnie, zaś trzecią jako ujemną. W takiej konfiguracji teoria pola średniego przewiduje dwie możliwości:

- gaz wypełnia całe dostępne mu pudełko - dzieje się to wtedy, jeśli wartość ujemnej długości rozpraszania będzie mniejsza co do modułu od pewnej wartości krytycznej



- następuje kolaps mieszaniny - przeciwnym wypadku.

Kolaps oznacza, że rozwiązanie dąży do coraz większej lokalizacji wraz ze wzrostem gęstości układu do nieskończoności. W zasadzie oznacza to załamanie teorii pola średniego.

Petrov wykazał, że w takim wypadku energia LHY przyjmuje wartość dodatnią. Dodatkowo pokazał, że energia LHY rośnie szybciej ze wzrostem gęstości niż energia pola średniego. Tak więc energia LHY powoduje stabilizację układu – po jej uwzględnieniu nie dojdzie do kolapsu mieszaniny gazów. Petrov pokazał, że zamiast tego uformuje się zlokalizowana chmura gazu o ustalonej gęstości, zadanej zależnością energii LHY od gęstości. Powstaje ciekawy stan układu. Jeśli stan gazowy zdefiniuje się standardowo, jako stan w którym atomy wypełniają całą dostępną objętość naczynia, to w tym wypadku nie mamy do czynienia ze stanem gazowym. Zamiast tego atomy lokalizują się, tworząc stan o zadanej gęstości. Przy wzroście liczby atomów układ powiększa się zachowując daną gęstość. Oczywiście posiada też brzeg o pewnej grubości, w którym gęstość spada od wyżej wspomnianej zadanej gęstości do zera. Te własności są charakterystyczne dla stanu ciekłego. Z tego też powodu, opisywanemu stanowi nadano nazwę *kropki kwantowych*. Przymiotnik *kwantowy* pokazuje że kropka tworzy się w zerowej temperaturze i spowodowane jest to fluktuacjami kwantowymi układu. Należy dodać, że w tym stanie, nadal średnia odległość pomiędzy atomami jest dużo większa niż długość rozpraszania. W związku z tym mamy do czynienia z układem słabooddziałującym, który doskonale nadaje się do badań, przy użyciu metod perturbacyjnych - np. metody Bogoliubowa. Omówione kropki udało się otrzymać w warunkach doświadczalnych [7]

D. Petrov niedługo po opublikowaniu swojej pierwszej pracy, opublikował analogiczną pracę dla układów dwu i jednowymiarowych [8]. Okazało się, że w układzie mieszanin dwóch rodzajów bozonów w niższych wymiarach również powstają kropki kwantowe. W eksperymencie układy niżej wymiarowe uzyskuje się, mocno ściskając atomy siłami pułapkującymi w jednym lub dwóch kierunkach (w zależności od tego czy chcemy mieć do czynienia z układem quasi-dwu czy też quasi-jedno wymiarowym). W swojej pracy Petrov nie podał warunku jak mocne muszą być siły pułapkujące, aby układ stał się niżej-wymiarowy. Ten problem stał się aktualny, gdyż grupy doświadczalne rozpoczęły pracę nad uzyskaniem kropek w układach niżej-wymiarowych. Rozwiązanie tego problemu jest treścią pracy [h8].

W pracy tej zbadano układ jednorodny w pudełku o szerokościach  $L_x, L_y$  i  $L_z$  z periodycznymi warunkami brzegowymi. W celu symulacji ściskania prowadzącego do układu dwuwymiarowego wzięto granicę  $L_x, L_y \rightarrow \infty$  z szerokością  $L_z = L$  ustaloną. Podobnie zrobiono w celu uzyskania układu symulującego ściskanie prowadzące do uzyskania układu

