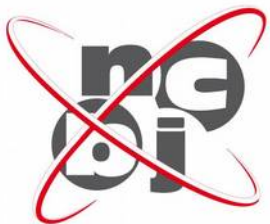


Symulacje zjawisk kwantowych przypadek po przypadku z wykorzystaniem modelu zdarzeń

Roman Shopa

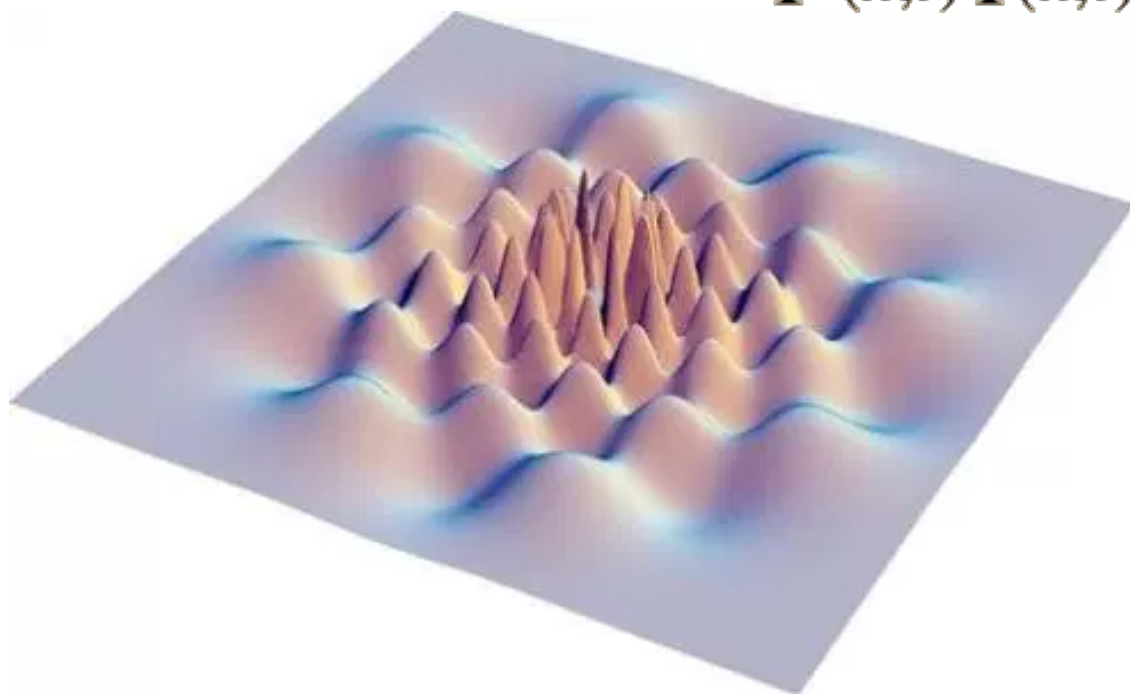


Mechanika kwantowa

Prawdopodobieństwo / funkcja falowa → *STATYSTYKA*

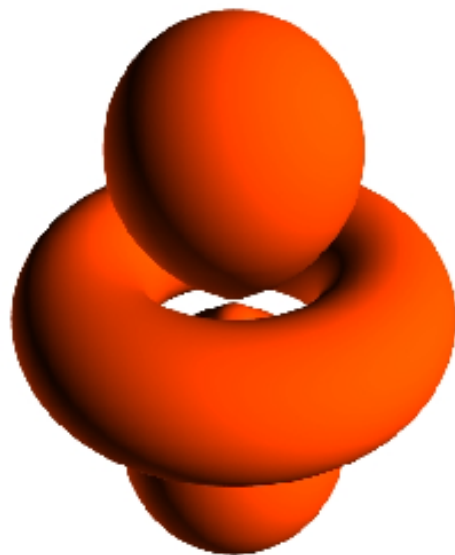
$\Psi(x,t)$ = single-valued probability amplitude at (x,t)

$\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)$ = probability of finding particle at x at time t
provided the wavefunction is normalized.



Mechanika kwantowa

Teoria

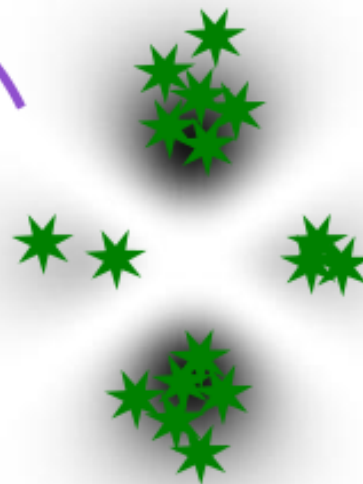
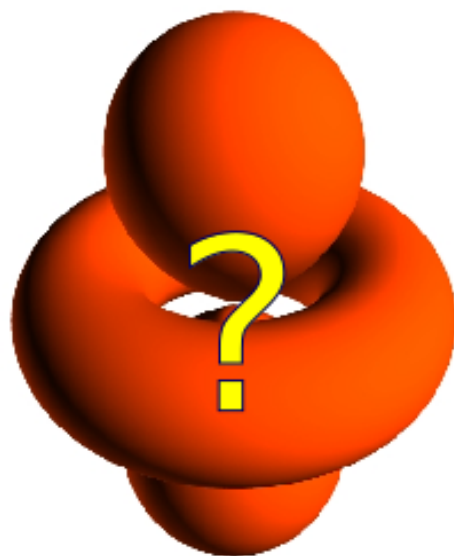


Pomiary

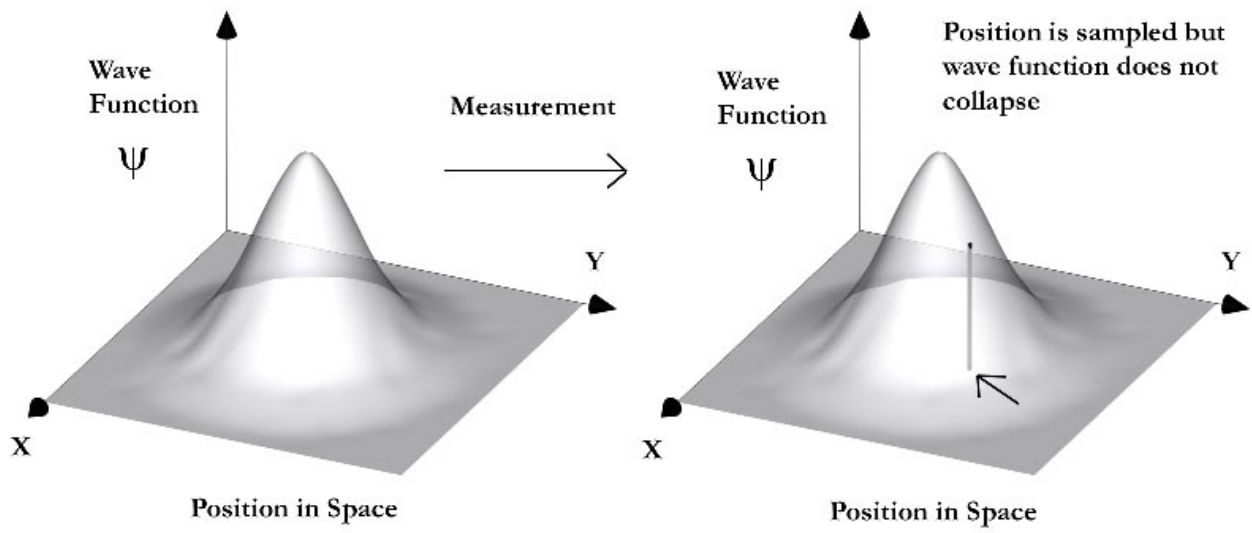


Mechanika kwantowa

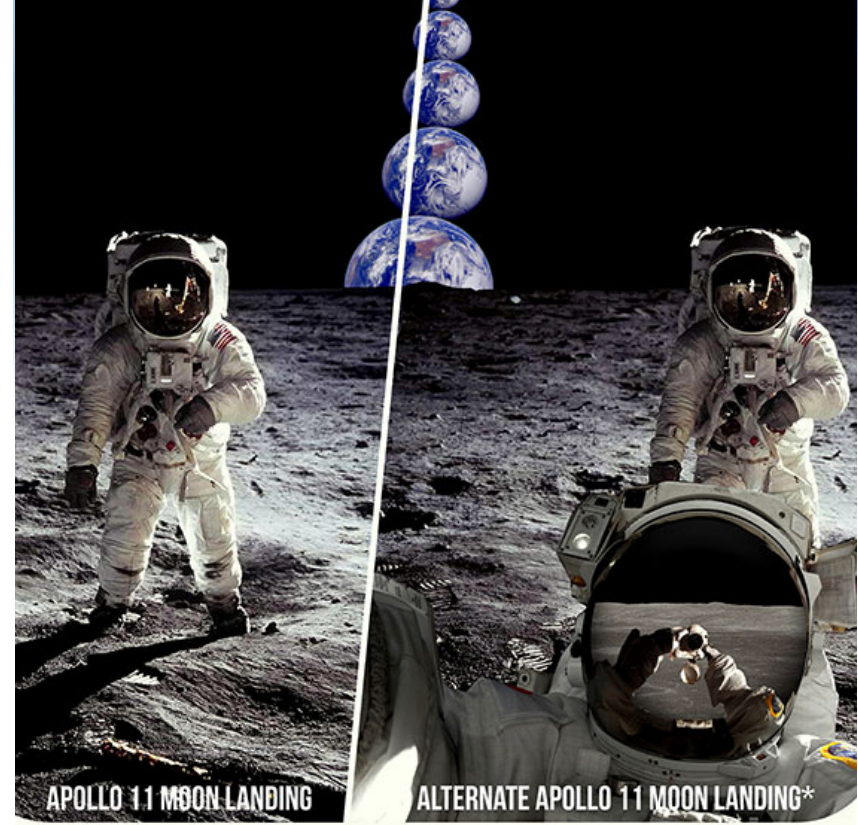
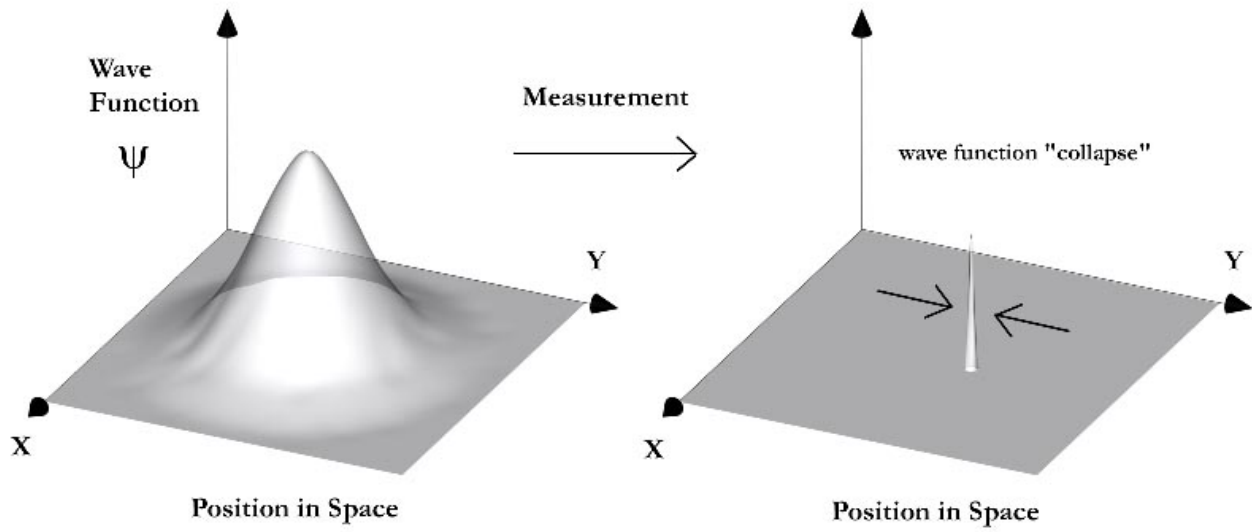
wielu pomiarów \rightarrow wielu liczb \rightarrow forma rozkładu, amplitudy
wiarygodności/funkcji falowej



The Many Worlds Interpretation:

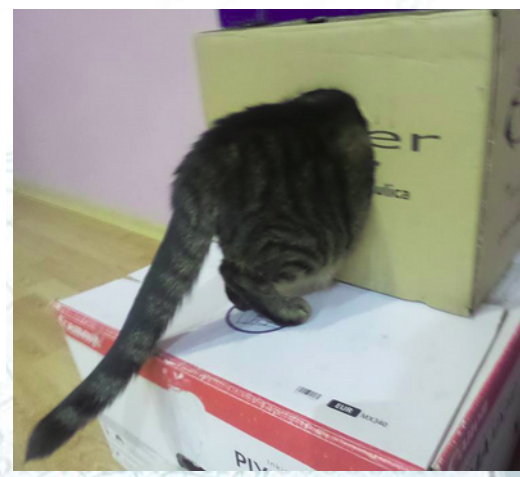


The Copenhagen Interpretation:

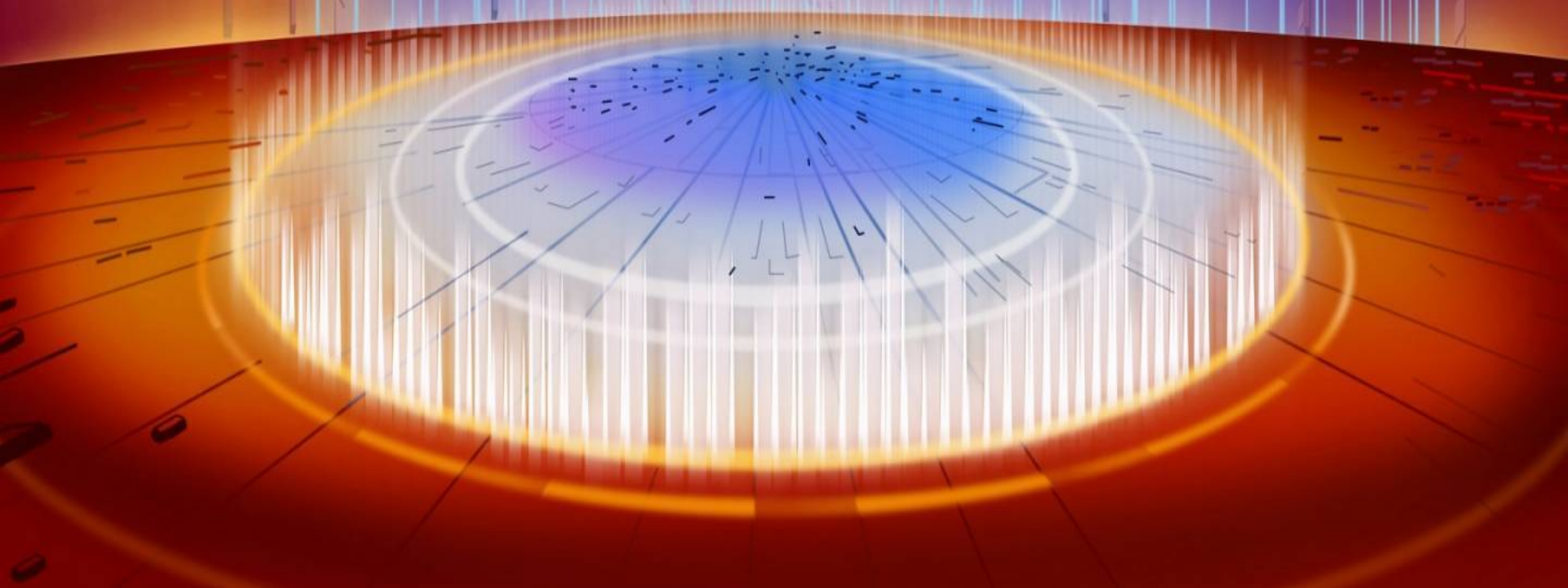


PARALLEL UNIVERSE • MULTIVERSE • RELATIVE STATE FORMULATION • THE EVERETT INTERPRETATION

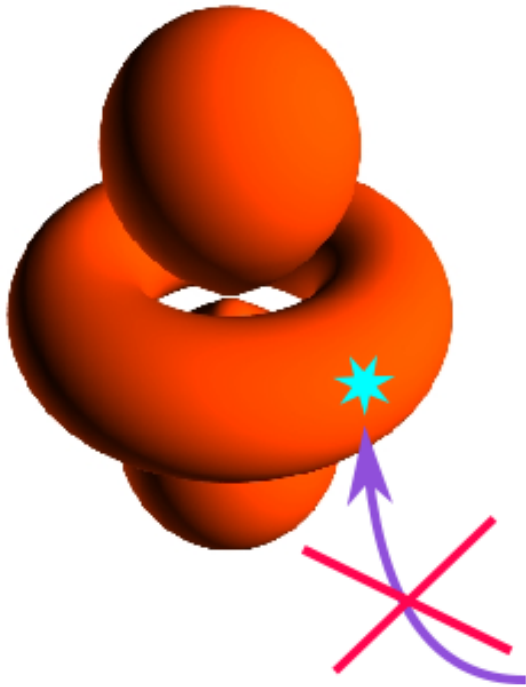
MANY-WORLDS INTERPRETATION



czy można zmodelować pojedyncze
zdarzenie?



Pojedyncze zdarzenie (bez kolapsu)



niemożliwe do reprodukcji w sposób analityczny!

Inny model? Jaka podstawa?

- Rozwiązanie analityczne czy odtwarzanie statystyki?

$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi = -i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

- Czy możliwa symulacja złożonych zjawisk kwantowych?

- Czy taka symulacja będzie odpowiadać dwóm interpretacjom?



Problem – zrealizować algorytm pojedynczych zdarzeń na MASZYNIE, dla reprodukcji rozkładu statystycznego BEZ jego bezpośredniego używania (otrzymanego analitycznie lub w skutku pomiarów)

Czy można używać innej statystyki? - Tak!

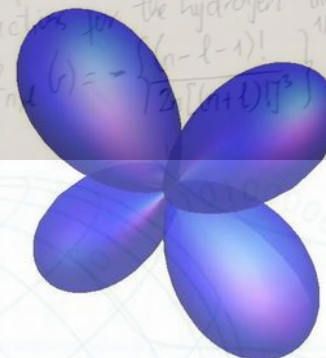
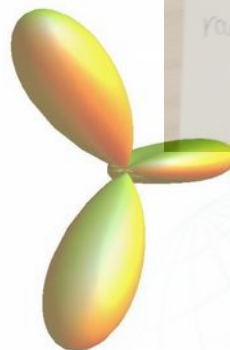
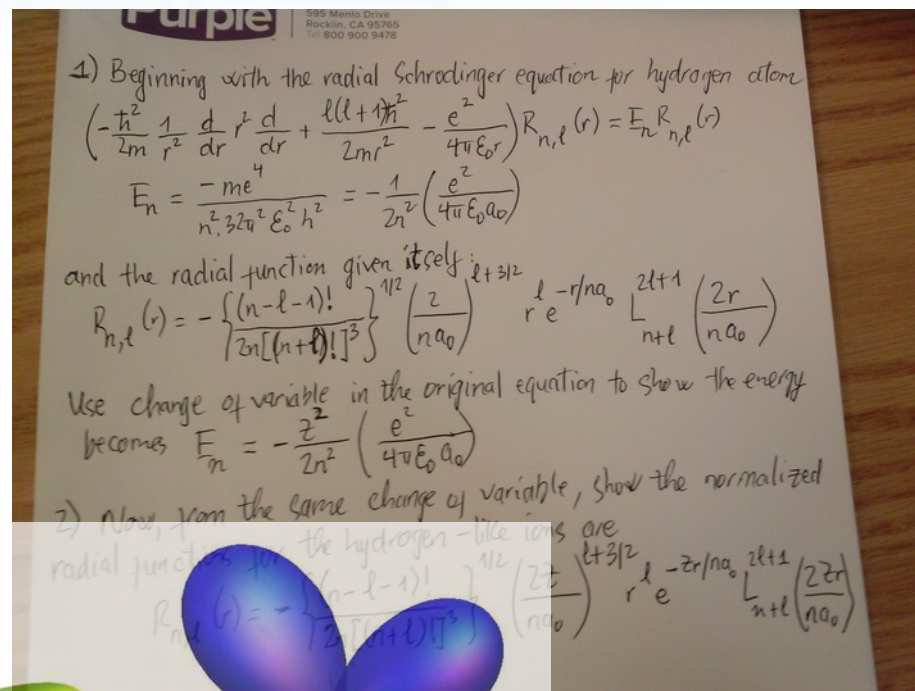
*Czym jest MASZYNA? - urządzenie, które zmienia **s t a n** wewnętrzny.*

*Czym jest **zdarzenie** ("event" po angielsku)? - ???*



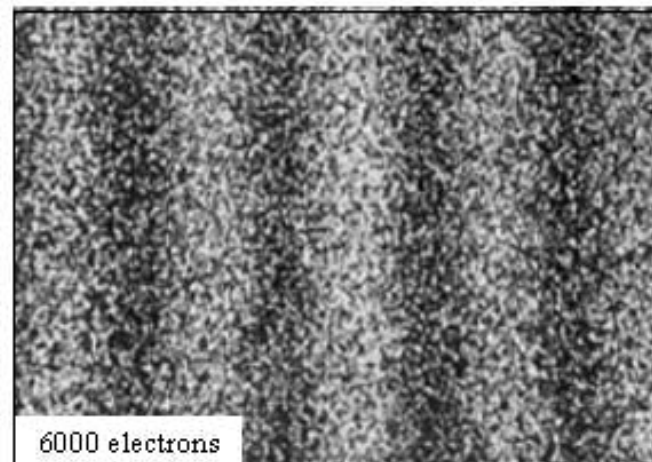
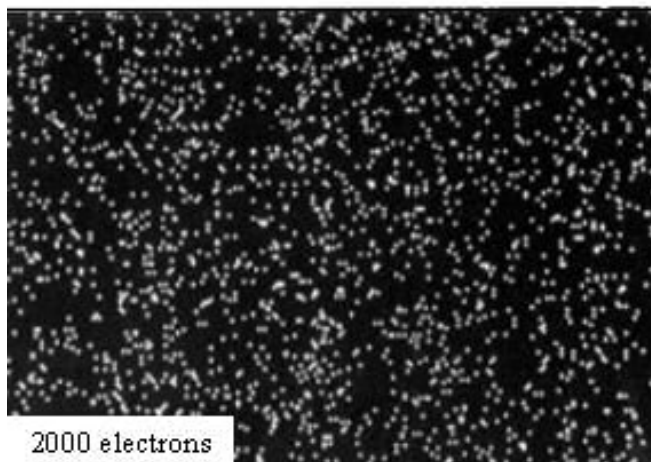
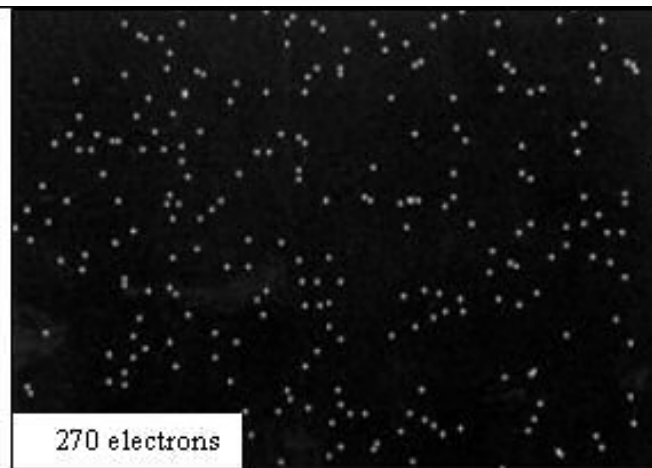
Co mamy odtworzyć?

Analityczne rozwiązanie?



