

I. IMIĘ I NAZWISKO

Przemysław Małkiewicz

II. POSIADANE STOPNIE NAUKOWE

2009: Instytut Problemów Jądrowych, doktor nauk fizycznych, specjalność: fizyka teoretyczna, *Modeling cosmological singularity with compactified Milne space*

2005: Uniwersytet Warszawski, magister nauk fizycznych, specjalność: fizyka matematyczna, *Darboux transformations for q -discretizations of 2D second order differential equations*

III. INFORMACJE O DOTYCHCZASOWYM ZATRUDNIENIU W JEDNOSTKACH NAUKOWYCH

2012 - teraz: Narodowe Centrum Badań Jądrowych, stanowisko: adiunkt

2014 - 2016: Laboratoire APC, Université Paris Diderot, stanowisko: postdoc

2012: Pennsylvania State University, stanowisko: wykładowca

2011 - 2012: Institute for Gravitation and the Cosmos, Pennsylvania State University, stanowisko: postdoc

2010 - 2011: Instytut Problemów Jądrowych, stanowisko: fizyk

IV. WSKAZANIE OSIĄGNIĘCIA WYNIKAJĄCEGO Z ART. 16 UST. 2 USTAWY Z DNIA 14 MARCA 2003 R. O STOPNIACH NAUKOWYCH I TYTULE NAUKOWYM ORAZ O STOPNIACH I TYTULE W ZAKRESIE SZTUKI (DZ. U. NR 65, POZ. 595 ZE ZM.)

A. Tytuł osiągnięcia naukowego – jednotematycznego cyklu publikacji

Konstrukcja, analiza oraz interpretacja kwantowej dynamiki klasycznie osobliwych układów kosmologicznych

B. Jednotematyczny cykl publikacji (w porządku chronologicznym)

S1: P Małkiewicz, Reduced phase space approach to Kasner universe and the problem of time in quantum theory, *Class. Quantum Grav.* 29 (2012) 075008

S2: H Bergeron, A Dapor, J-P Gazeau and P Małkiewicz, Smooth Big Bounce from Affine Quantization, *Phys. Rev. D* 89 (2014) 083522

- S3:** P Małkiewicz, Multiple choices of time in quantum cosmology, *Class. Quantum Grav.* 32 (2015) 135004
- S4:** H Bergeron, A Dapor, J-P Gazeau, P Małkiewicz, Smooth Bounce in Affine Quantization of a Bianchi I model, *Phys. Rev. D* 91 (2015) 124002
- S5:** H Bergeron, E Czuchry, J-P Gazeau, P Małkiewicz, W Piechocki, Smooth Quantum Dynamics of Mixmaster Universe, *Phys. Rev. D* 92 (2015) 061302(R)
- S6:** H Bergeron, E Czuchry, J-P Gazeau, P Małkiewicz, W Piechocki, Singularity avoidance in a quantum model of the Mixmaster universe, *Phys. Rev. D* 92 (2015) 124018
- S7:** H Bergeron, E Czuchry, J-P Gazeau, P Małkiewicz, Nonadiabatic bounce and an inflationary phase in the quantum mixmaster universe, *Phys. Rev. D* 93 (2016) 124053
- S8:** H Bergeron, E Czuchry, J-P Gazeau, P Małkiewicz, Vibronic framework for quantum mixmaster universe, *Phys. Rev. D* 93 (2016) 064080
- S9:** H Bergeron, E Czuchry, J-P Gazeau, P Małkiewicz, Spectral properties of the quantum Mixmaster universe, *Phys. Rev. D* 96 (2017) 043521
- S10:** P Małkiewicz, A Miroszewski, Internal clock formulation of quantum mechanics, *Phys. Rev. D* 96 (2017) 046003
- S11:** P Małkiewicz, What is Dynamics in Quantum Gravity?, *Quantum Grav.* 34 (2017) 205001
- S12:** P Małkiewicz, Clocks and dynamics in quantum models of gravity, *Class. Quantum Grav.* 34 (2017) 145012
- S13:** H Bergeron, J-P Gazeau, P Małkiewicz, Primordial gravitational waves in a quantum model of big bounce, *JCAP* 05 (2018) 057

C. Omówienie celu naukowego wyżej wymienionych prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

1. Wprowadzenie

Osiągnięciem naukowym stanowiącym podstawę do wystąpienia o nadanie stopnia doktora habilitowanego jest wskazany powyżej cykl publikacji poświęcony konstrukcji, analizie oraz interpretacji dynamiki kwantowej układów kosmologicznych klasycznie osobliwych. Twierdzenie Hawkinga-Penrose'a [1, 2] wskazuje, że osobliwości, rozumiane jako istnienie niekompletnych geodezyjnych, są generyczną cechą Ogólnej Teorii Względności (OTW). Powszechnie uważa się, że sygnalizują one załamanie się OTW, którą należy zastąpić nową, doskonalszą i wolną od osobliwości teorią. Najbardziej naturalnym kandydatem na taką teorię wydaje się kwantowa teoria grawitacji, jeśli uznać teorię kwantową za uniwersalny i fundamentalny opis przyrody. Za podstawowy test dla poprawności kwantowej teorii grawitacji można zatem przyjąć rozwiązanie problemu osobliwości.

Obecnie istnieje kilka propozycji kwantowania OTW takich jak na przykład pętlowa grawitacja kwantowa [3], causal dynamical triangulations [4] i inne. Mimo to żadne z rozwijanych podejść nie stanowi kompletnej lub powszechnie zaakceptowanej kwantowej teorii grawitacji. Niewątpliwym sukcesem tak ogólnych podejść do kwantowania pola grawitacyjnego byłoby ich zastosowanie do rozwiązania konkretnych problemów w konkretnych modelach OTW, które nie mogą być rozwiązane za pomocą standardowych metod mechaniki kwantowej. Jednakże, usunięcie osobliwości w modelach kosmologicznych nie może być uznane za taki wynik, gdyż jak pokazuję poniżej usunięcie osobliwości jest możliwe za pomocą całkiem standardowych metod. Ponadto, na drodze do sformułowania zadowalającej teorii stoją nie tylko problemy techniczne, ale również całkiem poważne problemy natury koncepcyjnej takie jak problem interpretacji kwantowej dynamiki układów grawitacyjnych. Stanowi on zasadniczy aspekt tzw. problemu czasu [5, 6], który związany jest z brakiem absolutnego czasu, t.j. unikalnego oraz zewnętrznego w stosunku do stanów fizycznych parametru. Ewolucja układów grawitacyjnych jest więc wyrażana w pewnym wewnętrznym stopniu swobody, który nazywamy wewnętrznym zegarem. Wybór wewnętrznego zegara jest dowolny i całkowicie obojętny z punktu widzenia klasycznej fizyki. Jednakże formalizm mechaniki kwantowej zakłada istnienie czasu absolutnego. Powstaje zatem pytanie, czy swobodny wybór zegara można zaimplementować w mechanice kwantowej jako nową symetrię w taki sposób, który zachowuje dotychczasowe przewidywania tej teorii, jednocześnie poszerzając zakres jej stosowalności do układów grawitacyjnych.

Pewna ograniczona weryfikacja eksperymentalna kwantowej teorii grawitacji jest możliwa przy próbach zastosowania jej do wyjaśnienia pochodzenia pierwotnej struktury we Wszechświecie. Obecnie dostępne dane obserwacyjne, szczególnie obserwacje anizotropii w temperaturze relikтового promieniowania mikrofalowego (CMB), stanowią inspirację do proponowania różnych teorii pochodzenia pierwotnej struktury [7–9]. Najszerzej badaną teorią jest teoria inflacji [10, 11], która wyjaśnia pochodzenie pierwotnej struktury procesem wzmocnienia kwantowych fluktuacji próżni podczas krótkiego okresu przyspieszonej ekspansji we wczesnym Wszechświecie, napędzanej przez pole skalarne w potencjale. Teoria inflacji niewątpliwie zawiera elementy kwantowej grawitacji, gdyż wymaga kwantowania zaburzeń pola grawitacyjnego. Jednakże alternatywne teorie pochodzenia struktury, które zakładają, że wzbudzenie niejednorodności zaszło na kwantowym odbiciu tła kosmologicznego, zawierają tych elementów jeszcze więcej, a ich przewidywania mogą być konfrontowane z dostępnymi danymi kosmologicznymi. Do badania alternatywnych teorii skłania fakt, że w świetle ostatnich danych Plancka [12] dominujący paradygmat inflacyjny nie wydaje się aż tak atrakcyjny jak kiedyś [13] (zob. również [14]). Otrzymane dane wyraźnie wskazują na pogłębienie się takich problemów jak problem warunków początkowych, problem fine tuning potencjału inflatonu oraz problem wiecznej inflacji prowadzącej do wieloświata, a więc problemu “nieprzewidywalności” tej teorii. Opisane przeze mnie niżej wyniki nie zawierają nowej teorii pochodzenia pierwotnej struktury, niemniej stanowią podstawę do stworzenia takiej teorii w przyszłości i wyraźnie sugerują kolejne kroki.

Omawiane przeze mnie tutaj prace opierają się na założeniu, że badanie kwantowej natury grawitacji można rozpocząć od prostych, nierzadko rozwiązywalnych układów grawitacyjnych, a następnie otrzymane wyniki uogólnić na coraz bardziej złożone układy. Użyte do badań modele to przede wszystkim znane w OTW modele przestrzennie jednorodne charakteryzujące się różnymi symetriami. Są one klasyfikowane według odpowiednich algebr pól wektorowych Killinga w tzw. typy Bianchi. Te modele są bardzo użytecznym narzędziem do badania sposobów w jakie kwantowe efekty mogą usuwać klasyczne osobliwości.

Różnorodność osobliwości obecnych w tych modelach jest duża: od tych najprostszych w modelach izotropowych, poprzez bardzo silne, anizotropowe w modelach takich jak Bianchi I, po oscylacyjne występujące w modelach Bianchi VIII i IX. Jak pokazuję poniżej, wszystkie te osobliwości można usunąć za pomocą właściwej procedury kwantyzacji, a kwantową dynamikę badać przy użyciu przybliżonych metod analizy. Ponadto, prostota niektórych z tych modeli pozwala na użycie ich do badania problemu czasu poprzez sformułowanie ich kwantowej dynamiki w wielu różnych zegarach, a następnie analizowanie relacji między nimi. Wyniki tego badania prezentuję poniżej wraz z wnioskami o uniwersalnym charakterze, które pozwalają lepiej zrozumieć niektóre z zasadniczych własności kwantowej teorii grawitacji, a jednocześnie w sposób konsystentny interpretować kwantowe modele kosmologiczne. Jak już wspominałem, otrzymane tu kwantowe modele kosmologiczne mogą zostać rozszerzone o zaburzenia jednorodności o niewielkiej amplitudzie i użyte od modelowania ewolucji wczesnego Wszechświata i jego pierwotnej struktury. Poniżej pokazuję jak dodanie tzw. zaburzeń tensorowych umożliwia skorzystanie z wyników obserwacji fal grawitacyjnych do ograniczenia zakresu wolnych parametrów naturalnie pojawiających się w skwantowanych modelach.