jednowymiarowego ( $L_x \rightarrow \infty$  oraz  $L_y, L_z = L\text{const.}$ ). W dalszej części pracy wyznaczono energię LHY takiego układu w przejściu krytycznym (czyli w punkcie po przekroczeniu którego, teoria pola średniego przewiduje kolaps). W tym punkcie mamy do czynienia z układem jednorodnym, z dwoma rodzajami wzbudzeń: pierwsze to dobrze znane kwazicząstki Bogoliubowa, drugie to quazicząstki ze spektrum energetycznym proporcjonalnym do kwadratu pędu kwazicząstek (czyli identycznie jak w przypadku swobodnych atomów). Okazało się, że jedynie pierwszy typ kwazicząstek partycypuje w energii LHY i to w identyczny sposób, jak w rachunkach prowadzonych dla jednoskładnikowego gazu bozonów. Pokazało to prosty związek pomiędzy energią LHY dla mieszaniny, oraz dla jednokomponentowego jednorodnego gazu bozonów. W układzie pojawiał się jeden naturalny parametr bezwymiarowy będący ilorazem charakterystycznej energii oddziaływania na atom, do energii kinetycznej najniższego wzbudzenia w ścisłym kierunku. Charakterystyczna energia oddziaływania w tym wypadku jest proporcjonalna do  $n_1 a_{11} + n_2 a_{22}$  gdzie  $n_{1,2}$  to gęstość pierwszego lub drugiego składnika zaś  $a_{11,22}$  to długość rozpraszania pomiędzy dwoma atomami pierwszego lub drugiego składnika. W pracy [h8] wyznaczono numerycznie zależność energii LHY w funkcji tego parametru. Dodatkowo znaleziono rozwinięcie analityczne dla małych wartości wspomnianego parametru. Pozwoliło to, korzystając z przybliżenia lokalnej równowagi, na wyznaczenie w sposób analityczny gęstości kropli kwantowej. Relacja pomiędzy trójwymiarową a niższej wymiarowymi długościami rozpraszania, pozwoliła na wyrażenie tej gęstości, za pomocą niższej wymiarowych gęstości. Dla bardzo małych wartości bezwymiarowego parametru te wyrażenia okazały się identyczne z wyrażeniami wyprowadzonymi przez Petrova w pracy [8]. Tego się spodziewano, gdyż bardzo silne ściśnięcie powinno prowadzić do układów quasi-niższej wymiarowych. Jednak zaskakujące było, że aby otrzymać układy niższej wymiarowe, wartość bezwymiarowego parametru musiała być bardzo mała - poniżej trzech setnych. Tak mała wartość jest bardzo trudna do osiągnięcia w doświadczeniach. Jednocześnie praca odkryła drugi zadziwiający fakt. Dla wartości bezwymiarowego parametru powyżej trzech dziesiątych wartość energii LHY była praktycznie identyczna jak w przypadku układu trójwymiarowego. Naiwnie można się spodziewać takiego zachowania, dla wartości parametru znacznie większej od jedności, gdy energia oddziaływania jest na tyle duża, że wiele modów ściśniętych jest wzbudzonych i układ zachowuje się trójwymiarowo. W tym wypadku zaś, gdy energia LHY przyjmuje wartość trójwymiarową, trudno mówić o pełnym wzbudzeniu pierwszego porzecznego modu. To fakt również pokazuje, jak silnie potrzeba ścisnąć, aby zobaczyć jakiegokolwiek odstępstwa od trójwymiarowej fizyki.

## 5.4 Opis mieszaniny bozonowe-fermionowej za pomocą metody stochastycznej

Te badania zrodziły się jako kontynuacja badań prowadzonych w pracach [o9]-[o12] we współpracy z dr hab. Piotrem Deuarem z IF PAN w Warszawie dotyczące użycia metod stochastycznych, w badaniach własności atomów rozproszonych w zderzeniu kondensatów Bosego-Einsteina. Piotr Deuar aktywnie rozwijał tzw. metodę Positive-P [9]. Jest to metoda stochastyczna która w ścisły sposób mapuje wielociałowe równanie Schrodingera na układ równań różniczkowych na dwa pola klasyczne. W równaniach tych pojawia się szum stochastyczny. Należy dodać, że mapowanie da się przeprowadzić jedynie w przypadku potencjału dwucząstkowego oraz zewnętrznego potencjału jednocząstkowego. Metoda Positive-P ma jednak swoje ograniczenia. Średnie kwantowe otrzymuje się jako średnie z pól klasycznych uśrednionych po wielu trajektoriach. Korzystając z wykonanych symulacji, szacuje się również niepewność wyznaczenia średniej kwantowej, która zależy od liczby wykonanych symulacji. Teoretycznie jeśli liczba symulacji dąży do nieskończoności, to średnia po trajektoriach stochastycznych dąży do średniej kwantowej. Z literatury wiadomo jednak, że niepewność średniej staje się bardzo duża po pewnym czasie. Można oczywiście ten czas wydłużyć, zwiększając liczbę trajektorii, ale w praktyce okazuje się, że nie daje to zasadniczej poprawy. Tak więc metoda Positive-P w praktyce daje możliwość badania ewolucji układu przez pewien charakterystyczny czas. Optymistyczne jest, że dla wielu układów czas symulacji jest wystarczający do zaobserwowania badanych zjawisk. Przedstawiony opis pokazuje, że metoda Positive-P opisuje fluktuacje kwantowe oraz ich wpływ na dynamikę układu.

Opisana powyżej metoda Positive-P w swoim klasycznym sformułowaniu stworzona jest do opisu układów bozonowych. W sposób fundamentalny korzysta ona ze stanów koherentnych. Stosunkowo niedawno odkryte zostało inne, ścisłe sformułowanie wielocząstkowego równania Schrodingera za pomocą metody stochastycznej nazwanej *metoda stochastycznych funkcji falowych* (ang. *stochastic wave-function approach*) [10]. Jest to pewien analog metody Positive-P, która zamiast stanów koherentnych opisujących stany o nieustalonej liczbie cząstek, korzysta z tzw.  $N$ -cząstkowych stanów koherentnych (ang.  *$N$ -particle coherent states*), które to są analogami stanów koherentnych z ustaloną liczbą cząstek. Dodatkowo metoda stochastycznych funkcji falowych ma dużo prostsze i krótsze wyprowadzenie równań stochastycznych niż metoda Positive-P.