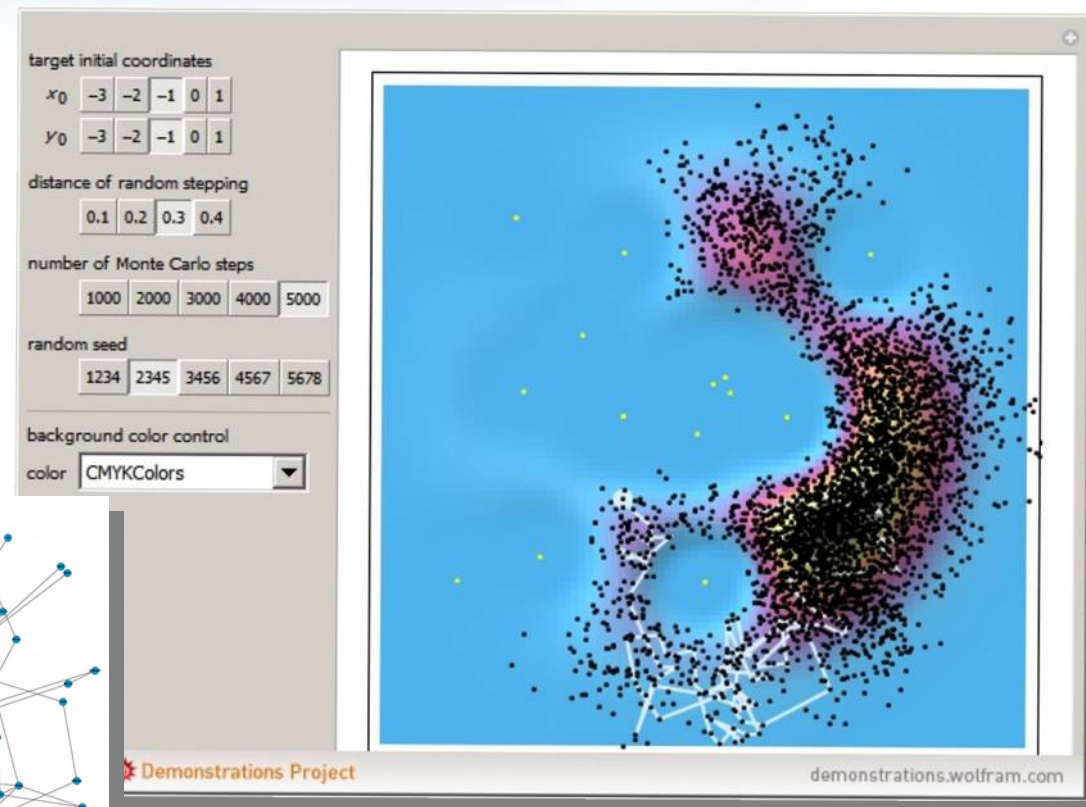
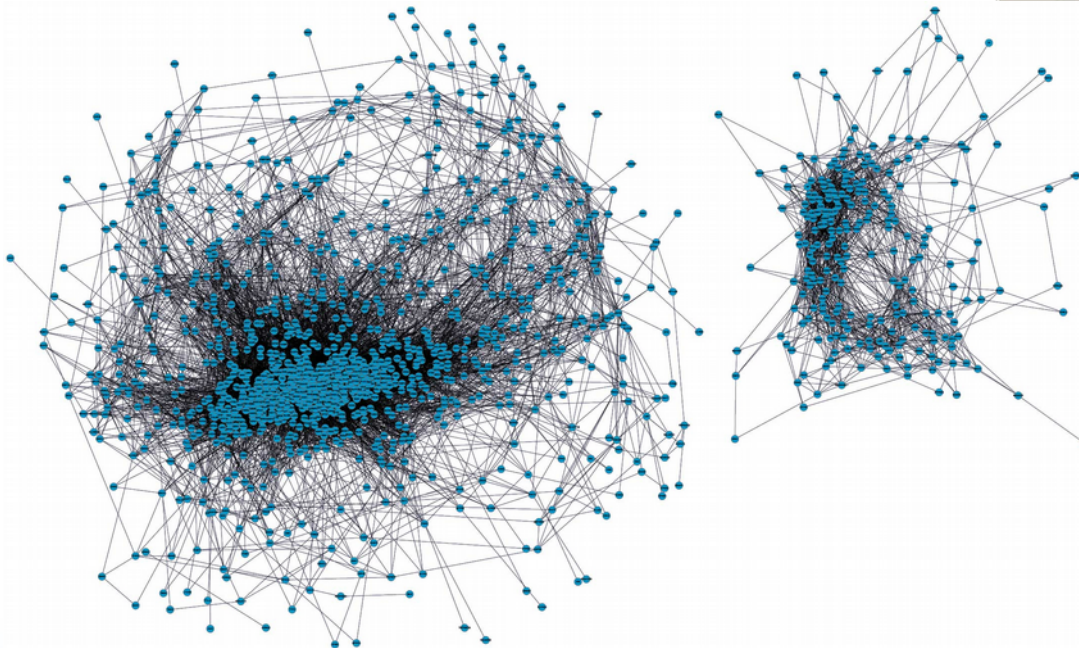
Co mamy odtworzyć?

Statystyka, otrzymana w skutku pomiarów



Co mamy odtworzyć?

Statystyka, niewiadoma w ogóle

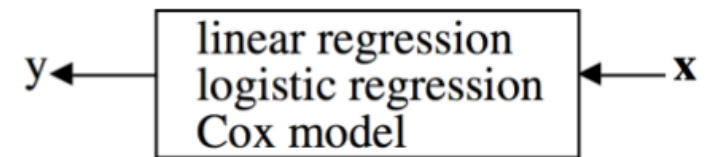


Fizyka kwantowa czy Data science?

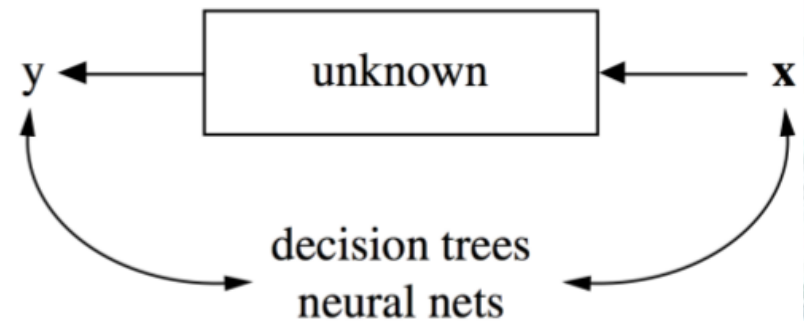
Jakie instrumenty Data science możemy używać?

- niefizyczne modeli
- sieci neuronowe / drzewa decyzyjne
- logika rozmyta
- entropia (information gain)
- wnioskowanie/próbkowanie
- rozprószone obliczenia

Emphasis on stochastic models of nature:



Find a function that predicts y from x :
no model of nature implied or needed



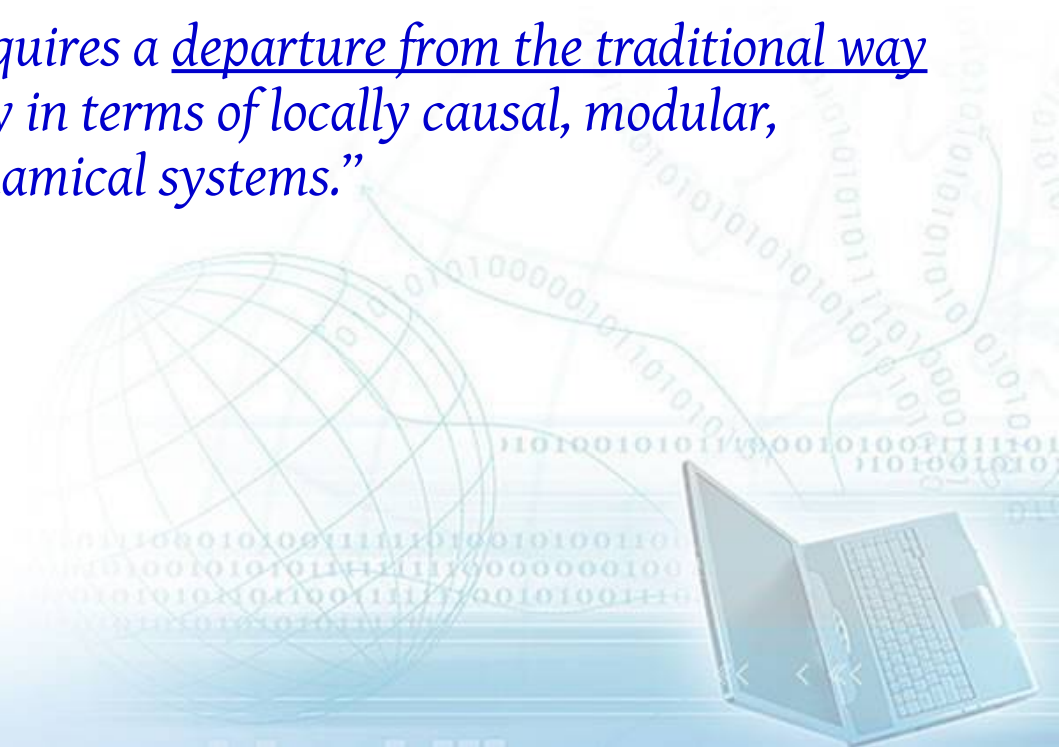
[Leo Breiman, *Statistical Modeling: The Two Cultures*, *Statistical Science* 16(3) (2001)]

Fizyka kwantowa czy Data science?

[H. De Raedt and K. Michielsen, *Ann. Phys. (Berlin)* 524, 393 (2012)]

“The basic idea is to construct a dynamical system, a Markov chain or master equation that samples the space of N states such that in the long run, the frequency with which this system visits the state n approaches p_n with probability one.”

“Evidently... our event-based approach requires a departure from the traditional way of describing physical phenomena, namely in terms of locally causal, modular, adaptive, classical (non-Hamiltonian) dynamical systems.”



Fizyka kwantowa czy Data science?

- Symulacje pojedynczych zdarzeń, które zmieniają STAN MACHYNY
- Z każdym nowym zdarzeniem MACHYNA „naucza się”

DLM – deterministic learning machine

Neural network < DLM < Quantum theory

[H. De Raedt et al, *J. Comp. Theor. Nanosci.* 8, 1052 (2011)]



DLM (deterministic learning machine)

Input: $\mathbf{y} = (y_0, \dots, y_K)^T$,
 $\mathbf{v} = (v_0, \dots, v_K)^T$

(\mathbf{y} – message)

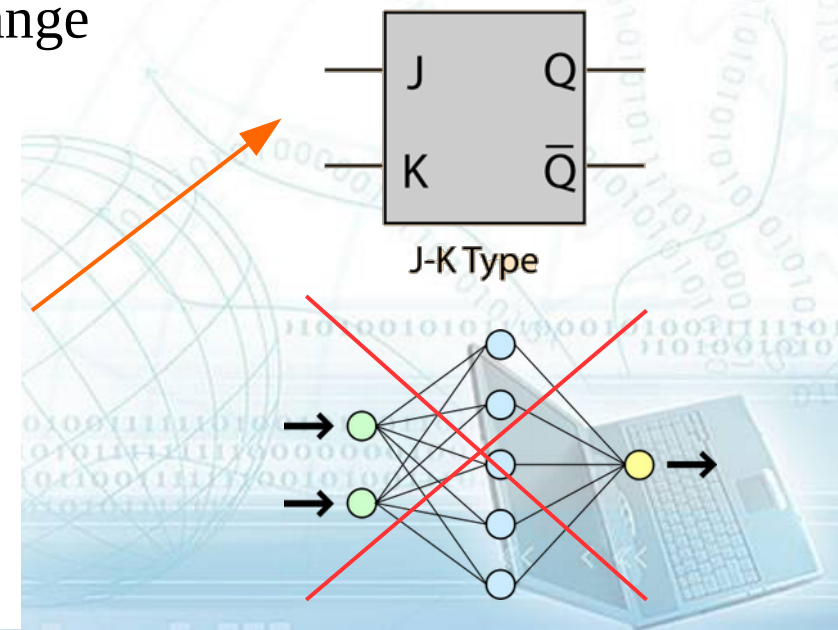
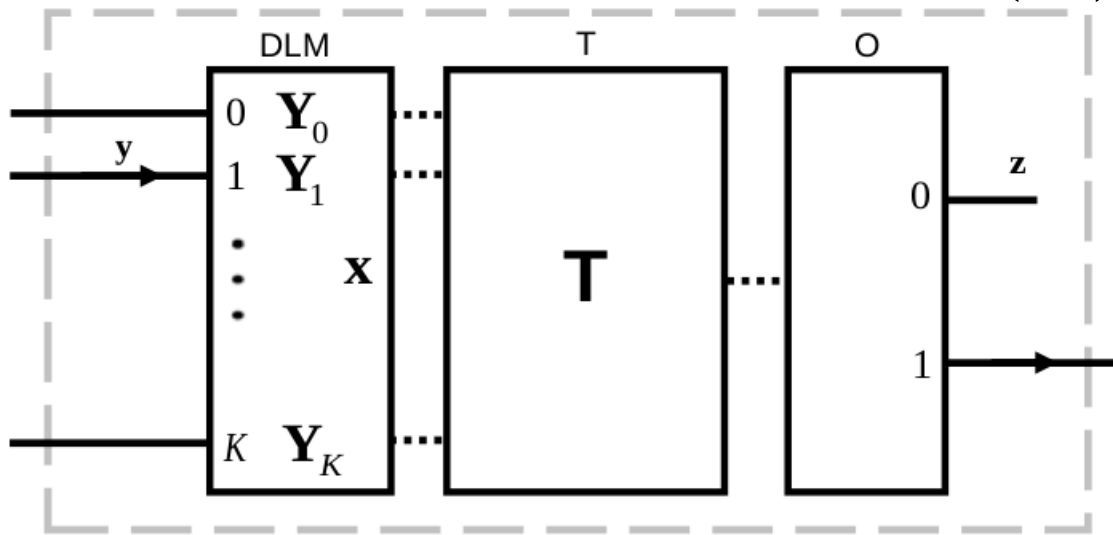
DLM: $\mathbf{x} \leftarrow \gamma \mathbf{x} + (1 - \gamma) \mathbf{v}$, (\mathbf{x} – internal state)