Opis otrzymanych wyników zacznę od dość dokładnej definicji klasy badanych modeli (roz. 2). Następnie omówię rozwinięte przeze mnie i moich współpracowników metody kwantowania tych modeli oraz analizy skwantowanej dynamiki. Przedyskutuję przykłady zastosowania tych metod do modeli izotropowych oraz do anizotropowego modelu Bianchi I (roz. 3). Następnie skupię się na opisie kwantowej dynamiki szczególnie istotnego modelu z punktu widzenia OTW, mianowicie modelu wszechświata mixmaster, czyli modelu Bianchi IX (roz. 4). Potem zajmę się omówieniem zagadnienia interpretacji kwantowej dynamiki tych modeli (roz. 5). Na koniec poruszę temat jak potencjalnie obserwowalne w dzisiejszym Wszechświecie konsekwencje zastąpienia klasycznego modelu kosmologicznego poprzez kwantowy model z odbiciem pozwalają ograniczyć wolne parametry występujące w otrzymanych modelach (roz. 6). Zakończę krótkim opisem możliwości rozwinięcia lub zastosowania otrzymanych tu wyników (roz. 7).

2. Modele osobliwości

Badane modele kosmologiczne to modele przestrzennie jednorodne, t.j. takie, które zawierają trzy niezależne przestrzenno-podobne pola wektorowe Killinga ξ_1, ξ_2, ξ_3 [15]. Przyjmujemy je za generatory lewostronnego działania odpowiedniej grupy Liego, które na przestrzennych płatach jest proste i tranzytywne. Pola wektorowe Killinga spełniają algebrę Liego $[\xi_i, \xi_j] = -C_{ij}^k \xi_k$, gdzie stałe struktury C_{ij}^k spełniają tożsamość Jacobiego. Interesuje nas klasa A tych modeli, dla których zachodzi $C_{ij}^k = \epsilon_{ijl} h^{lk}$, gdzie h^{lk} jest macierzą symetryczną. Dalej założymy, że $h^{lk} = \delta^{lk} h^k$ jest diagonalna. Pola wektorowe, które generują lewostronne i prawostronne działanie grupy Liego na płacie, komutują ze sobą, a więc te ostatnie, nazwijmy je e_i , wraz z dualnymi do nich formami, nazwijmy je ω^i , stanowią niezmienniczą ze względu na lewostronne działanie grupy bazę, przy użyciu której wygodnie jest wyrazić przestrzennie jednorodne tensory. Wspomniane pola 1-form spełniają równanie Cartana, $d\omega^k = \frac{1}{2}\epsilon_{ijk} h^k d\omega^i \wedge d\omega^j$. Rozszerzamy dziedzinę pól wektorowych e_i (wraz z ω^i) na całą czasoprzestrzeń i zakładamy, że komutują one z polem wektorowym normalnym do przestrzennych płatów, a przestrzenne komponenty metryki są w tej bazie diagonalne. Innymi słowy, zajmę się diagonalnymi, “z przestrzenią prostopadłą” (hypersurface-orthogonal) modelami Bianchi klasy A. Metryka w tych modelach może być przedstawiona w parame-

tryzacji Misnera,

$$ds^2 = -N^2 dt^2 + e^{2\beta_0+2\beta_\pm} [e^{2\sqrt{3}\beta_-} (\omega^1)^2 + e^{-2\sqrt{3}\beta_-} (\omega^2)^2 + e^{-6\beta_\pm} (\omega^3)^2].$$

Z formalizmu Hamiltonowskiego Arnowitta-Desera-Misnera (ADM) wynika, że grawitacyjny wiąz Hamiltonowski wynosi [16]

$$C_g = \frac{e^{-3\beta_0}}{24} (-p_0^2 + p_+^2 + p_-^2 + 24e^{4\beta_0} V(\beta_\pm)), \quad (\beta_0, \beta_\pm, p_0, p_\pm) \in \mathbb{R}^6,$$

gdzie potencjał anizotropii $V(\beta_\pm)$ zależy stałych struktury h^k , czyli od konkretnego modelu. Więzy wektorowe są tożsamościowo równe zeru. Mamy więc do czynienia z układem mechanicznym opisanym za pomocą jednego więzu, który jest Hamiltonianem. Dynamika powyższych układów kosmologicznych jest osobliwa, gdy $\beta_0 \rightarrow -\infty$, $p_0 e^{-3\beta_0} \rightarrow \pm\infty$.

Z punktu widzenia formalizmu Hamiltonowskiego dynamika generowana w czasie Misnera β_0 jest nieosobliwa w tym sensie, że odpowiedni przepływ Hamiltonowski jest zupełny, a proste przeskalowanie zegara nie może tego zmienić. Oznacza to, że przy tym wyborze zegara osobliwości tych modeli są ukryte lub niedostępne dynamicznie. Osobliwa dynamika Hamiltonowska potrzebuje zegara, który może przyjmować różne wartości w osobliwości, w zależności od przyjętych warunków początkowych. Dlatego do rozpatrywanych modeli dołączam płyn doskonały, który poza rolę dynamiczną odegra również rolę zegara wewnętrznego. Relatywistyczny opis Hamiltonowski płynów został zaproponowany przez B. Schutz [17]. Dla płynów barotropowych o równaniu stanu $p = w\rho$ i dla badanych tu modeli płynowy wiąz Hamiltonowski wynosi

$$C_f = e^{-3w\beta_0} p_T, \quad (T, p_T) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R},$$

gdzie T i p_T są zmiennymi kanonicznymi opisującymi stan płynu. Z twierdzeń Hawkinga-Penrose'a wynika, że dynamika modeli z płynem kosmologicznym o $w > -1/3$ jest osobliwa [2]. W zmiennej płynowej T dynamika jest osobliwa również w tym sensie, że Hamiltonowski przepływ jest niezupełny. W tym przypadku uzasadnione jest przedstawienie osobliwych stanów w przepływie w postaci brzegu przestrzeni fazowej przyjmującego skończone wartości zmiennych kanonicznych. Dlatego wprowadzam nowe zmienne kanoniczne,

$$p = e^{-\frac{3}{2}(1-w)\beta_0} p_0, \quad q = \frac{2}{3(1-w)} e^{\frac{3}{2}(1-w)\beta_0}, \quad (q, p) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}.$$

Fizyczny Hamiltonian generujący dynamikę w zegarze T na zredukowanej przestrzeni fazowej otrzymuje się poprzez rozwiązanie więzu $C_g + C_f = 0$ względem p_T oraz usunięcie pary kanonicznej (T, p_T) z przestrzeni fazowej,

$$H = \frac{1}{24} \left(p^2 - c_1 \frac{p_+^2 + p_-^2}{q^2} - c_2 q^{c_3} V(\beta_\pm) \right),$$

gdzie stałe c_1 , c_2 , c_3 zależą od wyboru płynu. Relacje komutacyjne na zredukowanej przestrzeni fazowej $(q, p, \beta_\pm, p_\pm) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^5$ określa tzw. nawias Diraca, który w tym przypadku zachowuje relacje komutacyjne z początkowej przestrzeni fazowej. Zauważmy, że Hamiltonian fizyczny H posiada standardowy człon kinetyczny w p . Ponadto, w rezultacie opisanej transformacji zmiennych izotropowy sektor przestrzeni fazowej jest półpłaszczyzną, $(q, p) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}$. Zauważmy, że standardowa grupa translacji w pędach i w położeniach,

która na poziomie kwantowym reprezentowana jest za pomocą unitarnej i nieredukowalnej reprezentacji grupy Weyla-Heisenberga (WH), niej jest już symetrią otrzymanej tutaj przestrzeni fazowej, ponieważ translacje w położeniu napotykają barierę w $q = 0$. Ważną ideą w omawianych pracach jest zastąpienie translacji w położeniach za pomocą dylatacji. Translacja w pędach oraz dylatacja generują tzw. grupę afiniczną na prostej. Grupa afiniczna posiada jedną (z dokładnością do znaku) nietrywialną, nieredukowalną unitarną reprezentację na przestrzeni Hilberta. Użycie jej do kwantowania modeli kosmologicznych prowadzi do bardzo ciekawych efektów kwantowych przy jednoczesnym zachowaniu kanonicznej reguły komutacyjnej, która jest paradygmatem fizyki kwantowej.

Poważną część badań nad kwantową dynamiką powyższych modeli wykonałem w czasie dwuletniego pobytu w latach 2014-2016 na Université Paris Diderot w Paryżu współpracując z profesorem tego uniwersytetu Jean-Pierre'em Gazeau oraz z prof. Hervé Bergeron z Université Paris-Sud w Orsay. Są oni znanymi specjalistami od całkowych metod kwantowania oraz stanów koherentnych.

3. Metody kwantowania i analizy

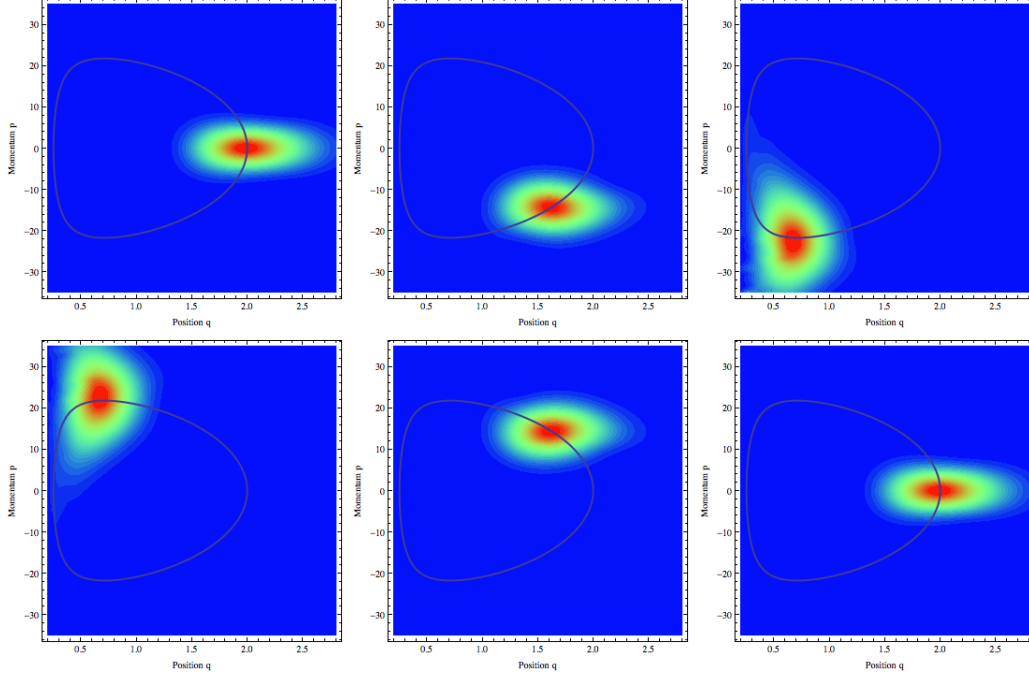
Kwantowanie kanoniczne oparte jest na unitarnej i nieredukowalnej reprezentacji grupy translacji w pędach i położeniach w przestrzeni fazowej \mathbb{R}^2 , t.j. grupy Weyla-Heisenberga. Jednakże, rozważane tutaj modele zawierają zmienne kanoniczne, które stanowią półpłaszczyznę, $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}$. Można ją powiązać z przestrzenią Hilberta złożoną z funkcji całkowalnych w kwadracie na półprostej. Zauważmy, że na takiej przestrzeni Hilberta operator pędu P , który zdefiniowany na prostej jest jednym z generatorów grupy WH, tutaj wskutek istnienia bariery $x = 0$ nie posiada samosprzężonego rozszerzenia. Dlatego przy kwantowaniu posłużymy się grupą afiniczną, która spełnia następujące prawo mnożenia:

$$(q, p) \circ (q', p') = (qq', \frac{p'}{q} + p).$$

Jej unitarna i nieredukowalna reprezentacja jest generowana przez samosprzężone operatory położenia oraz dylatacji na półprostej. W pracy [S2] zastosowaliśmy tę reprezentację do kwantyzacji zmiennych q i p . Do zdefiniowania kwantyzacji użyliśmy stanów koherentnych, czyli ciągłego i nadkompletnego zbioru nieortogonalnych stanów w przestrzeni Hilberta, które rozkładają identyczność. Zostały one skonstruowane w oparciu właśnie o unitarną reprezentację grupy afinicznej, stąd nazywane są afinicznymi stanami koherentnymi,

$$\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R} \ni (q, p) \mapsto \langle x|q, p \rangle := \langle x|U(q, p)|\psi_0 \rangle = \frac{e^{ipx}}{\sqrt{q}} \psi_0 \left(\frac{x}{q} \right) \in \mathcal{H},$$

gdzie $\psi_0(x)$ to tzw. fiducial vector, którego wybór determinuje rodzinę stanów koherentnych otrzymanych przy użyciu unitarnej reprezentacji grupy afinicznej $U(q, p)$. Kwantyzacja oparta o afiniczne stany koherentne $|q, p\rangle$ spełnia naturalne oczekiwania: (1) jest liniowa, (2) funkcji stałej 1 przypisuje identyczność, a (3) obserwabłom rzeczywistym przypisuje operatory symetryczne. Ponadto, (4) pół-ograniczone obserwabły odwzorowuje w pół-ograniczone operatory (o samosprzężonych rozszerzeniach). Z konstrukcji wynika również (5) kowariantność tej kwantyzacji względem grupy afinicznej w takim samym sensie, w jakim kwantowanie kanoniczne (Weyla-Wignera) jest kowariantne względem unitarnej grupy WH, reprezentacji

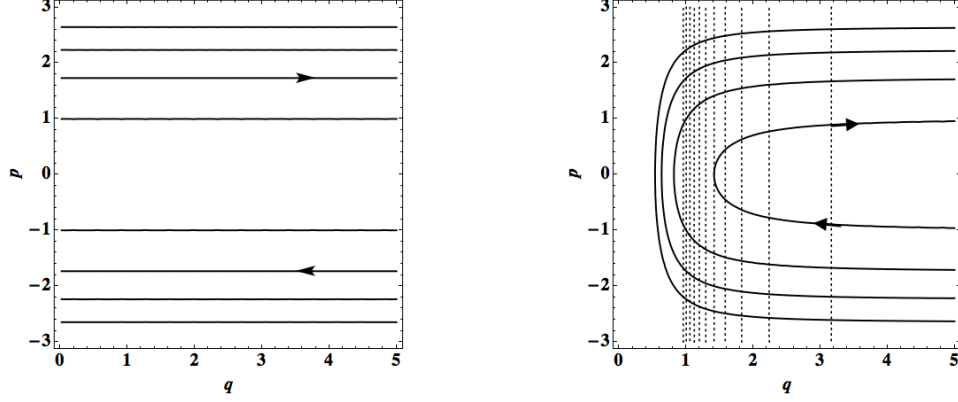


Rysunek 1. Gęstość prawdopodobieństwa w przestrzeni fazowej dla różnych wartości wewnętrznego zegara. Zakresy q i p wynoszą odpowiednio $[0.2, 2.8]$ oraz $[-35, +35]$ i są podane w jednostkach Plancka. Wzrastające wartości gęstości prawdopodobieństwa są przedstawione kolorami od niebieskiego do czerwonego.

grupy translacji na płaszczyźnie. Kwantyzacja oparta o afiniczne stany koherentne elementarnym obserwabliom q i p może przypisać operatory Q i P , które spełniają regułę kanonicznej komutacji.

Istotą proponowanego tutaj podejścia do kwantyzacji jest oparcie jej na ustalonej grupie symetrii, co pozwala na zdefiniowanie nieskończonej liczby odpowiadających danej symetrii map kwantyzacji. W badanym przypadku, swoboda wyboru konkretnej rodziny afinicznych stanów koherentnych poprzez wybór $\psi_0(x)$ pozwala manipulować definicją kwantyzacji, co przekłada się na wielość modeli kwantowych, które można otrzymać z wyjściowego modelu klasycznego. Jak wykazaliśmy, ta swoboda w przypadku kwantowania afinicznymi stanami koherentnymi nie prowadzi do dynamik kwantowych różnych jakościowo, a jedynie ilościowo. A więc wartości parametrów wytwarzanych przez kwantyzację i pojawiających się w kwantowym Hamiltonianie można tak dobrać, aby otrzymana dynamika kwantowa była zgodna z fizyczną intuicją lub, w idealnym przypadku, z dostępnymi danymi obserwacyjnymi. Takie podejście do kwantyzacji układów grawitacyjnych wydaje się bardzo uzasadnione.

Kwantyzacja afiniczna przypisuje członowi kinetycznemu p^2 operator $P^2 + K/Q^2$ na półprostej $x > 0$, gdzie $K > 0$. Czysto kwantowy człon K/Q^2 pełni bardzo ważną rolę w kwantowej dynamice. Po pierwsze, gdy $K > 2/3$ powyższy operator staje się istotnie samosprężony, a generowana przez niego unitarna dynamika jest unikalna. Zatem afiniczna kwantyzacja usuwa tzw. problem warunków brzegowych dla funkcji falowej wszechświata, który pojawia się przy próbie naśladowania kwantyzacji kanonicznej dla przypadku półpłaszczyzny. Po drugie, człon K/Q^2 stanowi potencjał odpychający, który generuje “siłę kwantową” usuwającą osobliwość. Potencjał rośnie nieograniczenie, gdy $Q \rightarrow 0$ i stanowi nieprzekraczalną barierę dla zapadających się geometrii. W rezultacie, kurczący się wszech-



Rysunek 2. Klasyczne (na lewo) oraz semiklasyczne (na prawo) trajektorie w przestrzeni fazowej płaskiego modelu Friedmanna. Klasyczne trajektorie są osobiwe, podczas gdy semiklasyczne trajektorie doznają działania odpychającego potencjału K/q^2 w pobliżu osobiwych stanów geometrii wszechświata, co prowadzi do odbicia. Z dala od osobiwości klasyczne i semiklasyczne trajektorie pokrywają się. Wartości q i p podane są w jednostkach Plancka.

świat odbija się od potencjału dla pewnej wartości Q , by następnie rozpocząć fazę rozszerzania się. Po trzeciej, potencjał K/Q^2 szybko zanika gdy wszechświat się rozszerza i Q rośnie, a więc dynamika z dala od odbicia staje się znowu, w pewnym sensie, klasyczna.

W pracy [S2] zastosowaliśmy afiniczne stany koherentne do kwantowania modeli izotropowych, a następnie do badania ich kwantowej dynamiki. Użyliśmy afinicznych stanów koherentnych do skonstruowania afinicznego odpowiednika tzw. funkcji Husimi'ego. Ta funkcja definiuje rozkład gęstości prawdopodobieństwa na przestrzeni fazowej dla każdego stanu z przestrzeni Hilberta. Na rysunku 1 przedstawiona jest gęstość prawdopodobieństwa w przestrzeni fazowej oraz jej ewolucja wynikająca z kwantowej dynamiki zamkniętego wszechświata Friedmanna. Mimo, że wykreślone rozwiązanie jest nierealistyczne (wartości q i p są podane w jednostkach Plancka), widać na nim wyraźnie odbiciową, bezosobiwą dynamikę tego modelu, która wraz z klasycznym re-kolapsem prowadzi do periodycznej ewolucji.

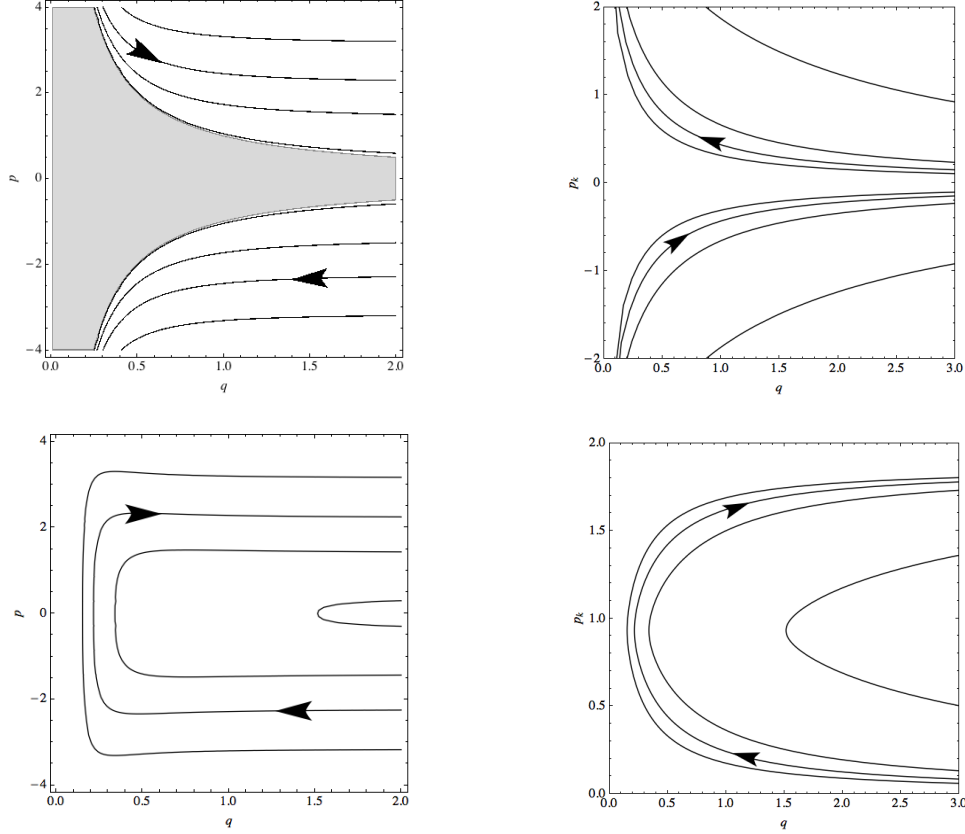
Bardziej uproszczony, lecz niezwykle użyteczny, obraz kwantowej dynamiki można otrzymać dzięki formalizmowi Klaudera [18] przepisanyemu na afiniczne stany koherentne. Formalizm Klaudera ma dwa wymiary: praktyczny, bo pozwala zrozumieć dynamikę kwantową za pomocą klasycznych obserwacji oraz interpretacyjny: ponieważ demonstruje jak wyprować dynamikę klasyczną, ale poprawioną o nieznikającą stałą Plancka \hbar , z dynamiki kwantowej. Opiera się na zasadzie wariacyjnej zastosowanej do tzw. kwantowego działania, która w pełnej przestrzeni Hilberta prowadzi do dokładnych kwantowych równań ruchu. W metodzie Klaudera ogranicza się zasadę wariacyjną do wybranej rodziny stanów koherentnych, czyli niby-klasycznego podzbioru w przestrzeni Hilberta. W ten sposób otrzymujemy równania Hamiltona na przybliżoną dynamikę kwantową na przestrzeni Hilberta,

$$\mathbb{R} \ni T \mapsto |q(T), p(T)\rangle \in \mathcal{H},$$

oraz odpowiadającą jej dynamikę semiklasyczną na przestrzeni fazowej,

$$\mathbb{R} \ni T \mapsto (q(T), p(T)) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}.$$