Oryginalne sformułowanie metody stochastycznych funkcji falowych, zostało wprowadzone dla układów bozonowych, oddziałujących co najwyżej dwucząstkowym potencjałem oddziaływania. W przypadku fermionów, analog bozonowej metody stochastycznych

funkcji falowych został wymyślony kilka lat później [11]. Jednak tak jak w przypadku bozonów, metoda stochastyczna była wyprowadzona dla co najwyżej dwucząstkowych potencjałów oddziaływania. Taki stan rzeczy sugerował uogólnienie metody na przypadek mieszanin bozonowo-fermionowych, oraz potencjałów oddziaływania więcej niż dwucząstkowych. Wyprowadzenie takiej metody jest treścią pracy [h9].

W pracy tej zastosowano kompilację metod bozonowych i fermionowych. Tak jak napisano powyżej, metoda bozonowa bazuje na  $N$ -cząstkowych stanach koherentnych. Jest to najprostszy stan  $N$ -cząstkowy, w którym wszystkie  $N$  cząstek jest znajduje się w tym samym modzie (np. fali płaskiej o zadanym wektorze  $k$ ). Ogólne twierdzenie mówi że dowolny bozonowy stan  $N$ -cząstkowy można przedstawić jako superpozycję nieunormowanych  $N$ -cząstkowych stanów bozonowych (tzn. o normie mogącej różnić się od jedności) z jednakowymi, dodatnimi amplitudami prawdopodobieństwa. Ten fakt umożliwia wprowadzenie metody stochastycznej. Zauważmy, że nieunormowany  $N$ -cząstkowy stan koherentny zadany jest pojedynczym modem, czyli jednocząstkową nieunormowaną funkcją falową (inaczej pojedynczym polem klasycznym). Metoda stochastyczna zadana jest równaniem, na wspomnianą wyżej jednocząstkową funkcję falową z pewnym szumem stochastycznym. Startując z początkowego  $N$ -cząstkowego stanu koherentnego, metoda stochastyczna przeprowadza go w inny  $N$ -cząstkowy stan koherentny. W każdej realizacji będzie to inny stan, ze względu na różne realizacje szumu stochastycznego. Po wielu realizacjach prawdziwy stan kwantowy przybliży się sumą  $N$ -cząstkowych stanów Koherentnych, uzyskanych we wszystkich realizacjach stochastycznych podzielonych przez liczbę realizacji. W opisany powyżej sposób, działa wprowadzona metoda stochastycznych funkcji falowych dla bozonów. Powyżej nie napisano, w jaki sposób uzyskuje się równania stochastyczne i dowodzi się, że opisana procedura jest poprawna, tzn. że uzyskana powyżej suma  $N$ -cząstkowych stanów koherentnych dąży do prawdziwego stanu kwantowego, przy liczbie realizacji dążących do nieskończoności. W tym wypadku kluczowe jest obserwacja, że ewolucja  $N$ -cząstkowego stanu koherentnego za pomocą operatorów jednocząstkowych przeprowadza wyżej wspomniany stan w inny  $N$ -cząstkowy stan koherentny. Gdyby wspomniany stan poddać ewolucji za pomocą operatora dwucząstkowego (np. dwucząstkowego potencjału oddziaływania), to wynikiem tego, nie byłby  $N$ -cząstkowy stan koherentny. Byłby to stan bardziej złożony. W pracy [10] pokazano, de facto (jest to inaczej sformułowane w pracy [10] ale do tego się sprowadza), że operator ewolucji  $\exp(-i\hat{A}_2\Delta t)$  (gdzie  $\hat{A}_2$  oznacza operator dwucząstkowy) można zapisać jako sumę operatorów ewolucji, w którym ewoluujemy za pomocą operatora jednocząstkowego, tzn.  $\exp(-i\hat{A}_2\Delta t) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \exp(-i\hat{A}_{1,j}\Delta t)$  (gdzie  $\hat{A}_{1,j}$  to operator jednocząstkowy).

Wspomniany operator  $\hat{A}_{1,j}$  ma w sobie szum stochastyczny. W związku z tym mamy

$$\exp(-i\hat{A}_2\Delta t)|\psi\rangle_N = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \exp(-i\hat{A}_{1,j}\Delta t)|\psi\rangle_N = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M |\psi_j\rangle_N$$

gdzie  $|\psi_j\rangle_N = \exp(-i\hat{A}_{1,j}\Delta t)|\psi\rangle_N$ . W powyższym działaniu operatora  $\exp(-i\hat{A}_2\Delta t)$  na N-cząstkowy stan koherentny  $|\psi\rangle_N$  przedstawiono jako sumę po stanach N-koherentnych  $|\psi_j\rangle_N$ .