γ – learning parameter, $\mathbf{x} = (x_0, \dots, x_K)^T$

$\mathbf{Y}_k \leftarrow \mathbf{y}$

Transformation: $\mathbf{T} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{Y}$

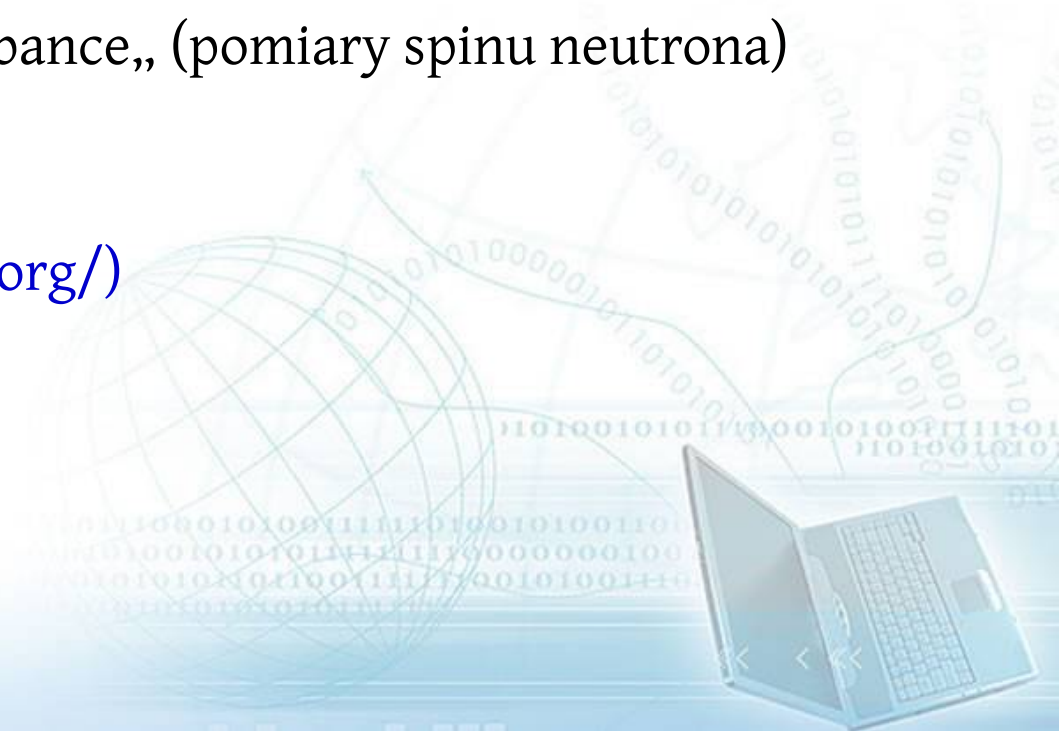
Output: $\mathbf{z} = (0,1)$ or $(1,0)$,
 depending on $k = \Theta(|\mathbf{T}|^2 - r) - 0$ or 1 , respectively.
 r – random number in $(0,1)$ range



Modele do symulacji

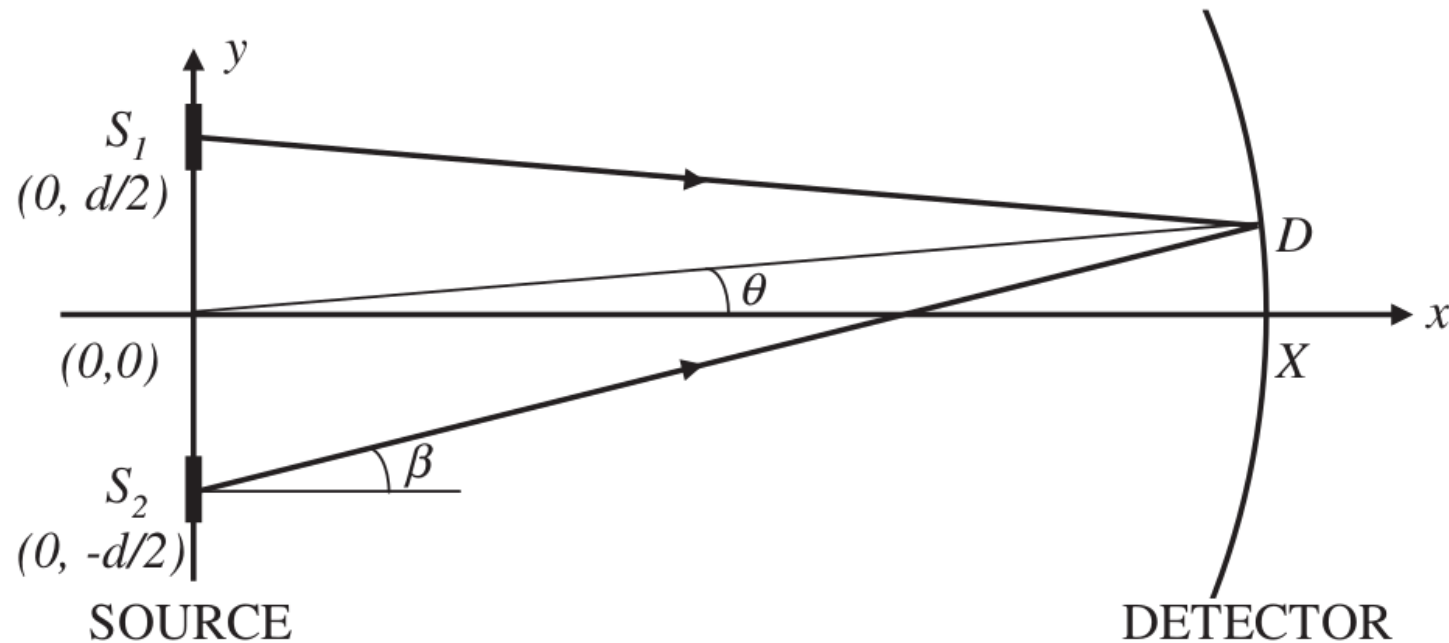
- Interferencja na dwóch szczelinach (model korpuskularny)
- Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm eksperyment (splątane singlety)
- Zasada nieoznaczoności „error-disturbance„ (pomiar spinu neutrona)

Środowisko - R (<https://www.r-project.org/>)



Interferencja na dwóch szczelinach

[Fengping Jin et al, *J. Phys. Soc. Jpn.* 79, 074401 (2010)]



$$I(\theta) = A \left(\frac{\sin \frac{qa \sin \theta}{2}}{\frac{qa \sin \theta}{2}} \right)^2 \cos^2 \frac{qd \sin \theta}{2}, \quad q = 2\pi/\lambda - \text{liczba falowa}$$

a – szerokość szczelin



Interferencja na dwóch szczelinach

[Fengping Jin et al, *J. Phys. Soc. Jpn.* 79, 074401 (2010)]

Posłanie (message) - najmniejsza jedyńska symulacji.

- Model: przetwarzanie i przepuszczanie posłań (bez/z adresacją).
- Posłanie związane z modelem fizycznym, bez stosunku do funkcji falowej

Kierunek Z:

$$\begin{pmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i(kz - \omega t + \phi_x)} \\ E_{0y} e^{i(kz - \omega t + \phi_y)} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\phi_x} \\ E_{0y} e^{i\phi_y} \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(kz - \omega t)}$$

Wektor Jones'a

$$\begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\phi_x} \\ E_{0y} e^{i\phi_y} \end{pmatrix}$$

czas przelotu fotonu

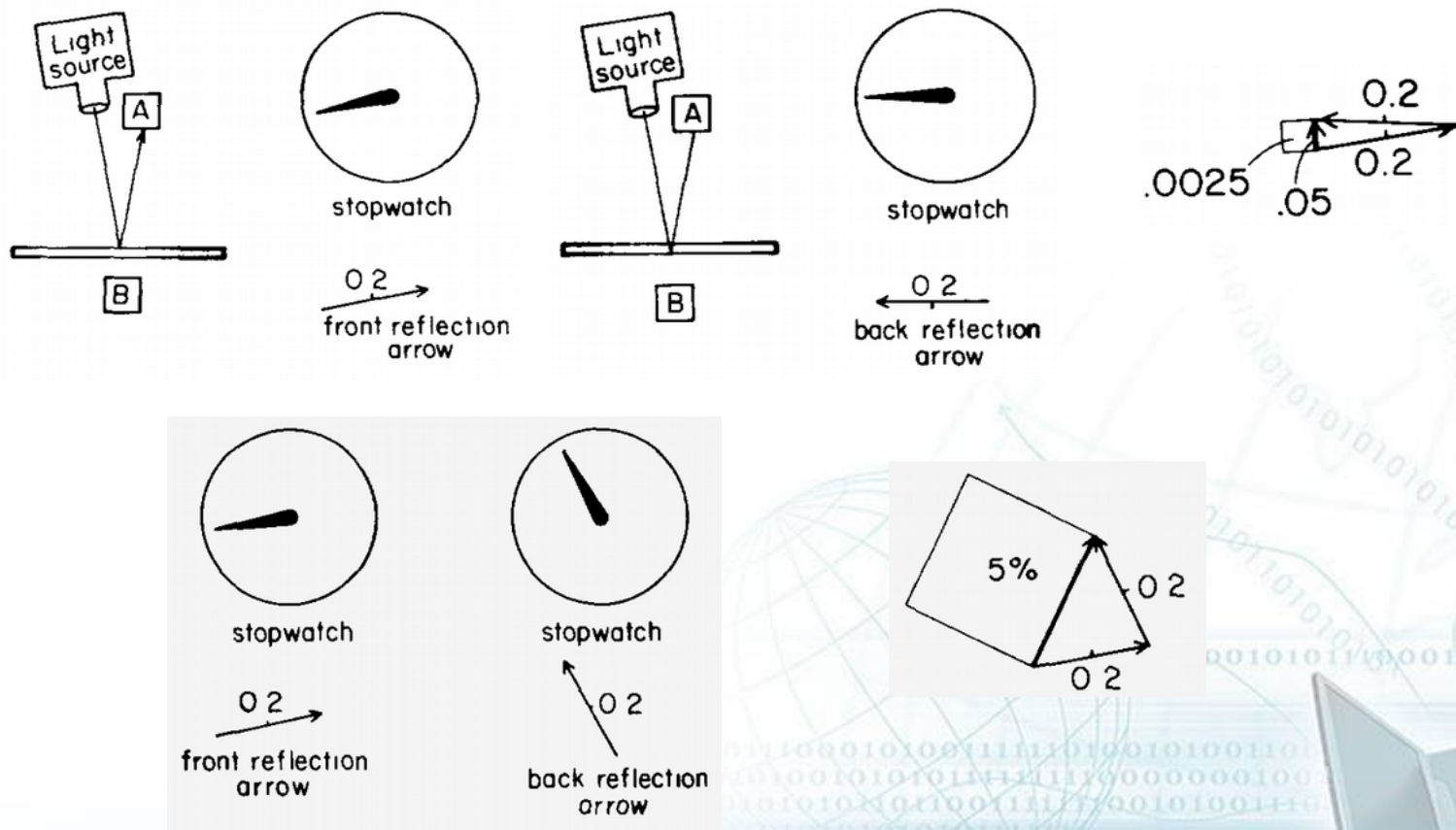
Posłanie ($k = 0$) $\rightarrow e = \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{pmatrix}$



Interferencja na dwóch szczelinach

[R. P. Feynman, QED – The Strange Theory of Light and Matter, Princeton University Press (1985)]

“All we do is draw little arrows on a piece of paper – that’s all!”