Na rysunku 2 przedstawione są klasyczne oraz semiklasyczne trajektorie dla płaskiego modelu Friedmanna. W pobliżu osobiwości efekty kwantowe zmieniają dynamikę klasycznie



Rysunek 3. Klasyczne (na górze) oraz semiklasyczne (na dole) trajektorie w przestrzeni fazowej płaskiego modelu Bianchi I. Na lewo klasyczne trajektorie w zmiennych q i p są osobliwe, podczas gdy semiklasyczne trajektorie doznają działania odpychającego potencjału w pobliżu osobliwych stanów geometrii wszechświata, co prowadzi do odbicia. Z dala od osobliwości klasyczne i semiklasyczne trajektorie pokrywają się. Na prawo klasyczne i osobliwe trajektorie w q i p_k zostały zastąpione gładkimi trajektoriami semiklasycznymi. Wszystkie wartości podane są w jednostkach Plancka.

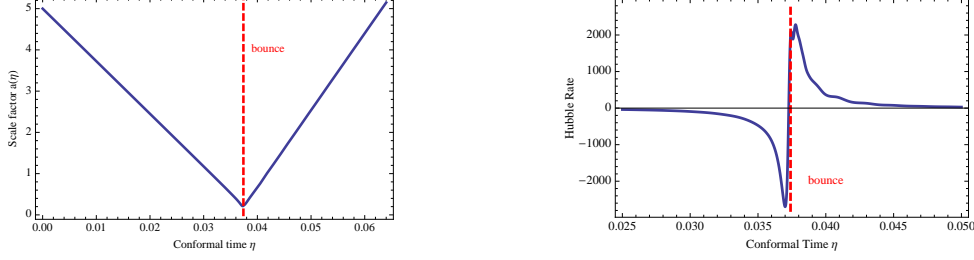
osobliwą w dynamikę odbiciową dzięki odpychającemu potencjałowi K/Q^2 (linie potencjału są wertykalne), natomiast z dala od odbicia widać klasyczne zachowanie układu. Metoda semiklasycznego portretu Klaudera wydaje się mieć ogromny potencjał dla dalszych badań kwantowej dynamiki modeli grawitacyjnych i jest obecnie rozwijana, np. w [19]. Do formalizmu Klaudera dodaje się inne parametry, które opisują zachowanie się nieklasycznych stopni swobody takich jak dyspersje. W rezultacie, dokładną mechanikę kwantową można opisać Hamiltonowskim formalizmem na nieskończenie wymiarowej przestrzeni fazowej. Jednakże dla zastosowań ważna jest możliwość konsystentnej redukcji tego formalizmu do skończenie wymiarowej przestrzeni fazowej składającej się z klasycznych i nieklasycznych stopni swobody. Ten formalizm jest uniwersalny i stosuje się do każdego rodzaju symetrii na przestrzeni fazowej, a tworzony jest głównie z myślą o przyszłych badaniach dynamiki kwantowej najtrudniejszych modeli takich jak Bianchi IX. Jest to kierunek badań, który wyrósł z powyższych rozważań i jest kontynuowany między innymi przez doktoranta mgr. Artura Miroszewskiego w ramach grantu NCN Preludium, który wygrał w 2018r.

W pracy [S4] zastosowaliśmy kwantowanie afiniczne oraz metodę semiklasycznego por-

trętu do anizotropowego, przestrzennie płaskiego modelu Bianchi I. W tym modelu oprócz zmiennych q i p występuje również funkcja kształtu $p_k(\beta_{\pm}, p_{\pm})$, która opisuje ewolucję kształtu przestrzeni. W zależności od warunków początkowych, klasyczna dynamika kończy się jedną z następujących osobliwości: cygarno-podobną, gdy dwa czynniki skali znikają, a trzeci wybucha, lub naleśniko-podobną, gdy dwa czynniki skali są skończone, a trzeci znika. W obu przypadkach, osobliwe zachowanie cechuje zarówno zmienne izotropowe, q i p , jak i funkcję kształtu p_k (zob. rysunek 3). Osobliwość w tym modelu jest bardzo silna, ponieważ generowana jest przez anizotropię, której gęstość energii skaluje się jak a^{-6} . W formalizmie Hamiltonowskim siła osobliwości tego modelu przejawia się tym, że powierzchnie więzu Hamiltonowskiego dla wszechświatów rozszerzających się oraz dla wszechświatów kurczących się są od siebie odseparowane obszarem stanów niefizycznych z kinematycznej przestrzeni fazowej, o niezerowej miarze. Z tego powodu niemożliwe jest najpierw całkowicie zredukować przestrzeni fazowej, a następnie skwantować i otrzymać odbicie, czyli przejście z fazy kurczenia do fazy rozszerzania. Użyte zmienne q , p stanowią półpłaszczyznę i właściwie opisują powierzchnie więzu jak i niefizyczny obszar pomiędzy nimi. Kwantyzacji afiniczna prowadzi do bardzo złożonego kwantowego Hamiltonianu, a więc metoda Klaudera okazuje się tu niezastąpionym narzędziem do badania przybliżonej dynamiki. W obrazie semiklasycznym dynamiki uwidocznione jest jak kwantyzacja afiniczna wygładza powierzchnie więzu w taki sposób, że klasycznie niefizyczne stany stają się dostępne dla dynamiki kwantowej. Wszechświat poruszający się po jednej z powierzchni więzu przechodzi więc gładko na drugą powierzchnię. Dynamika pozbawiona jest osobliwości, która zastąpiona zostaje odbiciem. Została ona przedstawiona na rysunku 3.

4. Model *mixmaster*

Zdecydowanie najważniejszym, ale zarazem najtrudniejszym w analizie jest model Bianchi IX, zwany powszechnie wszechświatem *mixmaster*. Jego znaczenie wynika z faktu, że w przestrzeni modeli jednorodnych jest to model generyczny, w tym sensie, że wszystkie jego stałe struktury h^k są nieznikające. Dla przykładu, w modelu Bianchi I wszystkie stałe struktury są dokładnie równe zero. Ponadto, z powszechnie znanej analizy dynamiki pola grawitacyjnego w pobliżu przestrzenno-podobnej osobliwości, przeprowadzonej przez Belinskigo, Khalatnikova i Lifshitz (BKL), wynika, że asymptotycznie w kierunku osobliwości dynamika zostaje zdominowana przez człony z pochodnymi po czasie [20]. W rezultacie, dynamika w każdym punkcie przestrzeni staje się ultralokalna i identyczna z generycznym modelem typu Bianchi. W związku z tym, zrozumienie dynamiki *mixmastera* wydaje się kluczem do zrozumienia generycznych osobliwości w OTW. Klasyczna analiza dynamiki *mixmastera* jest bardzo trudna i powszechnie uważana za dynamikę chaotyczną [21, 22]. Wszechświat *mixmaster* jest przestrzennie trójsferą, która w czasie kurczenia w chaotyczny i oscylacyjny sposób podlega asferycznym odkształceniom. Można patrzeć na dynamikę tego modelu jak na dynamikę izotropowego wszechświata, który oddziałuje z dwoma sprzężonymi do siebie modami oscylującej w nim nieliniowej fali grawitacyjnej [23]. Zanim wszechświat zapadnie się do osobliwości w skończonym czasie własnym, doznaje nieskończenie wielu oscylacji. Asymptotyczną dynamikę można opisać za pomocą mapy Kasnera, która jest nieskończonym ciągiem następujących po sobie wszechświatów Kasnera połączonych przejściami opisanym przez model Bianchi II [24]. Wszystkie regularne formy materii zostają asymptotycznie zdominowane przez energię fali grawitacyjnej, która napędza kontrakcję.



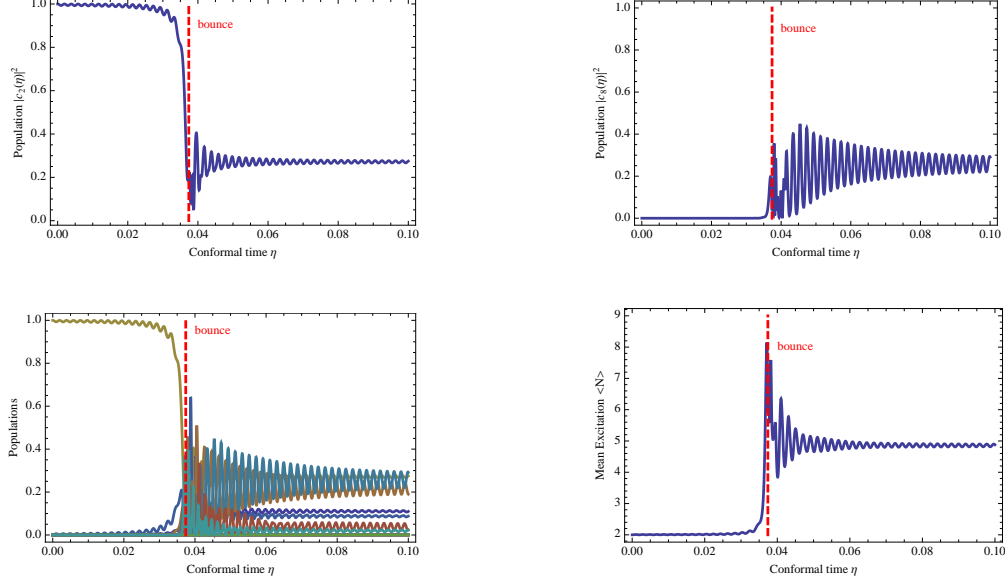
Rysunek 4. Dynamika czynnika skali oraz parametru Hubble’a w lekko nieadiabaticznym odbiciu wszechświata mixmaster.