Fermionowa metoda stochastycznych funkcji falowych wprowadzona jest w analogiczny sposób, jedynie zamiast bozonowych N-cząstkowych stanów koherentnych, użyty jest N-cząstkowy stan Slatera [11], tzn. najprostszemu fermionowy N-cząstkowy stan kwantowy będący wyznacznikiem Slatera z  $N$  ortogonalnych jednocząstkowych funkcji falowych. Tak jak w przypadku bozonów, ogólne twierdzenie mówi, że dowolny N-cząstkowy stan fermionowy da się przedstawić jako superpozycję nieunormowanych N-cząstkowych stanów Slatera z jednakową dodatnią amplitudą prawdopodobieństwa. Metoda stochastyczna polega na wprowadzeniu równań stochastycznych ewoluujących N-cząstkowe stany Slatera. Sprowadza się to ewolucji N jednocząstkowych, nieunormowanych funkcji falowych. Tak jak napisano wcześniej, udało się wyprowadzić te równania w przypadku operatorów dwucząstkowych.

Bazując na powyżej wspomnianych publikacjach i ich wynikach, w pracy [h9], zajmującej się mieszaninami bozonowo-fermionowymi, wykorzystano stan będący iloczynem  $N_1$ -cząstkowego stanu koherentnego oraz  $N_2$ -cząstkowego stanu Slatera (w tym wypadku w układzie mamy  $N_1$  bozonów i  $N_2$  fermionów). Udało się też uogólnić, wspomniany wcześniej, wynik dotyczący dekompozycji operatora ewolucji, przedstawiając  $\exp(-i\hat{A}_n\Delta t)$  jako sumę operatorów ewolucji  $\exp(-i\hat{A}_{1,j}\Delta t)$ . Tutaj  $\hat{A}_n$  jest sumą dowolnego operatora dwucząstkowego opisującego oddziaływanie dwucząstkowe pomiędzy atomami oraz operatorów opisujących oddziaływanie wyżej cząstkowe (pewne ich szczególne przypadki), zaś  $\hat{A}_{1,j}$  jest sumą operatorów jednocząstkowych z szumami stochastycznymi. Korzystając z tej reprezentacji, wyprowadzono równania stochastyczne na jednocząstkową funkcję falową definiującą  $N_1$ -cząstkowy stan koherentny oraz  $N_2$  jednocząstkowych funkcji falowych definiujących  $N_2$ -cząstkowy stan Slatera. W ten sposób uogólniono metodę stochastycznych funkcji falowych na przypadek mieszanin bozonowo-fermionowych.

## 6 Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo - badawczych

### 6.1 Korelacje atomów rozproszonych w zderzeniu kondensatów Bosego-Einsteina

Są to badania poprzedzające prace [h4],[h5]. W tym wypadku badano własności atomów rozproszonych w wyniku zderzeń sferycznych kondensatów Bosego-Einsteina. Głównym celem tych badań była analiza przejścia od obszaru, w którym za rozproszenie odpowiedzialne są głównie procesy spontaniczne, do obszaru z dominującym bozonowym wzmocnieniem. W pracy [o1] zostały wykonane obliczenia numeryczne ilustrujące to przejście. W pracy [o2] zaprezentowane zostały obliczenia analityczne, w tym analityczne przewidywania przejścia, od obszaru dominacji procesów spontanicznych, do obszaru dominacji procesów wymuszonych.

[o1] P. Ziń, J. Chwedeńczuk, A. Perez, K. Rzążewski, M. Trippenbach, *Quantum multimode model of elastic scattering from Bose Einstein condensates*, Phys. Rev. Lett **94**, 200401 (2005).

[o2] P. Ziń, J. Chwedeńczuk, M. Trippenbach, *Elastic scattering losses from colliding Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **73**, 033602 (2006).

### 6.2 Symulacja pojedynczej realizacji kwantowego układu wielociałowego

Ten cykl badań, poświęcony jest symulacji pojedynczej realizacji jednoczesnego pomiaru położeń wszystkich atomów układu. Zgodnie z mechaniką kwantową, kwadrat modułu wielociałowej funkcji falowej zadaje gęstość prawdopodobieństwa jednoczesnego pomiaru wszystkich położeń atomów Układu. Oczywiście położenia mogą przyjmować bardzo różne wartości w zależności od losowania. Jednak, w przypadku wielu stanów kwantowych spodziewano się że wynik 'typowego' losowania ma pewne specyficzne własności. Tak właśnie było w przypadku pracy [o3]. Badano tam atomy rozproszone w zderzeniu kondensatów Bosego-Einsteina w obszarze zdominowanym przez procesy wymuszone. Naiwny obraz rozpraszania wygląda w następujący sposób. Pierwsza para atomów rozprasa się z równym prawdopodobieństwem we wszystkich kierunkach (w tym wypadku, ze względu na rozpraszanie w fali s, procesy spontaniczne nie wyróżniają kierunku). Prawdopodobieństwo rozproszenia nowej pary, do obszaru zajmowanego przez już rozporoszoną