Interferencja na dwóch szczelinach

[Fengping Jin et al, *J. Phys. Soc. Jpn.* 79, 074401 (2010)]

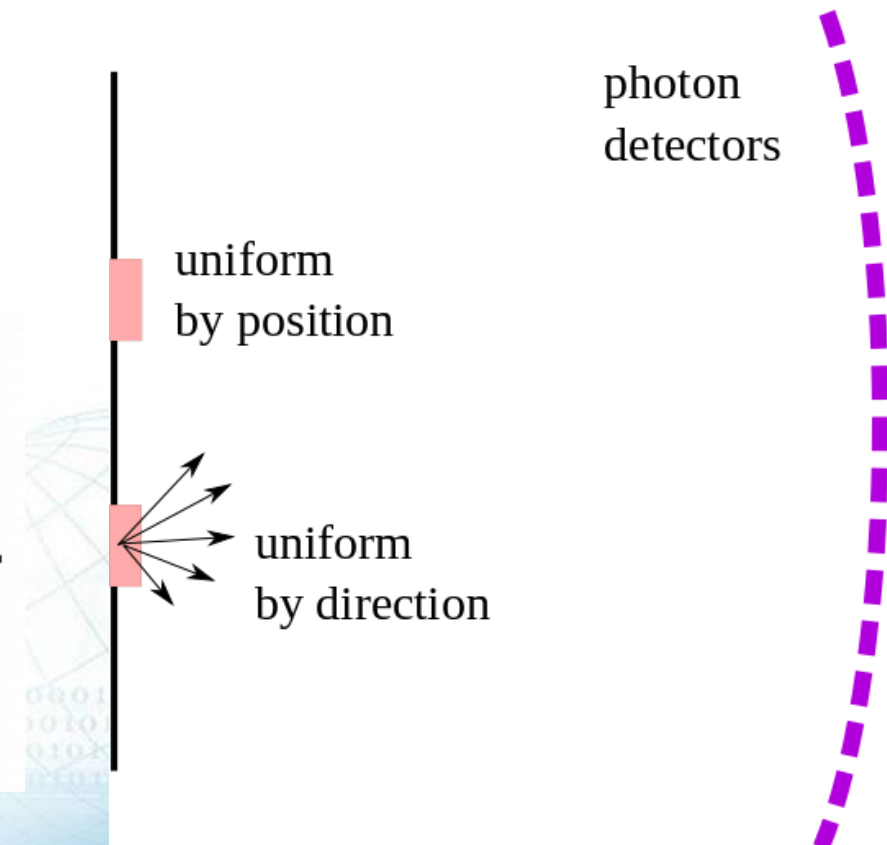
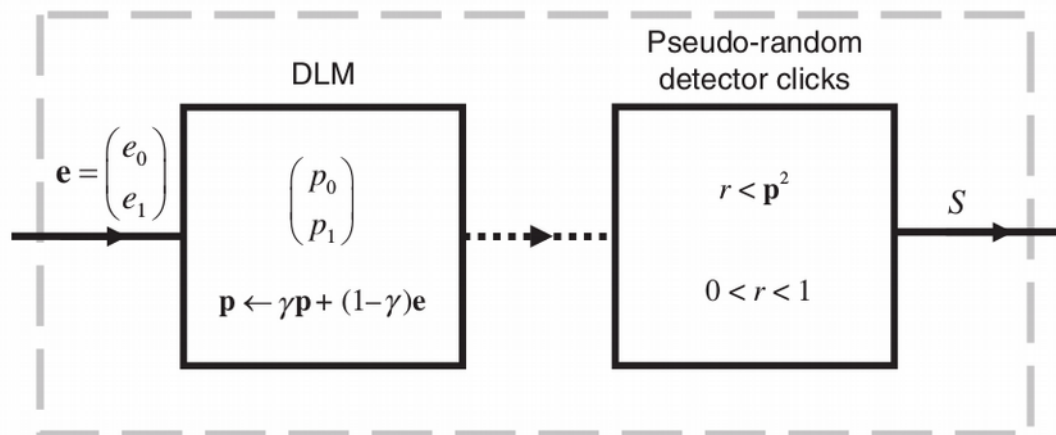
Ekran – M detektorów, N posłań (fotony stałej polaryzacji i fazy)

Zdarzenie: stan detektora \mathbf{p} zmienia się po przybyciu posłania $\mathbf{e} = (\cos \omega t, \sin \omega t)^T$:

$$\mathbf{p}_k = \gamma \mathbf{p}_{k-1} + (1 - \gamma) \mathbf{e}_k$$

Klik jest wygenerowany, kiedy

$\mathbf{p}_k^2 > r$ (losowy parameter $0 < r < 1$)



Interferencja na dwóch szczelinach

180 detektorów $(-\pi/2, \pi/2)$

Intensywność - ilość klików każdym detektorem

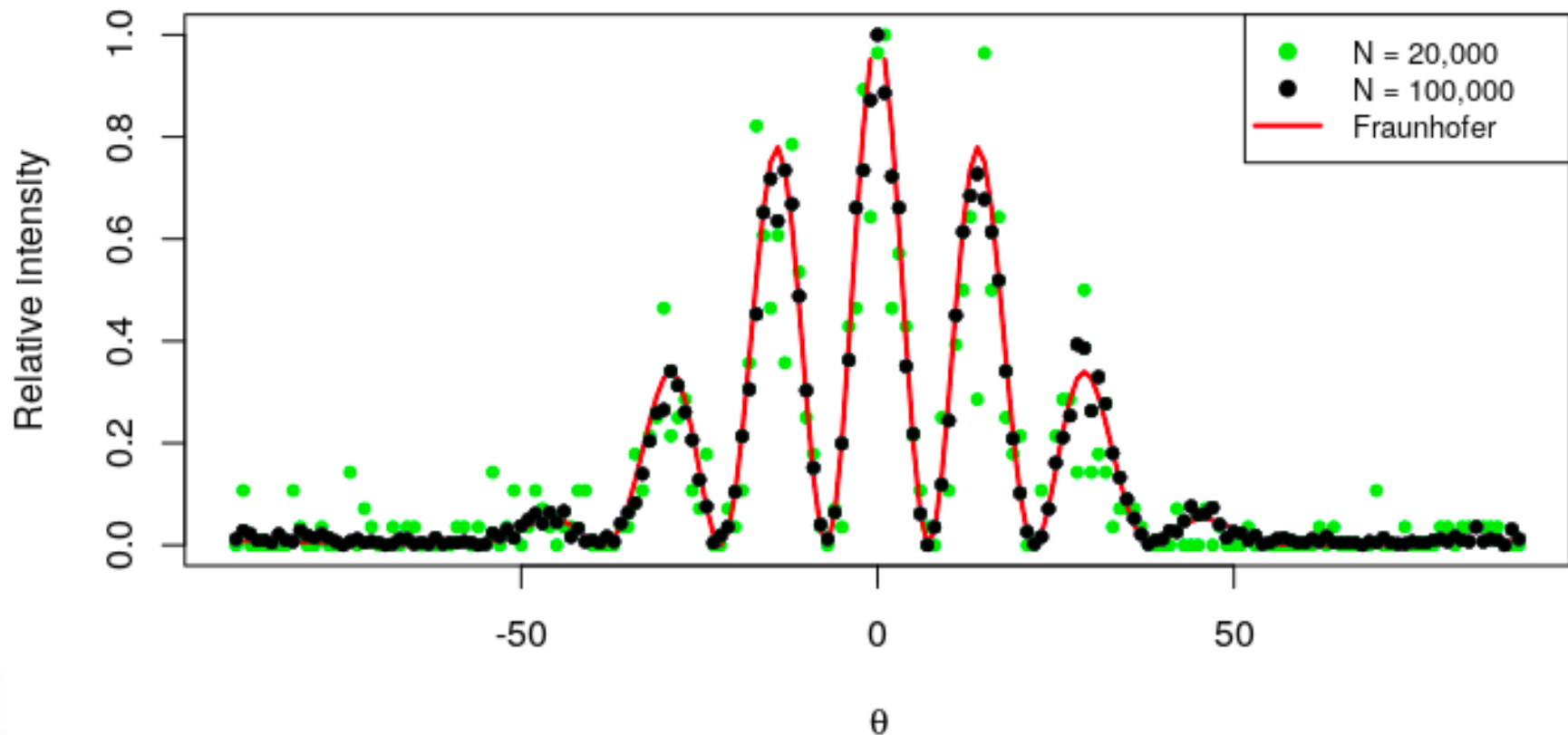
$$\lambda = 670 \text{ nm},$$

$$a = 1.1\lambda,$$

$$X = 120\lambda \text{ (promień ekranu),}$$

$$d = 4\lambda$$

2-beam interference experiment

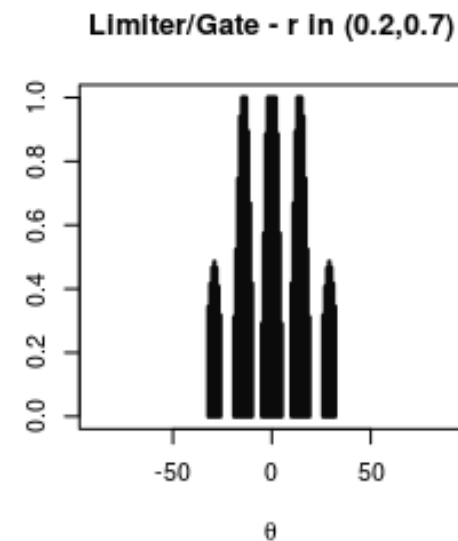
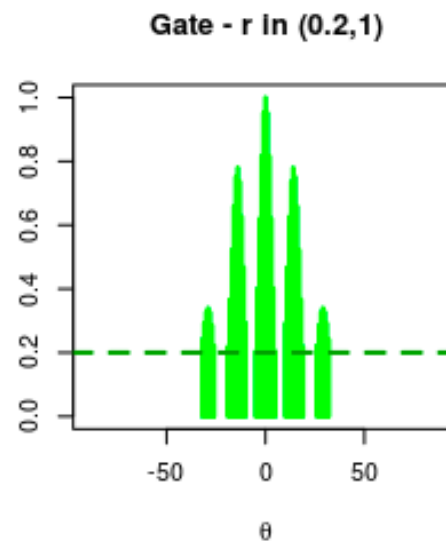
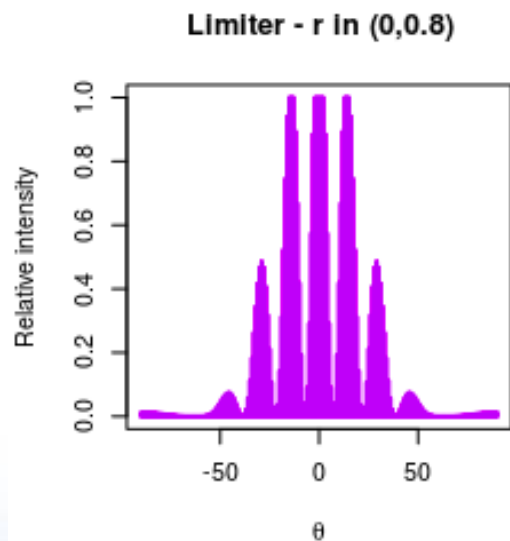
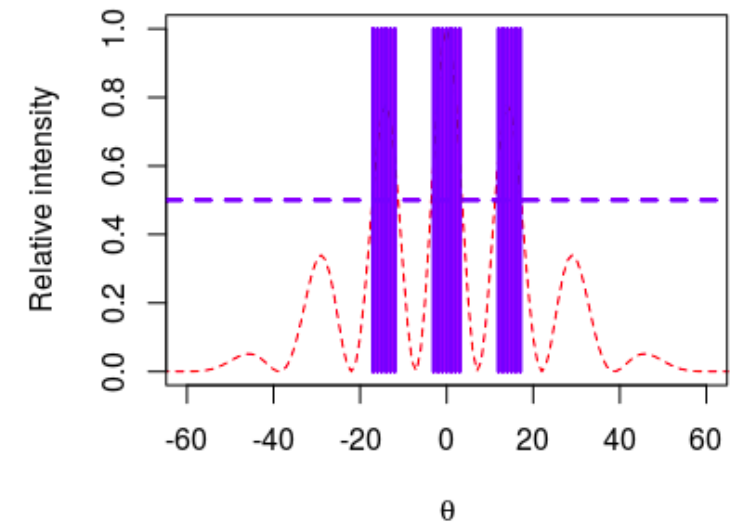
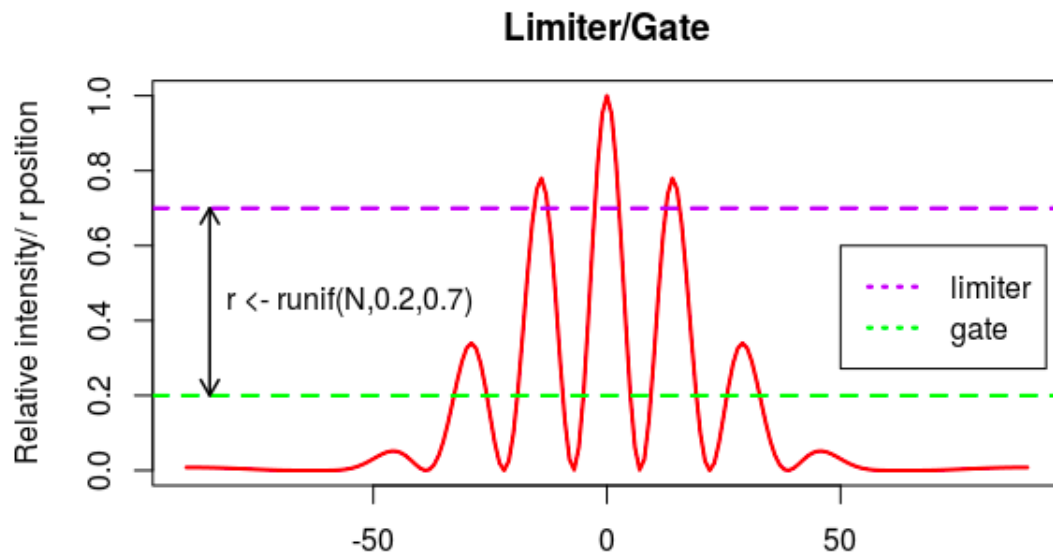