Badania nad dynamiką kwantową tego modelu zaczęły się od pracy Misnera [25]. Niestety, Misnerowi nie udało się usunąć osobliwości, a sama analiza dynamiki kwantowej była oparta na bardzo prymitywnym przybliżeniu potencjału anizotropii oraz na niejasno przyjętym przybliżeniu adiabaticznym. Wydaje się, że od tamtego czasu nie było przełomu w kwantowych badaniach nad tym modelem. Wyjątkiem być może jest kilka prac poświęconych efektywnej dynamice mixmastera w loop quantum cosmology, których autorzy twierdzą, że osobliwość jest usunięta, choć dynamika w tym podejściu pozostaje bliżej nieznaną [26]. Razem ze współpracownikami rozwinąłem zagadnienie kwantowania i badania kwantowej dynamiki tego modelu w cyklu prac [S5-S9]. Otrzymane wyniki to usunięcie osobliwości i zastąpienie jej odbiciem oraz przybliżony opis dynamiki dający wgląd w bardzo bogatą fizykę odbicia. Szczególnie ten ostatni wynik jest zupełnie niespodziewany i nowatorski.

Do modelu Bianchi IX zastosowaliśmy kwantowanie afiniczne zmiennych izotropowych q i p oraz kwantowanie Weyla-Wignera zmiennych anizotropowych β_{\pm} i p_{\pm} , gdyż te ostatnie tworzą dwie kanoniczne pary na płaszczyznach \mathbb{R}^2 . Otrzymany kwantowy Hamiltonian zawiera nowy człon, który ma postać izotropowego potencjału odpychającego. Porównując zachowanie anizotropii i odpychającego potencjału w granicy małych objętości wykazaliśmy, że kwantowa dynamika usuwa osobliwość. Ponadto, dla dokładniejszego zbadania tej dynamiki skorzystaliśmy z analogii pomiędzy szybko oscylującą anizotropią w stosunkowo wolno ewoluującej izotropowej geometrii, a lekkimi elektronami sprzężonymi z ciężkimi jądrami atomowymi i użyliśmy nowych dla tej dziedziny metod fizyki molekularnej. Są to przede wszystkim przybliżenie adiabaticzne Borna-Oppenheimera i udoskonalona jego wersja Borna-Huanga, a także przybliżenie nieadiabaticzne, tzw. przybliżenie wibronowe.

W pracach [S5,S6] badaliśmy dynamikę odbiciową tego modelu w przybliżeniu adiabaticznym. Założyliśmy, że anizotropia znajduje się w jednym ustalonym stanie własnym w czasie całej ewolucji, a postać i energia tego stanu zależą od objętości wszechświata. Efektywnie stan własny anizotropii oddziałuje z izotropową geometrią tak jak płyn barotropowy, a dynamika przebiega tak jak w modelu Friedmanna. Dokonałiśmy więc identyfikacji kwantowej dynamiki modelu Friedmanna jako adiabaticznego sektora kwantowej dynamiki mixmastera, z tą różnicą, że ta ostatnia zawiera nieznikającą poprawką o energię stanu podstawowego lub innego niskowzbudzonego stanu anizotropii.

W pracy [S7] pokazaliśmy, że odbicie może doprowadzić do załamania się adiabaticzności dynamiki i wzbudzić anizotropowe stopnie swobody. Powstała w ten sposób energia anizotropii musi być równoważona energią izotropowej ekspansji na mocy więzu Hamiltonowskiego. Spodziewamy się więc, że w rezultacie załamania się adiabaticzności na odbiciu, zaraz po odbiciu zachodzi wydłużona faza przyspieszonej ekspansji. Wyznaczyliśmy warunki na załamanie się adiabaticzności przy pomocy tzw. parametru sztywności odbicia, który jest



Rysunek 5. Dynamika populacji stanów własnych anizotropii na odbiciu wszechświata mixmaster. Populacja początkowego stanu $|2\rangle$ maleje na odbiciu, podczas gdy populacje innych stanów własnych są wzbudzone. Przeciętne wzbudzenie wzrasta z $\langle n \rangle = 2$ do $\langle n \rangle \approx 5$.

odwrotnie proporcjonalny do siły kwantowego potencjału odpychającego oraz proporcjonalny do ilości materii i anizotropii w przedodbiciowym wszechświecie. Pokazaliśmy zależność między wielkością tego parametru, a długością wspomnianej fazy inflacyjnej. Co więcej, pokazaliśmy, że dobierając odpowiednio parametr sztywności, możemy otrzymać dowolnie długą fazę poodbiciowej inflacji.

W pracy [S8] opracowaliśmy tzw. przybliżenie wibronowe do opisu nieadiabatyicznego sektora dynamiki mixmastera. Tak jak poprzednio, opis geometrii izotropowej przybliżyliśmy metodą Klaudera, natomiast stanom anizotropii pozwoliliśmy swobodnie ewoluować pod wpływem izotropowej dynamiki wszechświata. W ramach tego podejścia otrzymaliśmy konsystentny układ sprzężonych równań Hamiltona i Schrödingera, który rozwiązaliśmy numerycznie dla kilku prostych przypadków. Na rysunkach 4 oraz 5 przedstawione są wykresy dla jednego lekko nieadiabatyicznego rozwiązania. Widać na nich wyraźnie jak pod wpływem odbicia wzbudzany jest początkowy stan własny anizotropii. Po odbiciu anizotropia jest w superpozycji wielu stanów własnych, przy czym średnia liczba kwantowa wyraźnie wzrasta. Obserwacja zachowania się czynnika skali i parametru Hubble’a pokazuje, że dynamika izotropowych obserwacji nie jest symetryczna względem odbicia, ponieważ po odbiciu czynnik skali nieco szybciej rośnie pod wpływem wzbudzenia energii anizotropii.

Zaprezentowane powyżej wyniki zostały otrzymane w przybliżeniu harmonicznym dla potencjału anizotropowego. Jak pokazaliśmy w pracy [S9] przybliżenie harmoniczne jest poprawne dla dużych objętości i niskich wzbudzeń anizotropii, podczas gdy do małych objętości i wysokich wzbudzeń anizotropii stosuje się tzw. przybliżenie “steep-wall”. Jednakże do wiarygodnego ilościowo opisu otrzymanej dynamiki odbicia potrzebne jest inne przybliżenie, które stosuje się do średnich objętości i średnich wzbudzeń anizotropii. Prace w kierunku ilościowego opisu dynamiki mixmastera trwają. Na przykład w nadchodzącej pracy [27] zaproponowaliśmy przybliżenie potencjału anizotropii za pomocą potencjału Toda.

Główną motywacją do kontynuowania badań nad tym modelem jest to, że otrzymana

poodbiciowa faza przyspieszonej ekspansji jest bardzo obiecująca w kontekście zastosowań kosmologicznych, gdyż faza przyspieszonej ekspansji jest znanym, dobrze przebadanym w modelach inflacyjnych, grawitacyjnym wzmacniaczem pól skalarnych oraz fal grawitacyjnych. Innymi słowy, dynamika kwantowa mixmastera może być użyta w przyszłości do alternatywnego do standardowej inflacji wyjaśnienia pochodzenia pierwotnej struktury we Wszechświecie. W tym celu, po przebadaniu nieadiabatyicznego sektora rozwiązań, w następnym kroku należy rozwinąć teorię kosmologicznych zaburzeń na mixmasterze.

5. *Problem czasu*

Dynamika układów grawitacyjnych w formalizmie Hamiltonowskim jest zadana przez więź Hamiltonowski. Do kwantowania układu z więzłem Hamiltonowskim stosowane są przede wszystkim dwa następujące podejścia: (1) najpierw kwantuje się więź, a następnie wyznacza się jądro odpowiadającego mu kwantowego operatora lub (2) wpierw rozwiązuje się więź i redukuje przestrzeń fazową do tzw. fizycznej przestrzeni fazowej, którą następnie kwantuje się. Podejście (1) to metoda Diraca. Tę metodę musimy uzupełnić o dodatkowy krok, jeśli chcemy wyrazić dynamikę układu kwantowego. Zasadniczo należy przeinterpretować jeden z kwantowych stopni swobody jako klasyczny parametr (tzw. wewnętrzny zegar) oraz odpowiednio przedefiniować iloczyn skalarny na przestrzeni stanów fizycznych. Jeśli stany fizyczne ewoluują unitarnie w danym parametrze, to otrzymujemy zdrowy opis kwantowej ewolucji w tych stanach. Podejście (2) to metoda zredukowanej przestrzeni fazowej. W tej metodzie staramy się od razu wybrać zegar i odpowiedni Hamiltonian na klasycznej powierzchni więzu, przy użyciu których wrażamy ewolucję układu bez więzów. Niezależnie od użytej metody, otrzymana kwantowa dynamika układu grawitacyjnego formalnie przypomina kwantową dynamikę układów bez więzów. Istnieją jednak dwie zasadnicze różnice w interpretacji tych dynamik: (A) Ewolucja układu z więzłem Hamiltonowskim wyrażona jest w wewnętrznym stopniu swobody układu, którego wartość jest istotna dla całkowitej rekonstrukcji stanu tego układu, np. zegarem może być objętość wszechświata; (B) Istnieje wiele dobrych wyborów wewnętrznego zegara, a zatem istnieje wiele zredukowanych opisów dynamik układu z więzłem Hamiltonowskim. Ten ostatni punkt rodzi więc pytanie o związek między ewolucjami tego samego układu w różnych wewnętrznych zegarach. Oczywiście poprawny opis klasyczny powinien dawać tę samą dynamikę niezależnie od wyboru zegara. Jednakże, rezultat kwantowania układu z więzłem Hamiltonowskim będzie zależał od wyboru zegara.

Badanie powyższego zagadnienia wykonałem przede wszystkim w ramach projektu NCN pt. "Problem interpretacji kwantowej grawitacji w badaniach nad początkową osobliwością kosmologiczną", którego byłem kierownikiem w latach 2014-2017. Jestem autorem pomysłu badania oraz najważniejszych wyników, które zostały opublikowane w postaci czterech artykułów jendoautorskich oraz jednego artykułu dwuautorskiego. Ten ostatni powstał w współpracy z mgr. Arturem Miroszewskim, doktorantem Narodowego Centrum Badań Jądrowych, którego jestem promotorem pomocniczym. Tym problemem zainteresowałem się przebywając na stażu naukowym w Pennsylvania State University w State College w grupie prof. Abhaya Ashtekara w latach 2011-2012. Efektem prac wykonanych w tym ośrodku była moja pierwsza praca [S1] poświęcona temu tematowi. Badając kwantowy wszechświat Kasnera znalazłem, że spektrum operatora objętości może być ciągłe lub dyskretne w zależności od wyboru zegara. Główną część badania wykonałem później na kwantowych modelach płaskiego Friedmanna [S2] i Bianchi I [S4], omówionych powyżej.