parę, wzrasta ze względu na obecność procesów wymuszonych. Ponieważ prawdopodobieństwo procesów wymuszonych jest proporcjonalne do obsadzenia danego stanu kwantowego, więc prawdopodobieństwo rozproszenia jeszcze jednej pary do miejsca zajmowanego przez dwie już rozproszone pary, będzie jeszcze większe. W rezultacie spodziewamy się w przestrzeni, obszarów silnie populowanych i innych, o słabej populacji. Jednocześnie atomy są rozpraszane w parach o przeciwnych prędkościach. Tak więc w pojedynczej realizacji pomiaru położenia wszystkich atomów układu, powinniśmy zaobserwować pary wyraźnie zgrupowanych atomów o przeciwnych prędkościach. Potężnym problemem technicznym tego zagadnienia jest wylosowanie pojedynczego punktu z gęstości prawdopodobieństwa określonej w  $3N$  wymiarowej przestrzeni ( $N$  jest liczba atomów). Ponieważ  $N$  jest liczbą rzędu dziesiątków tysięcy więc ilość wymiarów jest olbrzymia. W pracy [o3] udało się wymyślić, w przypadku badanego stanu kwantowego (który jest bardzo specyficzny), pewien znacznie prostszy, ekwiwalentny sposób wylosowania pojedynczej realizacji kwantowej. Okazało się, że otrzymana gęstość atomów w 'typowym' pojedynczym losowaniu, wygląda tak jak spodziewano się z powyżej opisanego, naiwnego modelu - są to pary 'grud' atomów o przeciwnych prędkościach.

W pracy [o4] badano inny stan kwantowy, mianowicie stan  $|N, N\rangle$  gdzie dokładnie  $N$  atomów obsadza każdy z dwóch modów kwantowych. Modami mogą być np. fale płaskie o przeciwnym wektorze falowym. Widać, że mamy tu do czynienia z interferencją dwóch stanów Focka. Gdyby zamiast stanów Focka interferowały stany koherentne to na ekranie zaobserwowano by prążki interferencyjne. Położenie centralnego prążka określone było by różnicą fazy dwóch stanów koherentnych. W przypadku stanów Focka faza jest nieokreślona. Naiwnie myśląc, w pojedynczej 'typowej' realizacji kwantowej spodziewano się losowej różnicy faz, czyli losowego położenia centralnego prążka interferencyjnego. W pracy [12] pokazano, że wynik 'typowej' pojedynczej realizacji kwantowej jest właśnie taki jak opisano powyżej. Był to jednak wynik oparty na numerycznym losowaniu z wielowymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa (przeprowadzonego w sprytny sposób). Celem badań prowadzonych w pracy [o4] było pokazanie wyżej opisanej własności typowej realizacji kwantowej w sposób analityczny. To zadanie udało się wykonać i rozwiązanie problemu jest treścią pracy [o4]

[o3] J. Chwedeńczuk, P. Ziń, K. Rzażewski, M. Trippenbach, *Simulation of a single collision of two Bose-Einstein condensates*, Phys Rev. Lett **97**, 170404 (2006).

[o4] A. Dragan, P. Ziń, *Interference of Fock states in a single measurement*, Phys. Rev. A **76**, 042124 (2007)

### 6.3 Opis gazu bozonów za pomocą teorii pola średniego

Ten cykl badań był związany z opisem gazu bozonów za pomocą teorii pola średniego czyli nieliniowego równania Schrodingera. W pracach [o5] i [o6] zajmowano się szukaniem ścisłych analitycznych rozwiązań tego równania w przypadku potencjału dwóch studni. Analizowano jednowymiarowy układ i nieliniowości odpowiadające oddziaływaniom przyciągającym (praca [o5]) i odpychającym (praca [o6]). Nacisk w tych pracach położony był na rozwiązaniach spontanicznie łamiących symetrię układu. Takie rozwiązania są możliwe dzięki nieliniowości pojawiającej się w nieliniowym równaniu Schrodingera. W pracy [o6] dodatkowo użyto metodę wariacyjną, w celu analizy dynamiki w potencjale dwóch studni. Rozwiązaniami spontanicznie łamiącymi symetrię układu zajmowano się również w pracach [o7] i [o8] w różnych układach. W przypadku pracy [o7] badano układ dwuwymiarowy w którym współczynnik nieliniowości był funkcją jednej ze współrzędnych - wynosił zero wszędzie poza dwoma równoległymi pasami. Okazało się, że w takim układzie istnieją rozwiązania zlokalizowane (analogiczne do solitonów) które łamią symetrię układu. Podobny układ badano w pracy [o8] gdzie współczynnik nieliniowości miał wartość stałą, niezależną od współrzędnych, jednak potencjał zewnętrzny zależał od jednej ze współrzędnych - miał kształt podwójnej studni. W zależności dwuwymiarowej, współczynnik nieliniowości miał kształt dwóch równoległych kanałów. Okazało się, że taki układ również posiada rozwiązania zlokalizowane łamiące spontanicznie symetrię układu. W tej pracy badano również zderzenia takich zlokalizowanych rozwiązań.