Interferencja na dwóch szczelinach

Pseudolosowy klik detektora $S_k = \Theta(p_k^2 - r_k)$

$r \leftarrow \text{runif}(N, 0, 1)$

$r = 0.5$



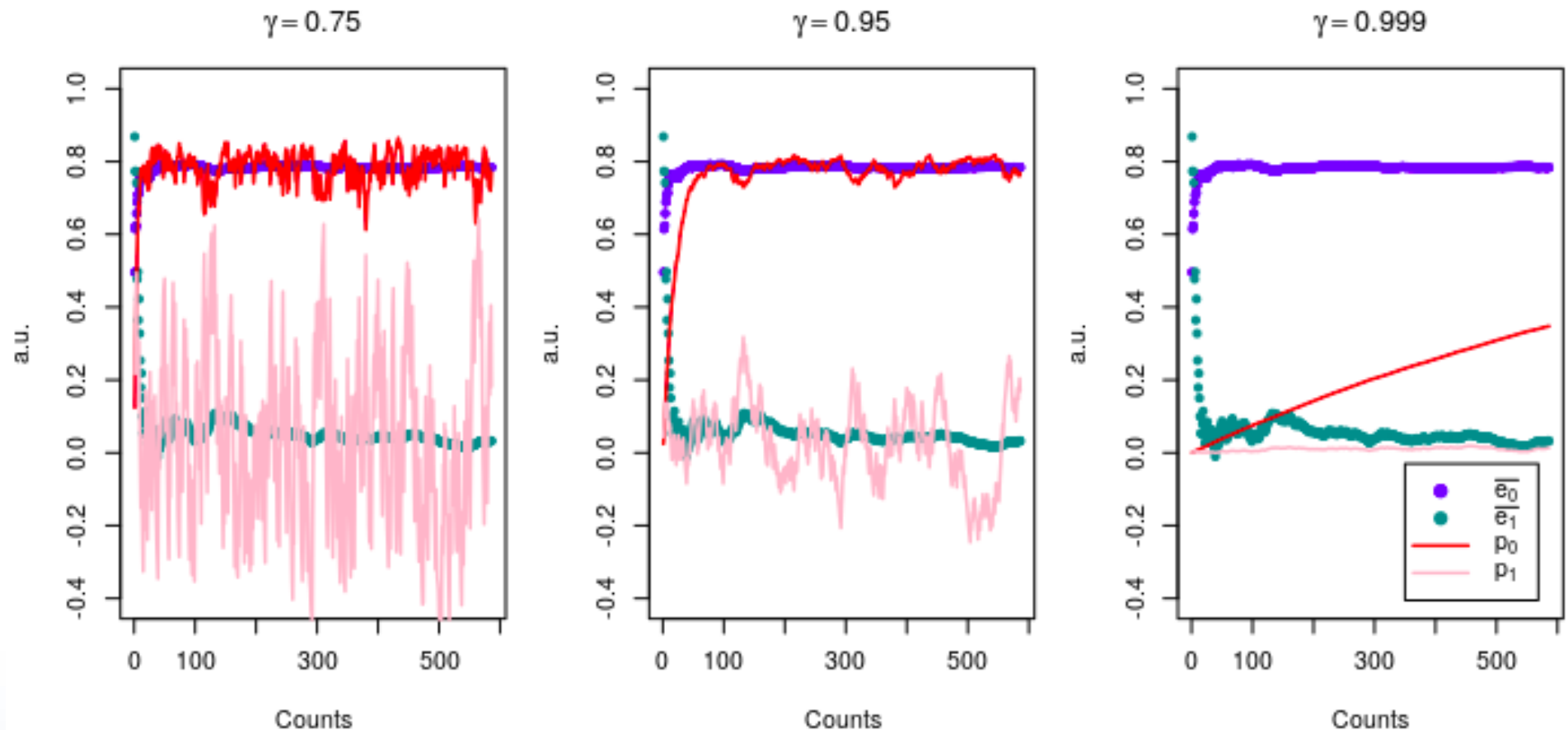
Interferencja na dwóch szczelinach

Learning parameter γ : $\mathbf{p}_k = \gamma \mathbf{p}_{k-1} + (1 - \gamma) \mathbf{e}_k$

$\mathbf{p} = (p_0, p_1)^T$

$\mathbf{e} = (e_0, e_1)^T$, $\bar{\mathbf{e}}$ – mean value of $(\mathbf{e}_0, \dots, \mathbf{e}_k)$ time series

Learning of parameter γ for detector No. 88



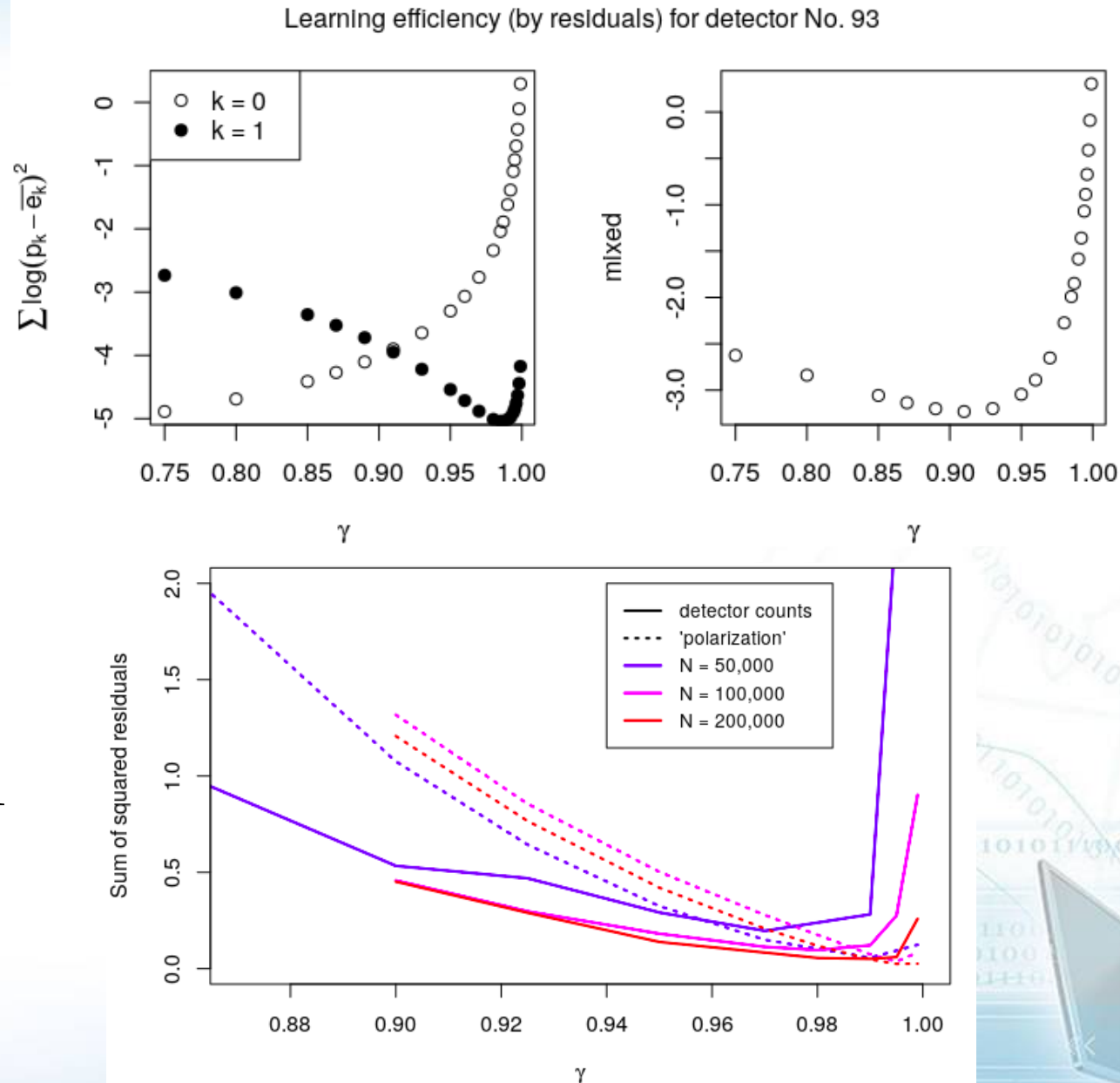
Interferencja na dwóch szczelinach

$$\mathbf{p} = (p_0, p_1)^T$$

$$\mathbf{e} = (e_0, e_1)^T$$

$$N = 20,000?$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \gamma = 1$$



Interferencja na dwóch szczelinach

[Fengping Jin et al, *J. Phys. Soc. Jpn.* 79, 074401 (2010)]

Table C-I. Correspondence between Maxwell's theory and the particle-based, event-by-event simulation model. For simplicity of presentation, we consider the case of a linearly polarized wave only.