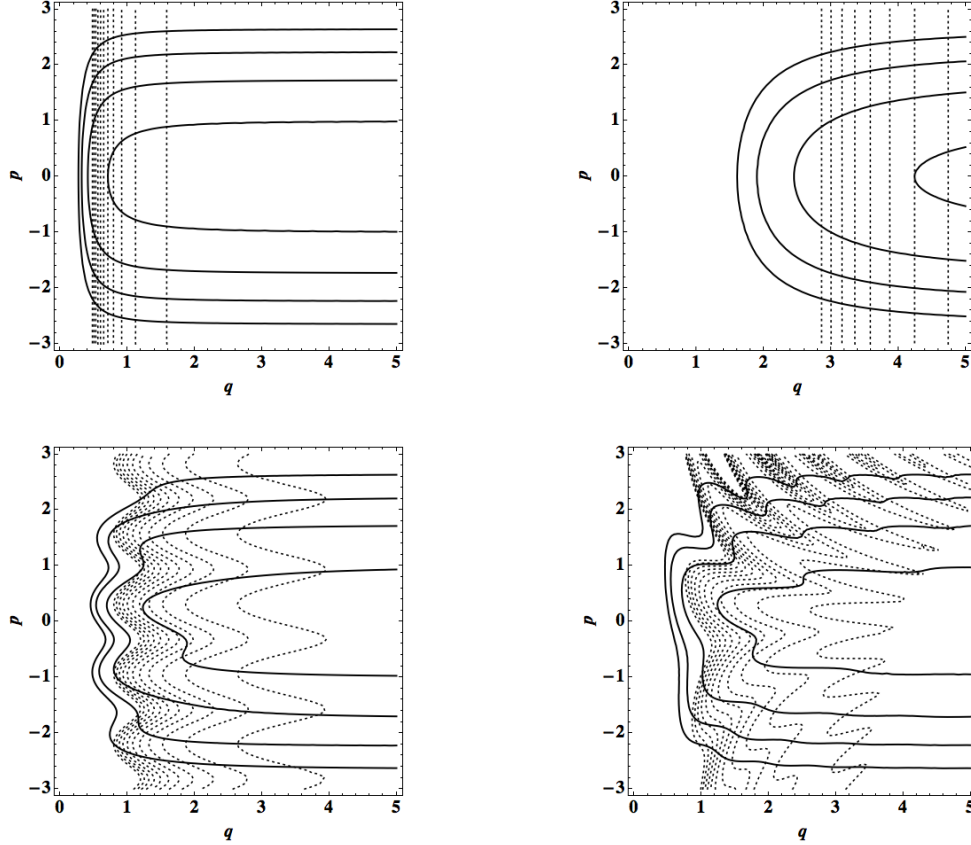
Głównym wynikiem w badaniach nad problemem czasu jest opracowanie [S3] oraz zastosowanie [S11,S12] do modeli kosmologicznych metodologii porównywania dynamik kwantowych opartych na różnych wyborach wewnętrznego zegara. Opracowana metodologia opiera się na rozszerzeniu teorii Hamiltona-Jacobiego transformacji kanonicznych (lub kontakto- wych) do teorii tzw. transformacji pseudo-kanonicznych (lub zegarowych), które pozwalają na zmianę zegara wewnętrznego oraz zawierają transformacje kanoniczne jako podgrupę normalną. Grupa transformacji pseudo-kanonicznych posiada naturalną strukturę wiązki włóknistej nad przestrzenią możliwych zegarów o włóknie złożonym z grupy transformacji kanonicznych. Ta struktura może zostać powiązana ze zbiorem układów współrzędnych na powierzchni więzu, złożonych ze współrzędnej zegarowej oraz współrzędnych kanonicznych. Pokazałem, że istnieje bardzo użyteczna do studiowania w różnych zegarach dynamiki układów całkowalnych pewna rodzina cięć wspomnianej wiązki. Zastosowanie cięcia pozwala zmniejszyć rodzinę badanych układów współrzędnych na więzie do tych, które różnią się zegarem. Przy zadanym wyborze wewnętrznego zegara oraz współrzędnych kanonicznych, zaproponowane cięcie pozwala wyznaczyć dla każdego innego wyboru zegara taki zestaw współrzędnych kanonicznych, w których dynamika układu jest formalnie identyczna z dynamiką w oryginalnym zestawie współrzędnych. Pozwala to uniknąć niezależnego rozwiązywania równań ruchów w każdym zegarze oraz ma istotne znaczenia dla poprawnego zdefiniowania kwantyzacji tych układów (o czym poniżej). To cięcie jest wyznaczalne za pomocą $2n + 1$ relacji algebraicznych pomiędzy nowym a starym układem współrzędnych w modelu o $2n$ - wymiarowej zredukowanej przestrzeni fazowej.

Istotną własnością metodologii jest zagwarantowanie, aby różnice w kwantowej dynamice wyrażonej w różnych zegarach nie wynikały ze znanych niejednoznaczności kwantowania takich jak np. uporządkowanie operatorów, lecz były wyłącznie wynikiem innego wyboru zegara. W tym celu narzuciłem na kwantowanie układu warunek, który mówi, że obserwabliom Diraca (stałym ruchu) są przypisywane operatory na pewnej ustalonej przestrzeni Hilberta w sposób, który nie zależy od wyboru zegara. Okazuje się, że ten warunek ustala całkowicie kwantowanie wszystkich obserwabli dla wszystkich zegarów przy zdefiniowanej kwantyzacji dla obserwabli Diraca w jednym tylko wybranym zegarze.

W pracy [S10] powyższa metodologia została zastosowana do badania kwantowej teorii cząstki swobodnej na prostej. Została zademonstrowana zależność operatorów kwantowych odpowiadających zadanej obserwabli fizycznej (m.in. ich własności spektralnych) od wyboru zegara. Zostały sformułowane postulaty rozszerzonej mechaniki kwantowej, w której wybór zegara jest symetrią, oraz pokazaliśmy, że istnieje pewna granica, w której rozszerzona mechanika kwantowa przechodzi w zwykłą mechanikę kwantową w ustalonym zegarze. Ta ostatnia własność została zademonstrowana dla bardzo prostego przypadku, lecz ze względu na wagę tej własności, w przyszłości powinna ona zostać zademonstrowana dla przypadku ogólniejszego.

W pracy [S11] powyższa metodologia została zastosowana do badania kwantowej dynamiki modelu wszechświata Friedmanna [S2] w różnych zegarach. Do porównania dynamik została użyta metoda obrazów semiklasycznych, tzn. opis dynamiki kwantowej został zredukowany do dynamik wartości oczekiwanych wybranych operatorów. Interpretacja fizyczna tej dynamiki zależała od wyboru zegara i prowadziła do silnych różnic w obszarze, w którym dynamika była zdominowana przez efekty kwantowe, t.j. w pobliżu kwantowego odbicia. Jednocześnie asymptotycznie z dala od tego obszaru, semiklasyczna dynamika wszechświata stawała się klasyczna i nie zależała więcej od wyboru zegara (zob. rysunek 6).

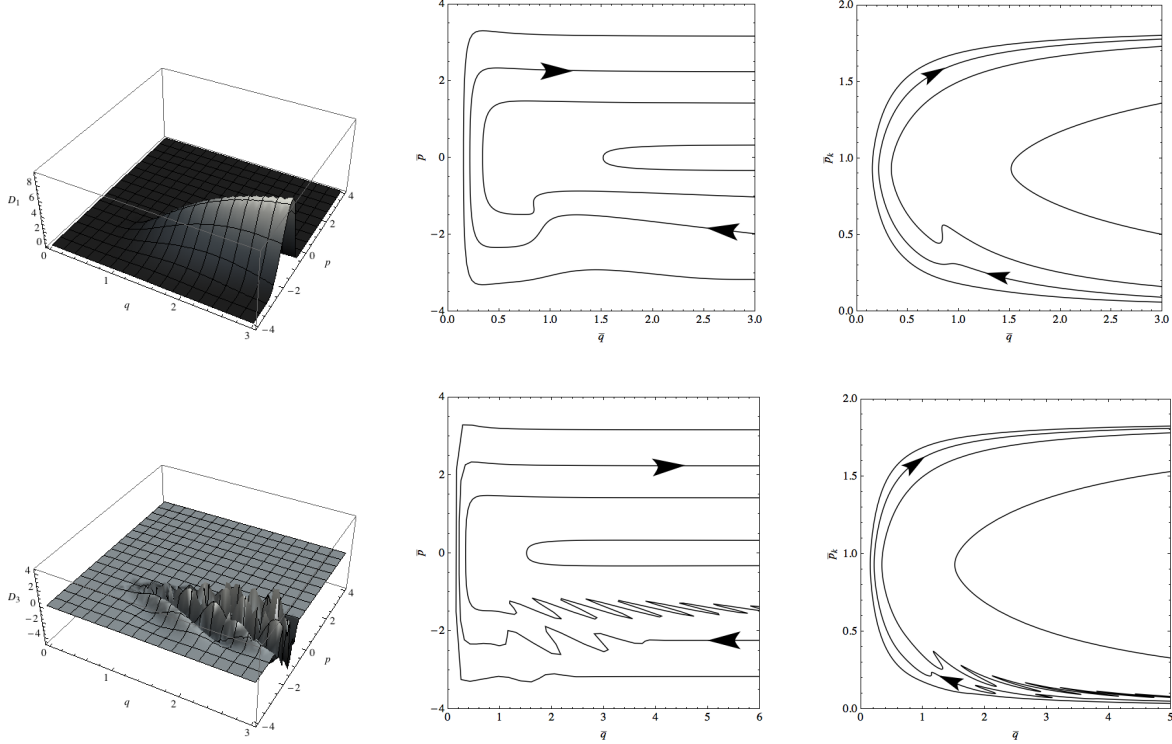
W pracy [S12] powyższa metodologia została zastosowana do badania kwantowej dyna-



Rysunek 6. Portret semiklasyczny kwantowej dynamiki płaskiego modelu Friedmanna w różnych wewnętrznych zegarach i w ustalonych zmiennych izotropowych q oraz p . Widać wyraźnie, że za pomocą transformacji zegarowych można tak zmienić postać poprawki kwantowej (przedstawionej za pomocą zasadniczo wertykalnych, kropkowanych linii), aby zmniejszyć objętość odbicia, zwiększyć objętość odbicia, spowodować wiele odbić, spowodować asymetryczne względem odbicia zachowanie. Porównaj te dynamiki z dynamiką w oryginalnym zegarze na rysunku 2, wartości q i p są podane w jednostkach Plancka.

miki modelu wszechświata Bianchi typu I z płynem kosmologicznym [S4]. Podobnie jak w pracy [S11] została użyta metoda obrazów semiklasycznych, za pomocą której wykryto wiele różnic w kwantowych dynamikach. Co więcej, pokazano, że asymptotyczne stany przeszłe i przyszłe ewoluują klasycznie, a dynamika kwantowa w pobliżu odbicia, mimo, że różna w różnych zegarach, łączy wspomniane stany klasyczne w jednoznaczny sposób (tzn. niezależny od wyboru zegara) (zob. rysunek 7).