[o5] P. Ziń, E. Infeld, M. Matuszewski, G. Rowlands, M. Trippenbach, *Method for obtaining exact solutions of the nonlinear Schrodinger equation for a double-square-well potential*, Phys. Rev. A **73**, 022105 (2006).

[o6] E. Infeld, P. Ziń, J. Gocałek, M. Trippenbach, *Statics and dynamics of Bose-Einstein condensates in double square well potentials*, Phys. Rev. E **74**, 026610 (2006).

[o7] N.V. Hung, P. Ziń, M. Trippenbach, B.A. Malomed, *Two - dimensional solitons in media with the stripe - shaped nonlinearity modulation*, Phys. Rev. E **82**, 046602 (2010).

[o8] N.V. Hung, P. Ziń, E. Infeld, M. Trippenbach, *Symmetry breaking in the collisions of double channel BEC solitons*, Phys. D **269**, 37 (2014)



## 6.4 Opis atomów rozproszonych w wyniku zderzeń kondensatów Bosego-Einsteina za pomocą metod stochastycznych

Ten cykl badań związany był z użyciem metod stochastycznych w badanie własności atomów rozproszonych w wyniku zderzenia kondensatów Bosego-Einsteina. W literaturze znana jest metoda stochastyczna korzystająca z tzw. reprezentacji 'Positive-P'. W tej reprezentacji dowolny stan kwantowy da się przedstawić w postaci dodatnio określonego rozkładu prawdopodobieństwa. Dodatkowo można pokazać że w przypadku bozonów oddziałujących potencjałem dwuciałowym, równanie Schrodingera w ścisły sposób można przedstawić za pomocą równań stochastycznych. Okazuje się jednak że wprowadzone równania są wysoce niestabilne co zasadniczo utrudnia symulacje. Tak jak napisano wcześniej do opisu atomów rozproszonych w wyniku zderzeń kondensatów często wystarczy opis za pomocą metody Bogoliubowa. Ze względu na ten fakt naturalnym pomysłem było użycie metody 'Positive-P' w przypadku przybliżenia Bogoliubowa. Praca [o9] była poświęcona właśnie temu problemowi. W tej pracy zastosowano równania stochastyczne do badania rozproszonych atomów w przypadku zderzeń kondensatów. Pokazano że równania są stabilne i prowadzą do rozwiązań które poprawnie opisują badany układ. W kolejnej pracy [o10] badano wpływ pola średniego obecnego zarówno w równaniu GP, opisującego ewolucję zderzających się kondensatów, jak i w równaniu Heisenberga na operator pola rozproszonych atomów. W pracy zbadano jaki wpływ mają te dwa człony, na średnią prędkość atomów rozproszonych w zderzeniu *sferycznych* kondensatów Bosego-Einsteina. Omawiana praca jest bezpośrednio związana z pracą [o11], w której badano wartość średniej prędkości rozproszonych atomów wyniku zderzeń silnie wydłużonych kondensatów, z prędkością zderzenia mającą kierunek prostopadły do długiej osi kondensatu. Jest to praca napisana wspólnie z grupą doświadczalną. Jej przedmiotem są wyniki eksperymentu w którym zmierzono gęstość rozproszonych atomów, znajdując, zamiast spodziewanego rozkładu sferycznie symetrycznego, rozkład elipsoidalny. W wyniku analizy teoretycznej okazało się że za deformację sfery w kierunku elipsoidy, odpowiedzialne jest, omawiane powyżej, oddziaływanie rozproszonych atomów z atomami zderzających się kondensatów. W następnej pracy [o12] badano obecność splątania w stanie kwantowym rozproszonych atomów w zależności od różnych parametrów układu. Pokazano, że najlepsze warunki do uzyskania splątania są wtedy, gdy atomy rozpraszane są w zlokalizowane obszary, co jest możliwe przy silnym udziale bozonowego wzmocnienia.

- [o9] P. Deuar, J. Chwedeńczuk, M. Trippenbach, P. Ziń, *Bogoliubov dynamics of condensate collisions using the positive-P representation*, Phys. Rev. A **83**, 063625 (2011).

- [o10] P. Deuar, P. Ziń, J. Chwedeńczuk, M. Trippenbach, *Mean field effects on the scattered atoms in condensate collisions*, Eur. Phys. J. D **65**, 19 (2011).
- [o11] V. Krachmalnicoff, J.-C. Jaskula, M. Bonneau, V. Leung, G. B. Partridge, D. Biron, C. I. Westbrook, P. Deuar, P. Ziń, M. Trippenbach, and K. V. Kheruntsyan, *Spontaneous four wave mixing of de Broglie waves: beyond optics*, Phys. Rev. Lett. **104**, 150402 (2010).
- [o12] P. Deuar, T. Wasak, P. Ziń, J. Chwedenczuk, M. Trippenbach, *Tradeoffs for number squeezing in collisions of Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **88**, 013617 (2013).

## 6.5 Prace o różniących się tematykach

Poniżej przedstawiam prace z które jest trudne zebrać we wspólną tematykę. Każdą z prac omawiam oddzielnie.

W pracy [o13] zajmowano się procesem zaniku kondensatu Bosego-Einsteina. Kondensat w wyniku różnych procesów, jednym z nich są zderzenia atomów kondensatu z atomami gazu wypełniającego zbiornik próżniowy w którym uwięziony jest kondensat. Te atomy mają prędkości odpowiadające temperaturze otoczenia. Tak więc w wyniku takiego zderzenia atom kondensatu jest wybijany, co prowadzi do zaniku kondensatu. W omawianej pracy badano kondensat ze stosunkowo dużą chmurą termiczną. Pokazano, że straty atomów z chmury termicznej prowadzą do powstania dodatkowego procesu zaniku kondensatu - jest to proces transferu atomów z kondensatu do chmury termicznej. Wyniki teoretyczne tej pracy zostały zweryfikowane i potwierdzone w doświadczeniu przeprowadzonym w Amsterdamie [13].

W pracy [o14] zajmowano się klasycznym układem dwóch atomów oddziałujących ze sobą, które znajdują się w obracającej się asymetrycznej pułapce harmoniczej. Pokazano, że w przypadku pewnych częstości obrotu oraz braku oddziaływania pomiędzy atomami, odległość pomiędzy atomami rośnie wykładniczo z czasem. Jednocześnie, w przypadku oddziaływań odpychających odległość pozostaje względnie stała.

W pracy [o15] zajmowano się obliczeniem dwucząstkowej funkcji korelacji w stanie podstawowym układu rozrzedzonego gazu oddziałujących atomów. W pracy [o15] wyznaczono funkcję korelacji dla atomów helu znajdującym się w stanie metastabilnym.

W pracy [o16] zajmowano się układem relatywistycznych oddziałujących bozonów korzystając z przybliżenia pól klasycznych. To przybliżenie pozwala opisać układ w którym obecny jest kondensat Bosego-Einsteina w niezerowej temperaturze. W pracy wyznaczono

wiele własności badanego układu jak np. spektrum wzburzeń w funkcji temperatury.

W pracy [o17] zajmowano się wprowadzeniem w ścisły matematycznie sposób przybliżenia Hartree-Focka-Bogoliubowa. Dodatkowo, w pracy tej, sformułowano kilka hipotez dotyczących spektrum wzbudzeń układu oddziałujących bozonów.

W pracy [o18] zajmowano się ewolucją kondensatu przyciągających się atomów w zewnętrznym potencjale dwóch studni. W szczególności skupiono się na zjawisku odrodzenia oscylacji w takim układzie. Pokazano, że korzystając z modelu semiklasycznego można uzyskać odrodzenie oscylacji w tym układzie, pod warunkiem wyboru pewnego dyskretnego spektrum warunków początkowych.

W pracy [o19] zajmowano się rozpraszaniem Ramana z kwazikondensatu Bosego-Einsteina. Pokazano wpływ temperatury kwazikondensatu na szerokości gęstości i dwucząstkowej funkcji korelacji atomów rozproszonych w procesie Ramana.

W pracy [o20] badano związek łamania nierówności Cauchyego-Schwartzta ze splątaniem układu. Udowodniono, że złamanie tej nierówności dowodzi istnienia splątania w układzie nierozróżnialnych bozonów.

W pracy [o21] zajmowano się analogiem promieniowania Hawkinga w gazie ultrazimnych atomów. Pokazano, że gęstość rozproszonych atomów oraz dwucząstkowa funkcja korelacji niesie informację o (i) obecności horyzontu 'czarnej dziury', (ii) związanego z tym promieniowania Hawkinga oraz (iii) kwantowej natury tego procesu. Dodatkowo pokazano, że wielkości te są mierzalne korzystając z obecnie dostępnych technik eksperymentalnych.

W pracy [o22] zajmowano się układem opisanym w pracy [h2]. W wypadku tej pracy do badania tego układu użyto metody Bogoliubowa.