W powyższych pracach znacząco poszerzyłem wiedzę na temat kwantowej dynamiki układów z więzem Hamiltonowskim, a w szczególności układów kosmologicznych z kwantowym odbiciem rozwiązującym problem początkowej osobliwości. Wykazałem zależność tej dynamiki od wyboru zegara wewnętrznego. W szczególności, skala odbicia kwantowego, liczba odbić czy spektra dynamicznych operatorów kwantowych zależą od konkretnego wyboru zegara. Wskazałem również, że istnieją przewidywania tej dynamiki, które nie zależą od wyboru zegara i które w związku z tym należy uznać za fizyczne. Mianowicie, jest to relacja dynamiczna pomiędzy stanami asymptotycznymi wszechświata przed i po odbiciu, które są opisane w sposób klasyczny (z założenia przybliżony). Wynika z tego bardzo ważny wniosek,



Rysunek 7. Od lewej: (a) wykres tzw. funkcji opóźnienia D , która definiuje o ile wewnętrzny zegar jest opóźniony względem oryginalnego zegara i zależy od zmiennych izotropowych; (b) dynamika zmiennych izotropowych q i p w nowym zegarze; (c) dynamika funkcji kształtu p_k i objętości q w nowym zegarze. Widać wyraźnie, że transformacje zegarowa prowadzą do zmiany dynamiki kwantowej opisanej za pomocą ustalonych obserwabli, tutaj q , p oraz p_k . Porównaj te dynamiki z dynamiką w oryginalnym zegarze na rysunku 3, wartości q , p oraz p_k są podane w jednostkach Plancka. Ważną cechą tych dynamik jest to, że łączą one te same klasyczne (z dala od odbicia) trajektorie niezależnie od wybranego zegara i zachowania się przy odbiciu łączących je trajektorii.

że idea usunięcia osobliwości początkowej poprzez kwantyzację modeli kosmologicznych prowadzi do fizycznych przewidywań, które są niezależne od wyboru wewnętrznego zegara. Ten wniosek w istotny sposób dopełnia opisane powyżej badania nad rozwiązaniem osobliwości modeli kosmologicznych za pomocą kwantowania.

6. Obserwowalne efekty

Każdy kwantowy model usuwający osobliwość kosmologiczną jest jedynie pewną propozycją, pewnym postulatem modyfikującym ogólną teorię względności, choćby dla pewnej ograniczonej przestrzeni jej rozwiązań. Dlatego ważne jest urealistycznienie tych modeli na tyle, aby móc porównywać ich przewidywania z dostępnymi obecnie bądź spodziewanymi w przyszłości danymi obserwacyjnymi. Dla modeli kosmologicznych takim urealistycznieniem jest rozszerzenie ich o liniowe (i być może wyższego rzędu) zaburzenia pól grawitacyjnych i materialnych, ponieważ obserwacje wskazują, że takim modelem można wiarygodnie opisać wczesny Wszechświat na dużych, kosmologicznych skalach. Dostępne dane obserwacyjne, które mogą ograniczać takie modele, to przede wszystkim pomiary anizotropii mikrofalowego

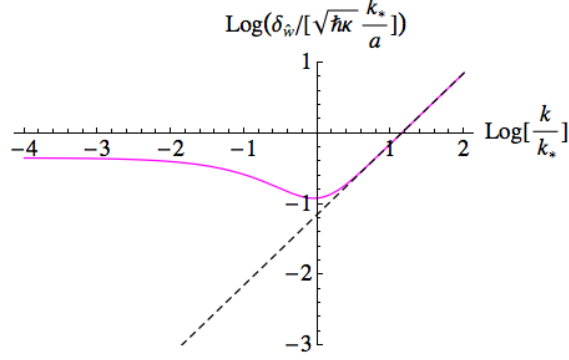
promieniowania relikтового w takich eksperymentach jak misja Plancka [12] oraz ograniczenia na amplitudę fal grawitacyjnych o kosmologicznym pochodzeniu, ale w zupełnie innym zakresie spektrum, wyznaczane w takich eksperymentach jak LIGO [28].

W pracy [S13] wraz ze współpracownikami badałem kwantową dynamikę jednorodnego i izotropowego wszechświata Friedmanna wraz z liniowymi zaburzeniami tensorowymi, czyli falami grawitacyjnymi. Klasyczny model został wyprowadzony w formalizmie ADM poprzez rozwinięcie do pierwszego rzędu więzów wektorowych oraz do drugiego rzędu więzu skalarowego w zaburzeniach tensorowych. W zerowym rzędzie model został zdeparametryzowany dzięki przyjęciu płynu doskonałego za wewnętrzny zegar. Ponieważ zaburzenia tensorowe metryki są niezmiennicze ze względu na infinitezymalne transformacje współrzędnych, więzy w pierwszym rzędzie znikają w tym modelu identycznościowo. Otrzymany formalizm nie posiada więc żadnych więzów, a jego dynamika jest generowana przez nieznikający Hamiltonian fizyczny na zredukowanej przestrzeni fazowej.

Model zaburzeń kosmologicznych na kwantowym modelu tła kosmologicznego można nazwać kwantową teorią pola na kwantowej czasoprzestrzeni [29]. Ta teoria jest tworzona przede wszystkim z myślą o uzupełnianiu paradygmatu inflacyjnego o przedinflacyjną fazę kwantowej grawitacji bądź z myślą o tworzeniu alternatywnej do inflacji teorii pochodzenia pierwotnej struktury we Wszechświecie. W omawianej pracy [S13] zaproponowaliśmy nowe podejście do tej teorii w oparciu o zasadę wariacyjną. Kwantowa dynamika tła kosmologicznego, czyli wszechświata Friedmanna wypełnionego płynem doskonałym, została w przybliżony sposób opisana przy użyciu stanów koherentnych, natomiast dynamika skwantowanego zaburzenia tensorowego została sprzężona z tłem kosmologicznym i standardowo wyrażona w obrazie Heisenberga. Otrzymany z zasady wariacyjnej układ równań dynamicznych stanowią równania Hamiltona na tło kosmologiczne oraz sprzężone do nich równanie falowe na amplitudę zaburzenia pola grawitacyjnego.

Kwantowa dynamika tła kosmologicznego, która została otrzymana w pracy [S2], przy małych objętościach zostaje zdominowana przez kwantowy potencjał odpychający, co prowadzi do zatrzymania kontrakcji, odbicia i nowej fazy ekspansji. Kwantowa faza odbicia jest bardzo gwałtowna i może wzbudzać pola kwantowe wypełniające wszechświat. W pracy wykonaliśmy obliczenia końcowej amplitudy fal grawitacyjnych przy założeniu, że fale były początkowo, t.j. w fazie kontrakcji daleko przed odbiciem, w stanie kwantowej próżni. Ponieważ to siła potencjału odpychającego decyduje o gwałtowności odbicia, a zatem i wielkości wzbudzenia fal grawitacyjnych, otrzymaliśmy wielkość amplitudy fal grawitacyjnych w funkcji długości fali oraz właśnie siły potencjału odpychającego (zob. rysunek 8). Otrzymany wynik został porównany z obecnie znanymi ograniczeniami na wielkość amplitudy z pomiarów CMB przez satelitę Plancka oraz z pomiarów dokonanych przy użyciu naziemnych interferometrów LIGO. Pozwoliło to na ograniczenie z dołu wielkości potencjału odpychającego, a zatem skali energetycznej i gwałtowności kwantowego odbicia (w rozważanym zegarze). W połączeniu z ograniczeniem wielkości potencjału z góry wyznaczonym w pracy [S2] w oparciu o kosmografię [30], zdobyliśmy wiedzę na temat dozwolonego zakresu wielkości kwantowej poprawki.

Praca [S13] stanowi bardzo ważną demonstrację tego, że propozycje kwantowego rozwiązania problemu początkowej osobliwości poprzez fazę odbicia można testować lub ograniczać obserwacyjnie i zawężać wartości występujących w nich parametrów. Zasadniczą cechą pozwalającą na dopasowanie kwantowego modelu do danych obserwacyjnych jest podejście do kwantyzacji, które dopuszcza wiele swobody przy definiowaniu kwantowego modelu. Według mojej wiedzy, żadne inne z dotychczasowych podejść do kwantowania modeli kosmologicz-



Rysunek 8. Zależność amplitudy wzbudzonych przez odbicie pierwotnych fal grawitacyjnych δ_w w funkcji liczby falowej k oraz parametru skali odbicia k_* . Dla dostatecznie długich zaburzeń, amplituda staje się niezależna od skali. Linia przerywana to amplituda obliczona dla fal w stanie próżni.

nych nie cechuje się taką swobodą jak to przedstawione tutaj. W przyszłości otrzymany tutaj wynik będzie rozszerzony przez dodanie do modelu zaburzeń skalarnych. Wyniki tych obliczeń pozwolą jeszcze silniej ograniczyć ten model dzięki porównaniu go z wyznaczonym z obserwacji CMB spektrum amplitudy pierwotnych zaburzeń gęstości.

7. Perspektywy

Powyżej omówiłem główne elementy osiągnięcia naukowego, na podstawie którego ubiegam się o nadanie stopnia doktora habilitowanego. Uzyskane wyniki stanowią podstawę do dalszych badań, a także do ich zastosowania do wyjaśnienia dostępnych lub oczekiwanych w przyszłości danych kosmologicznych. Pewne otwarte problemy zostały już zasygnalizowane w głównej części tego opisu i wiele z nich będzie na pewno rozwiązywane w przyszłości. Niemniej, chcę podkreślić, że najważniejszym celem dla przyszłych badań wydaje się być próba zbudowania konsystentnego scenariusza ewolucji kosmologicznej w oparciu o kwantowy model wszechświata mixmaster i jego nieadiabaticzną dynamikę, która zawiera wydłużoną poodbiciową fazę przyspieszonej ekspansji. Pierwszym krokiem będzie dokładne zbadanie tej dynamiki, zarówno w izotropowych jak i anizotropowych stopniach swobody, a proponowaną tu metodą jest metoda Klaudera rozszerzona o nieklasyczne stopnie swobody. Pierwsze wyniki dotyczące takiego rozszerzenia zostały już otrzymane w [19]. Kolejnym krokiem będzie rozszerzenie tego modelu o liniowe zaburzenia, które zostaną użyte do wyjaśnienia pochodzenia pierwotnych struktur we wczesnym ekspandującym Wszechświecie, a których postać dzięki takim obserwacjom jak misja Plancka jest obecnie znana z zadziwiającą wręcz dokładnością. Spodziewane wkrótce nowe dane dotyczące polaryzacji (szczególnie typu B) promieniowania relikтового [31] mogą w sposób istotny poszerzyć naszą wiedzę o pierwotnej strukturze i będą stanowiły kolejny test dla teorii wyjaśniających jej pochodzenie. Warto powtórzyć, że w wyniku ostatnich danych Plancka nastąpiło pogłębienie znanych już wcześniej, poważnych problemów dominującego paradygmatu inflacyjnego opartego o pole skalarnie [13]. W tym świetle teoria oparta o nieadiabaticzną dynamikę mixmastera jest nową i obiecującą propozycją alternatywą do teorii inflacji, być może wolną od jej problemów.