[o13] Paweł Ziń, Andrzej Dragan, Szymon Charzyński, Norbert Herschbach, Paul Tol, Wim Hogervorst, Wim Vassen, *Effect of atomic transfer on the decay of a Bose-Einstein condensate*, J. Phys B **36**, L149 (2003)

[o14] J. Chwedeńczuk, P. Ziń, M. Trippenbach, B. Dąbrowska, M. Gajda, K. Rzażewski, *Harmonically Trapped Classical Gas under Critical Rotation*, Acta Physica Polonica A **104**, 399 (2003)

[o15] P. Ziń, M. Trippenbach, M. Gajda, *Pair-correlation function of a metastable helium Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **69**, 023614 (2004)

[o16] E. Witkowska, P. Ziń, M. Gajda, *Classical fields method for a relativistic interacting Bose gas*, Phys. Rev. D **79**, 025003 (2009)

- [o17] H.D. Cornean, J. Dereziński, P. Ziń, *On the infimum of the energy-momentum spectrum of a homogeneous Bose gas*, J. Math. Phys. **50**, 062103 (2009)
- [o18] K. Pawłowski, P. Ziń, K. Rzażewski, M. Trippenbach, *Revivals in the attractive BEC in a double-well potential and their decoherence*, Phys. Rev. A **83**, 033606 (2011)
- [o19] T. Wasak, J. Chwedeńczuk, P. Ziń, M. Trippenbach, *Raman scattering of atoms from a quasicondensate in a perturbative regime*, Phys. Rev. A **86**, 043621 (2012)
- [o20] T. Wasak, P. Szańkowski, P. Ziń, M. Trippenbach, and J. Chwedeńczuk, *Cauchy-Schwarz inequality and particle entanglement*, Phys Rev A **90**, 033616 (2014)
- [o21] D. Boiron, A. Fabbri, P.-E. Larre, N. Pavloff, C.I. Westbrook, and P. Ziń *Quantum Signature of Analog Hawking Radiation in Momentum Space*, Phys. Rev. Lett. **115**, 025301 (2015)
- [o22] B. Oles, P. Zin, J. Chwedeńczuk, M. Trippenbach, K. Sacha *Bose-Einstein condensate in a double well potential in the vicinity of a critical point* Laser Physics **20**, 671 (2010)

## Literatura

- [1] R. Lopes, A. Imanaliev, A. Aspect, M. Cheneau, D. Boiron and C. I. Westbrook Nature **520**, 66 (2015)
- [2] Pierre Dussarrat, Maxime Perrier, Almazbek Imanaliev, Raphael Lopes, Alain Aspect, Marc Cheneau, Denis Boiron, and Christoph I. Westbrook, Phys. Rev. Lett. **119**, 173202 (2017)
- [3] A. Perrin, H. Chang, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, Phys. Rev. Lett. **99**, 150405 (2007).  
Phys. Rev. Lett. **105**, 190402 (2010).
- [4] K. V. Kheruntsyan, J.-C. Jaskula, P. Deuar, M. Bonneau, G. B. Partridge, J. Ruau-del, R. Lopes, D. Boiron, and C. I. Westbrook, Phys. Rev. Lett. **108**, 260401 (2012).
- [5] J.-C. Jaskula, G. B. Partridge, M. Bonneau, R. Lopes, J. Ruau-del, D. Boiron, and C. I. Westbrook, Phys. Rev. Lett. **109**, 220401 (2012)
- [6] D. S. Petrov, Phys. Rev. Lett. **115**, 155302 (2015).

- [7] C. R. Cabrera, L. Tanzi, J. Sanz, B. Naylor, P. Thomas, P. Cheiney, and L. Tarruell, *Science* **359**, 301-304 (2018); P. Cheiney, C.R. Cabrera, J. Sanz, B. Naylor, L. Tanzi, and L. Tarruell, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 135301 (2018); G. Semeghini, G. Ferioli, L. Masi, C. Mazzinghi, L. Wolswijk, F. Minardi, M. Modugno, G. Modugno, M. Inguscio, and M. Fattori *Phys. Rev. Lett.* **120**, 235301 (2018)
- [8] D. S. Petrov and G. Astrakharchik, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 100401 (2016).
- [9] Piotr Deuar, arXiv:cond-mat/0507023; P. Deuar and P. D. Drummond, *J. Phys. A: Math. Gen.* **39**, 1163 (2006); P. Deuar, P. D. Drummond, *J. Phys. A: Math. Gen.* **39**, (2006) 2723-2755
- [10] I. Carusotto, Y. Castin, and J. Dalibard, *Phys. Rev. A* **63**, 023606 (2001); Iacopo Carusotto, Yvan Castin, *Laser Physics* **13**, 509-516 (2003)
- [11] O. Juillet and P. Chomaz, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 142503 (2002); O. Juillet, F. Gulminelli, and P. Chomaz, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 160401 (2004); L. Tessieri, J. Wilkie, and M. Cetinbas, *J. Phys. A: Math. Gen.* **38**, 943 (2005).
- [12] Juha Javanainen and Sung Mi Yoo *Phys. Rev. Lett.* **76**, 161 (1996)
- [13] S. Knoop, J. S. Borbely, R. van Rooij, and W. Vassen *Phys. Rev. A* **85**, 025602 (2012)

Paweł Zin