V. OMÓWIENIE POZOSTAŁYCH OSIĄGNIĘĆ NAUKOWO-BADAWCZYCH

A. Pozostałe publikacje (po otrzymaniu tytułu doktora)

- P1:** P Dzierzak, J Jezierski, P Małkiewicz, W Piechocki, The minimum length problem of loop quantum cosmology, *Acta Phys. Polon.* B41 (2010) 717-726
- P2:** P Dzierzak, P Małkiewicz, W Piechocki, Turning Big Bang into Big Bounce: I. Classical Dynamics, *Phys. Rev. D*80 (2009) 104001
- P3:** P Małkiewicz, W Piechocki, Turning big bang into big bounce: II. Quantum dynamics, *Class. Quantum Grav.* 29 (2011) 075008
- P4:** P Małkiewicz, W Piechocki, P Dzierzak, Bianchi I model in terms of nonstandard loop quantum cosmology: Quantum dynamics, *Class. Quantum Grav.* 28 (2011) 085020
- P5:** H Bergeron, O Hrycyna, P Małkiewicz, W Piechocki, Quantum theory of the Bianchi II model, *Phys. Rev. D* 90 (2014) 044041

W pracy doktorskiej zajmowałem się badaniem klasycznej i kwantowej propagacji obiektów rozciągniętych (tzw. „p-bran”) w osobliwej klasycznej czasoprzestrzeni [32]. Po zakończeniu pracy w tej tematyce zająłem się problemem kwantyzacji modeli kosmologicznych. W moich pierwszych pracach poświęconych temu tematowi badałem nowe w tamtym czasie rozwiązanie osobliwości kosmologicznej otrzymane w loop quantum cosmology. Zastosowany tam schemat kwantyzacji skończenie wymiarowych modeli został stworzony na podobieństwo pełnej teorii, loop quantum gravity. Zmienne Ashtekara, koneksja oraz (ważona gęstością) triada, zostały zastąpione holonomiami oraz strumieniami, których algebra została zareprezentowana na nieośrodkowej przestrzeni Hilberta funkcji prawie periodycznych. Postulat minimalnej powierzchni zawęży początkową przestrzeń do przestrzeni ośrodkowej, na której zachodzi dynamika wyznaczona równaniem kwantowego więzu Hamiltonowskiego. Co istotne, założenie istnienia minimalnej powierzchni prowadzi do przewidywania, że spektrum operatora powierzchni jest dyskretne. Dyskusję tego podejścia do kwantowania modeli kosmologicznych zawarłem w pracy [P1]. Idea, na której opierały się moje kolejne prace w tej tematyce [P2-P4], polegała na założeniu istnienia minimalnej powierzchni w klasycznym formalizmie, rozwiązaniu otrzymanego w ten sposób więzu Hamiltonowskiego, a następnie jego kanonicznym skwantowaniu. Takie podejście można nazwać podejściem przez zredukowaną przestrzeń fazową. Okazuje się, że w ten sposób można dość łatwo odtworzyć dwa główne wyniki loop quantum cosmology, mianowicie istnienie dyskretnego spektrum operatora powierzchni oraz zastąpienie osobliwości początkowej kwantowym odbiciem. Jednakże w tym podejściu wszystkie obliczenia są wyraźnie prostsze. W pracy [P2] przygotowałem model klasyczny wszechświata Friedmanna do kanonicznego kwantowania w podejściu pętlowym przez zredukowaną przestrzeń fazową. Następnie skwantowałem ten model, wyznaczyłem jego kwantową dynamikę oraz spektrum operatora powierzchni w pracy [P3]. Praca [P4] dotyczy tego samego podejścia do modelu Bianchi I. Te prace są o tyle interesujące, że stanowią pierwszą próbę rozszerzenia możliwych podejść w ramach loop quantum cosmology. Następną taką próbę podjął A. Ashtekar i jego współpracownicy poprzez użycie całki po trajektoriach. Moje podejście było kontynuowane m.in. przez dr. Piotra Dzierzaka.

W pracy [P5] badałem dynamikę kwantową modelu Bianchi typu II skwantowanego kanonicznie. Znaczenie tego modelu wynika z roli jaką odgrywa on w opisie asymptotycznej klasycznej dynamiki modelu Bianchi typu IX. Ten ostatni stanowi podstawę naszego rozumienia

generycznej, oscylacyjnej dynamiki pola grawitacyjnego w pobliżu przestrzenno-podobnej osobliwości. Oscylacyjną dynamikę modelu Bianchi typu IX przybliża się za pomocą nieskończonego ciągu złożonego ze wszechświatów Kasnera, a regułę przejścia między kolejnymi wszechświatami-elementami tego ciągu wyznacza się właśnie z rozwiązań próżniowego modelu Bianchi typu II. Celem pracy nie było rozwiązanie osobliwości początkowej w badanym modelu, lecz zaproponowanie kwantowej wersji mapy Kasnera w oparciu o kwantowe poprawki do dynamiki przejścia z jednego “Kasnera” do drugiego. W tym celu wyznaczyliśmy macierz rozpraszania dla kwantowej dynamiki Bianchi typu II, której stany asymptotyczne stanowią kwantowe wszechświaty Kasnera i otrzymaliśmy pewną modyfikację mapy Kasnera. Dzięki użyciu macierzy rozpraszania wyeliminowaliśmy czas z formalizmu kwantowego. Ta praca miała stanowić pierwszy krok do kwantowania dynamiki modelu Bianchi IX. Podobne podejście do dynamiki Bianchi IX jest obecnie stosowane w loop quantum cosmology [33]. Ostatecznie porzuciłem ten program na rzecz badania kwantyzacji afinicznej modeli kosmologicznych.

VI. LITERATURA

-
- [1] S. W. Hawking and R. Penrose. The Singularities of gravitational collapse and cosmology. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A314:529–548, 1970.
 - [2] S. W. Hawking and G. F. R. Ellis. *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press, 2011.
 - [3] Abhay Ashtekar and Jerzy Lewandowski. Background independent quantum gravity: A Status report. *Class. Quant. Grav.*, 21:R53, 2004.
 - [4] Jan Ambjorn, Daniel Coumbe, Jakub Gizbert-Studnicki, and Jerzy Jurkiewicz. Recent results in CDT quantum gravity. In *Proceedings, 14th Marcel Grossmann Meeting on Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics, and Relativistic Field Theories (MG14): Rome, Italy, July 12-18, 2015*, volume 4, pages 3891–3896, 2017.
 - [5] C. J. Isham. Canonical quantum gravity and the problem of time. In *19th International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics (GROUPE 19) Salamanca, Spain, June 29-July 5, 1992*, pages 0157–288, 1992. [,157(1992)].
 - [6] K. V. Kuchar. Time and interpretations of quantum gravity. *Int. J. Mod. Phys.*, D20:3–86, 2011.
 - [7] Robert H. Brandenberger. Cosmology of the Very Early Universe. *AIP Conf. Proc.*, 1268:3–70, 2010.
 - [8] Robert Brandenberger and Patrick Peter. Bouncing Cosmologies: Progress and Problems. *Found. Phys.*, 47(6):797–850, 2017.
 - [9] Patrick Peter and Nelson Pinto-Neto. Cosmology without inflation. *Phys. Rev.*, D78:063506, 2008.
 - [10] Alan H. Guth. The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems. *Phys. Rev.*, D23:347–356, 1981.
 - [11] Viatcheslav F. Mukhanov. Cosmological perturbations from inflation. *J. Phys.*, A40:6561–6572, 2007.

- [12] P. A. R. Ade et al. Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation. *Astron. Astrophys.*, 594:A20, 2016.
- [13] Anna Ijjas, Paul J. Steinhardt, and Abraham Loeb. Inflationary paradigm in trouble after Planck2013. *Phys. Lett.*, B723:261–266, 2013.
- [14] Alan H. Guth, David I. Kaiser, and Yasunori Nomura. Inflationary paradigm after Planck 2013. *Phys. Lett.*, B733:112–119, 2014.
- [15] M. P. Ryan and L. C. Shepley. *Homogeneous Relativistic Cosmologies*. 1975.
- [16] Charles W. Misner. Minisuperspace. In *Magic Without Magic - J. A. Wheeler 60th Anniversary Volume*, 1972.
- [17] Bernard F. Schutz. Hamiltonian Theory of a Relativistic Perfect Fluid. *Phys. Rev.*, D4:3559–3566, 1971.
- [18] J. R Klauder. Continuous-Representation Theory. II. Generalized Relation between Quantum and Classical Dynamics. *J. Math. Phys.*, 4:1058–1073, 1963.
- [19] Przemyslaw Malkiewicz, Artur Miroszewski, and Hervé Bergeron. Quantum phase space trajectories with application to quantum cosmology. 2017.
- [20] Vladimir A. Belinski. On the cosmological singularity. 2014. [Int. J. Mod. Phys.D23,1430016(2014)].
- [21] Neil J. Cornish and Janna J. Levin. The Mixmaster universe is chaotic. *Phys. Rev. Lett.*, 78:998–1001, 1997.
- [22] A. E. Motter and P. S. Letelier. Mixmaster chaos. *Phys. Lett.*, A285:127–131, 2001.
- [23] D. H. King. Gravity wave insights to Bianchi type IX universes. *Phys. Rev.*, D44:2356–2368, 1991.
- [24] J. Mark Heinzle and Claes Uggla. A New proof of the Bianchi type IX attractor theorem. *Class. Quant. Grav.*, 26:075015, 2009.
- [25] Charles W. Misner. Quantum cosmology. 1. *Phys. Rev.*, 186:1319–1327, 1969.
- [26] Edward Wilson-Ewing. Loop quantum cosmology of Bianchi type IX models. *Phys. Rev.*, D82:043508, 2010.
- [27] H. Bergeron, E. Czuchry, J. P. Gazeau, and P. Malkiewicz. Integrable Toda system as a novel approximation to the anisotropy of Mixmaster. 2018.
- [28] Benjamin P. Abbott et al. Upper Limits on the Stochastic Gravitational-Wave Background from Advanced LIGO's First Observing Run. *Phys. Rev. Lett.*, 118(12):121101, 2017. [Erratum: *Phys. Rev. Lett.* 119, no. 2, 029901 (2017)].
- [29] Abhay Ashtekar, Wojciech Kaminski, and Jerzy Lewandowski. Quantum field theory on a cosmological, quantum space-time. *Phys. Rev.*, D79:064030, 2009.
- [30] Marek Szydlowski, Włodzimierz Godłowski, and Tomasz Stachowiak. Testing and selection of cosmological models with $(1+z)^6$ corrections. *Phys. Rev.*, D77:043530, 2008.
- [31] F. R. Bouchet et al. CoRE: Cosmic Origins Explorer - A White Paper. 2015.
- [32] Przemyslaw Malkiewicz. *Modelling cosmological singularity with compactified Milne space*. PhD thesis, Warsaw, Inst. Nucl. Studies, 2009.
- [33] Edward Wilson-Ewing. The loop quantum cosmology bounce as a Kasner transition. *Class. Quant. Grav.*, 35(6):065005, 2018.

Przemysław Malkiewicz
15/06/2018