	Classical electrodynamics	Event-based simulation model
Description	Wave	Particle
Properties	Oscillator frequency f	Oscillator frequency f
	Direction \mathbf{q}	Direction \mathbf{q}
	Propagation time t	Time-of-flight t_k
	Phase velocity c	Velocity c
Message	$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + \varphi)$	$\mathbf{e}_k = (\cos 2\pi f t_k, \sin 2\pi f t_k)$
Material	Polarization $\mathbf{P}(t)$	Internal vector \mathbf{p}_k
Interaction with material	$\mathbf{P}(t) = \int_0^t \chi(u) \mathbf{E}(t - u) du$	$\mathbf{p}_k = \gamma \mathbf{p}_{k-1} + (1 - \gamma) \mathbf{e}_k$

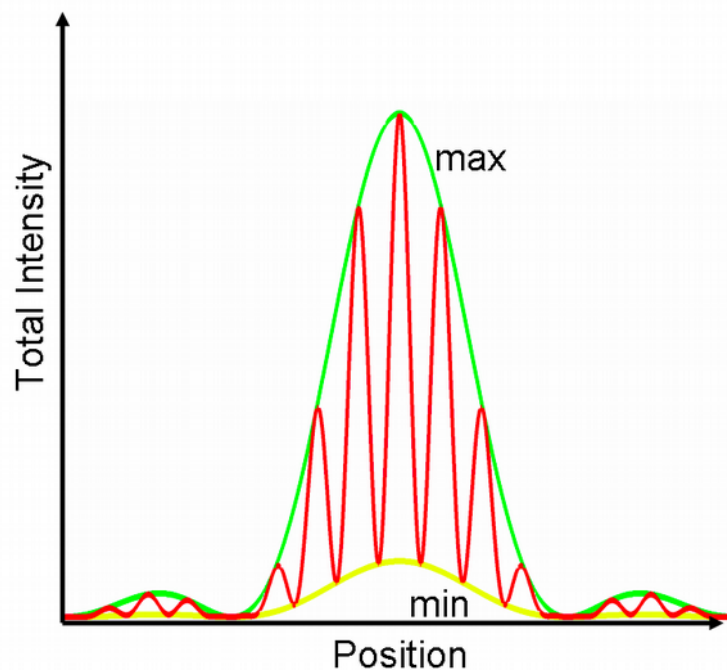


Interferencja na dwóch szczelinach

Intensywność źródeł różni się:

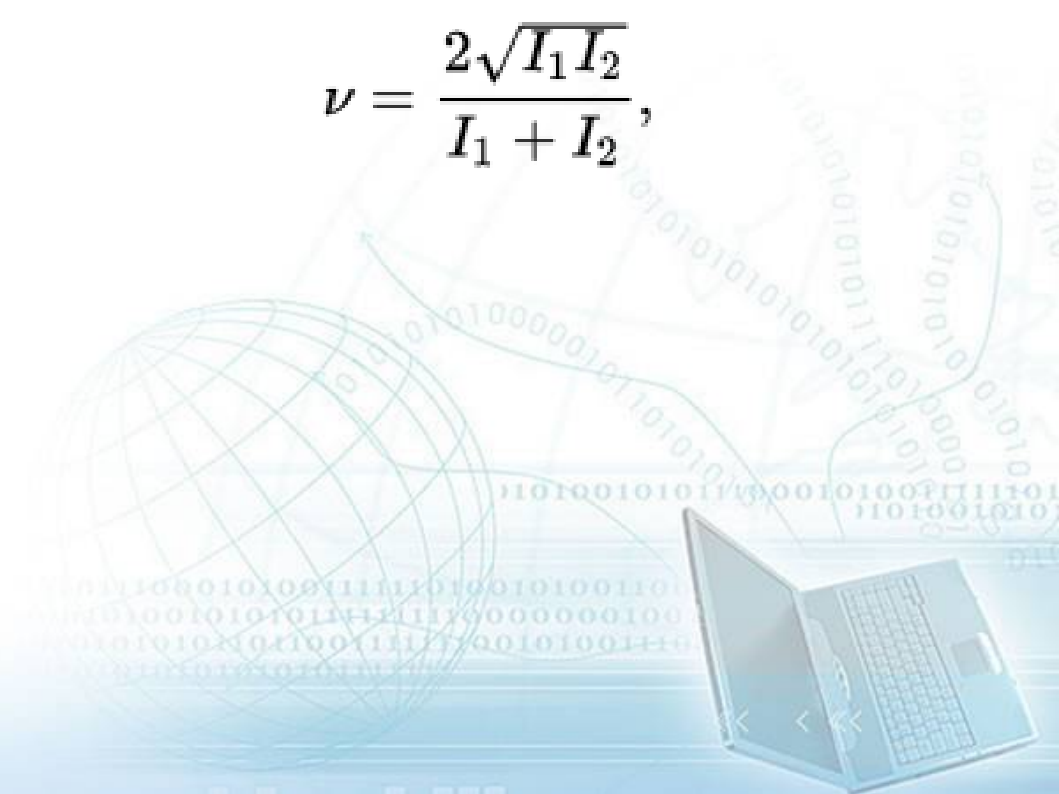
- z jednej szczeliny wylata większa ilość fotonów
- zmniejsza się koherencja

R - faktor numeru szczeliny: `source <- rbinom(N, 1, 0.85)`



Parameter “interference visibility”

$$v = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

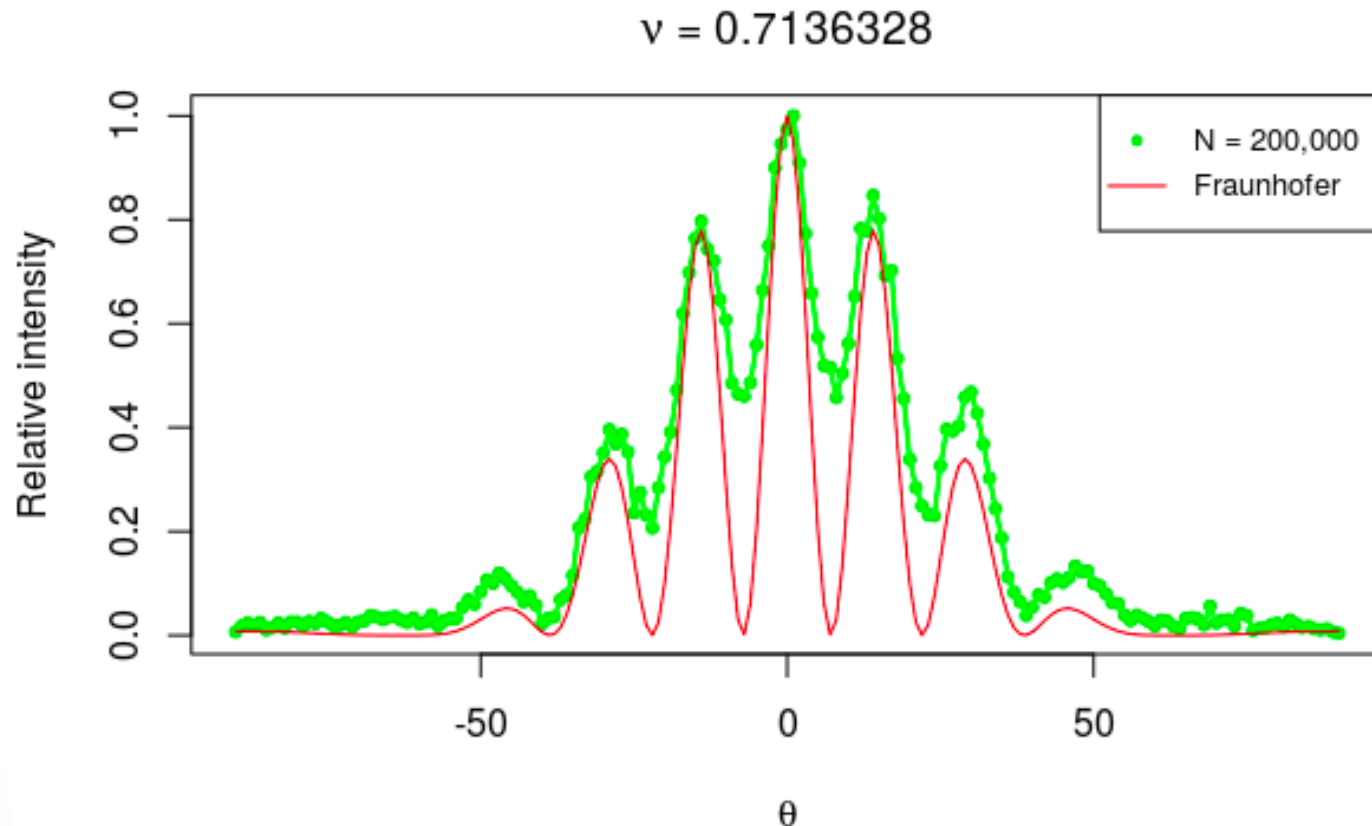


Interferencja na dwóch szczelinach

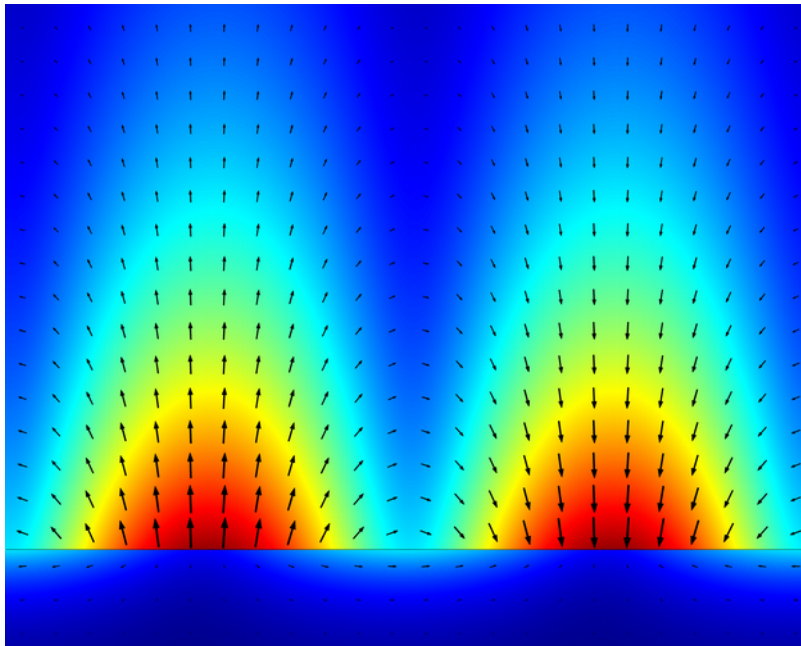
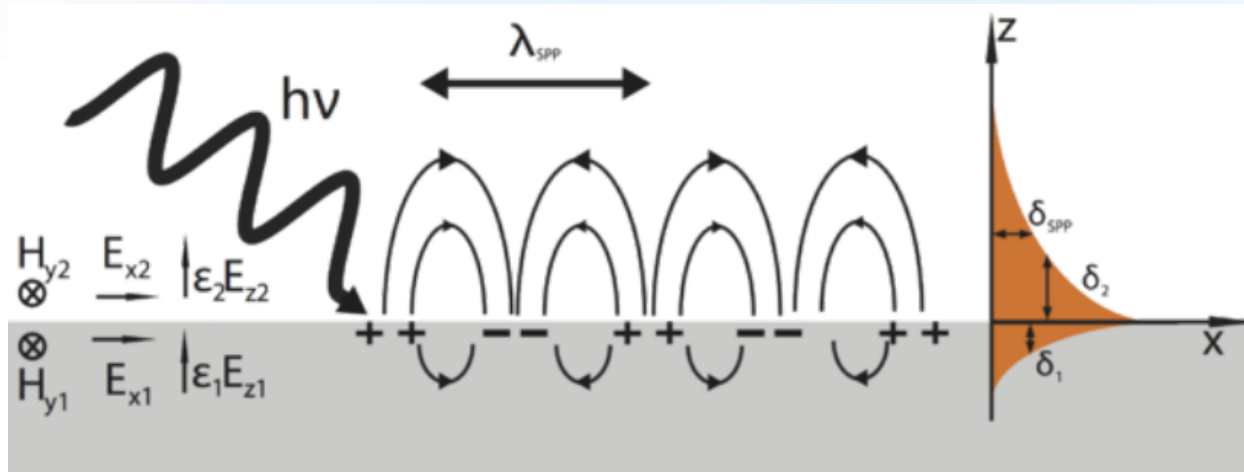
Intensywność źródeł różni się:

- z jednej szczeliny wylata większa ilość fotonów
- zmniejsza się koherencja

R - faktor numeru szczeliny: `source <- rbinom(N, 1, 0.85)`



SPP (surface plasmon polariton)



$$\mathbf{E}_{SP} = \mathbf{E}_0^{\pm} e^{i(k_x x \pm k_z z - \omega t)}$$

$$k_x = k'_x + ik''_x$$

$$k'_x = \frac{2\pi}{\lambda_{SP}}$$

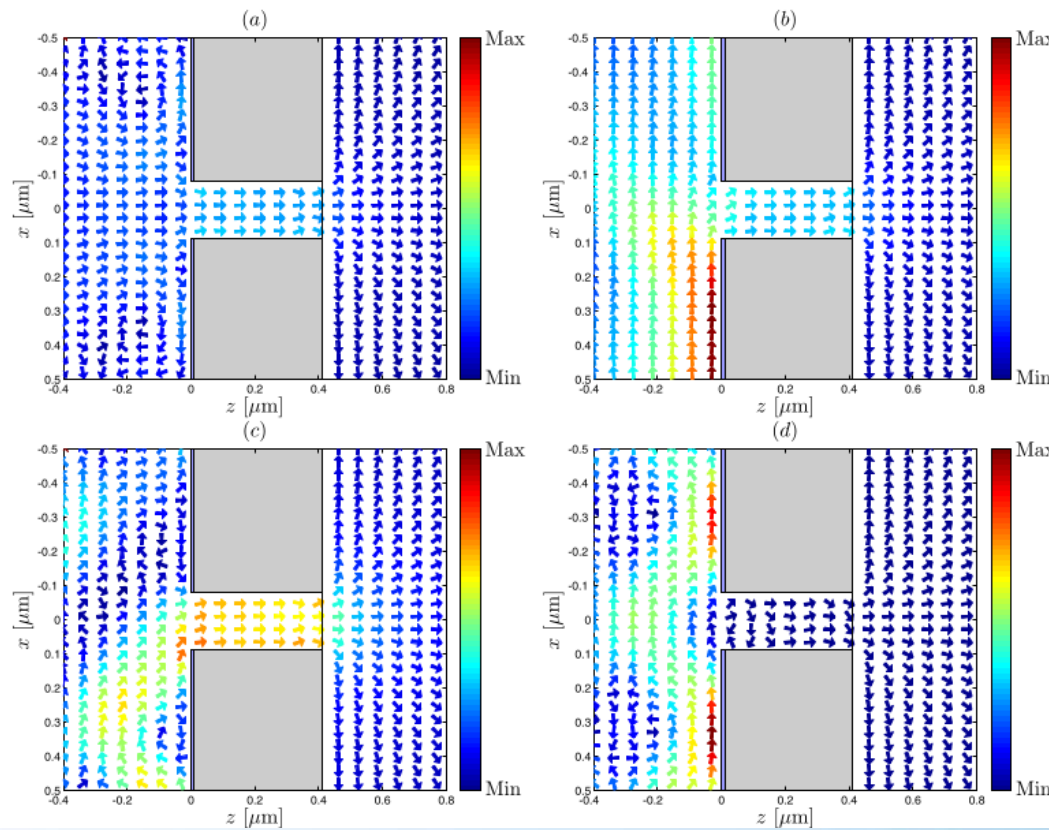
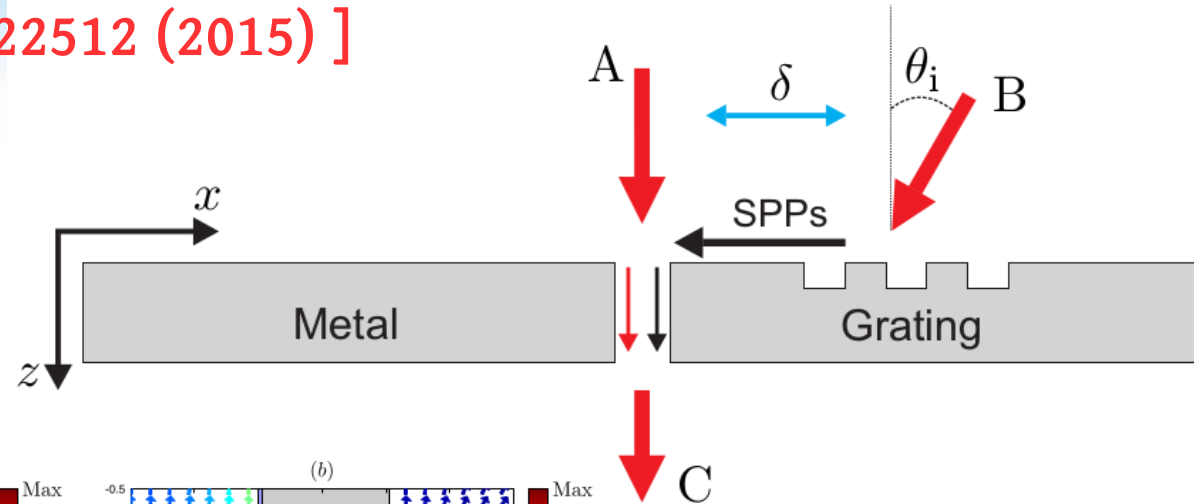


SPP (surface plasmon polariton)

[Salman Daniel et al, OSA 23, 22512 (2015)]

Interferencja światła i SPP:

- polaryzacja promienia **B** po x
- mała szczelina ($\sim \lambda/2$)
- wysoka koherencja

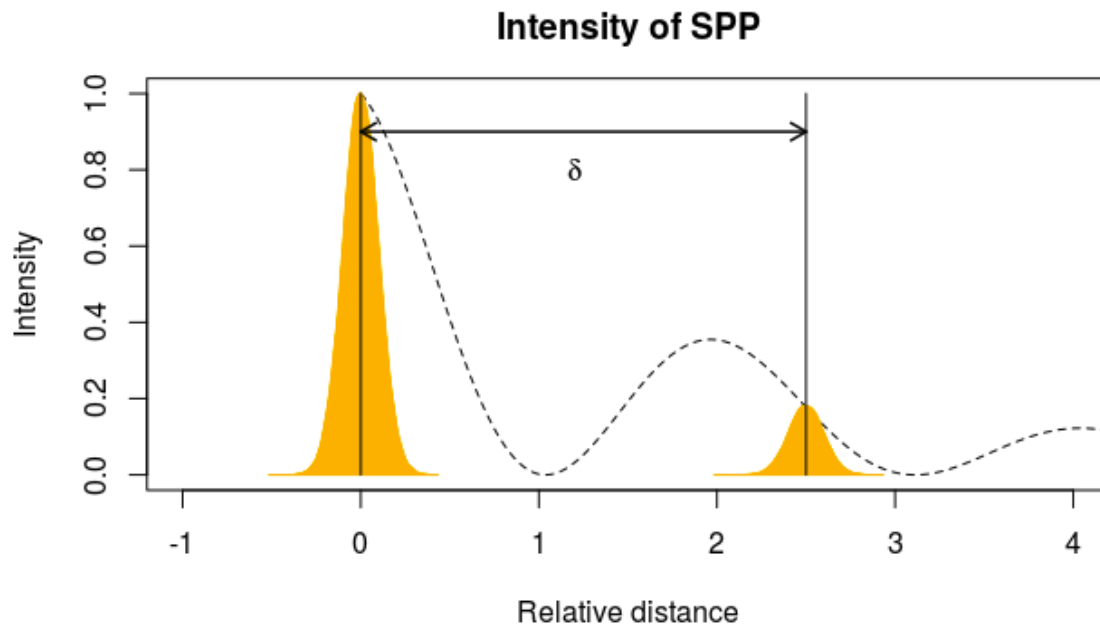
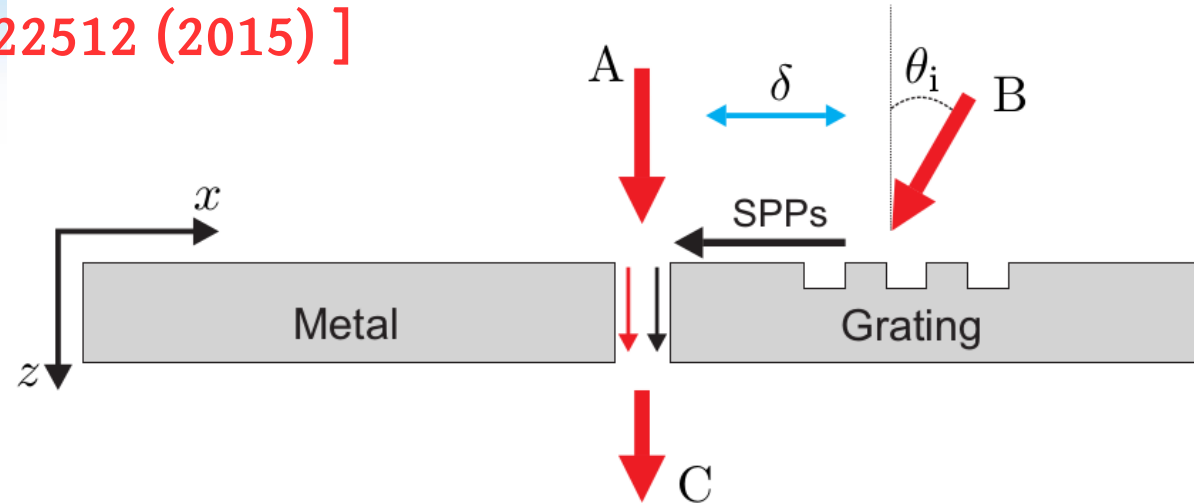


SPP (surface plasmon polariton)

[Salman Daniel et al, OSA 23, 22512 (2015)]

Interferencja światła i SPP:

- polaryzacja promienia **B** po x
- mała szczelina ($\sim \lambda/2$)
- wysoka koherencja



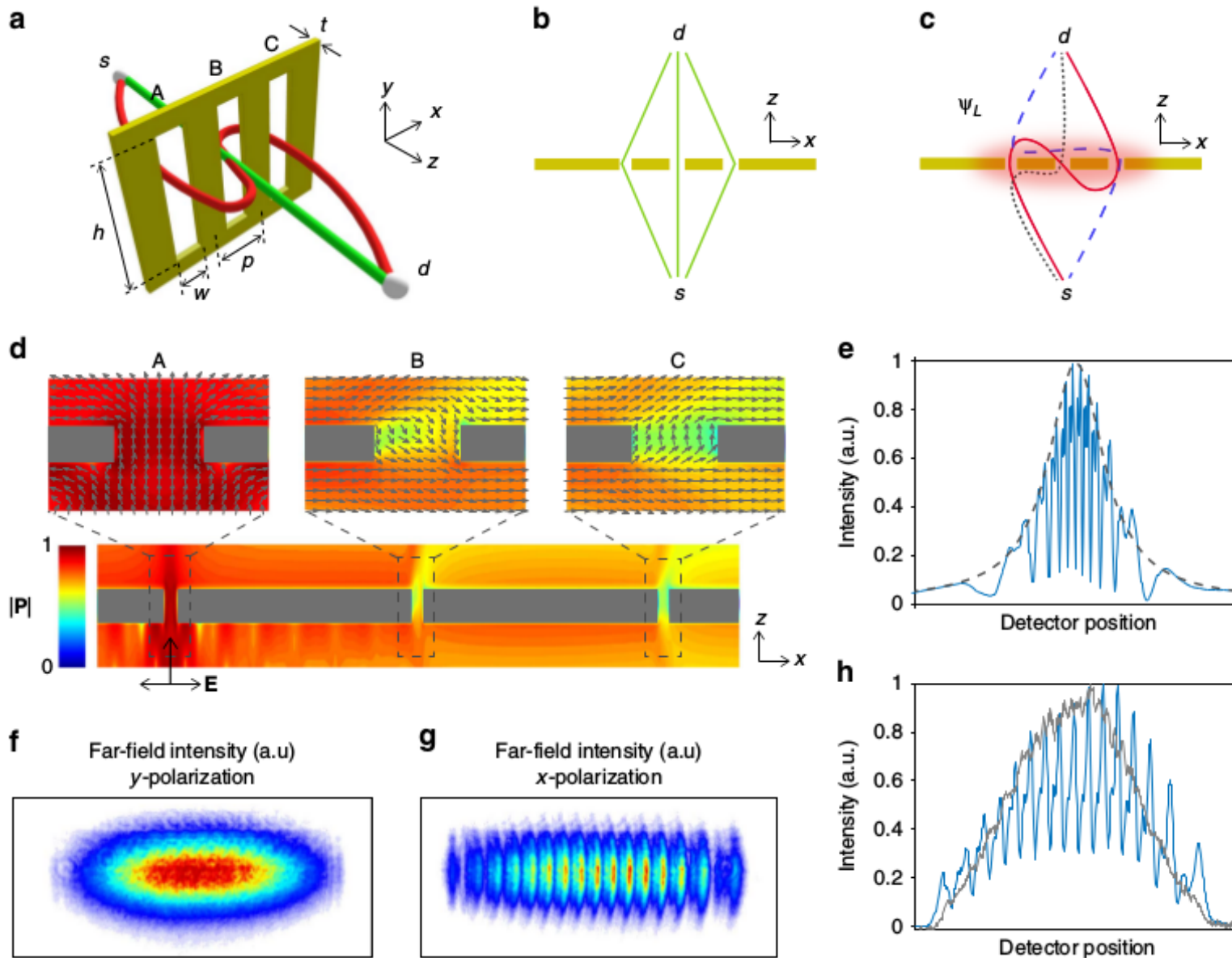
$$\mathbf{E}(x) = \mathbf{E}_0 e^{ik_x x} = \mathbf{E}_0 e^{ik'_x x} e^{-k''_x x}$$

propagating term exponential decay in x-direction



3-slit looped trajectories

[Omar S. Magaña-Loaiza et al, *Nature Communications* 7, 13987 (2016)]



EPRB eksperyment (singlety)

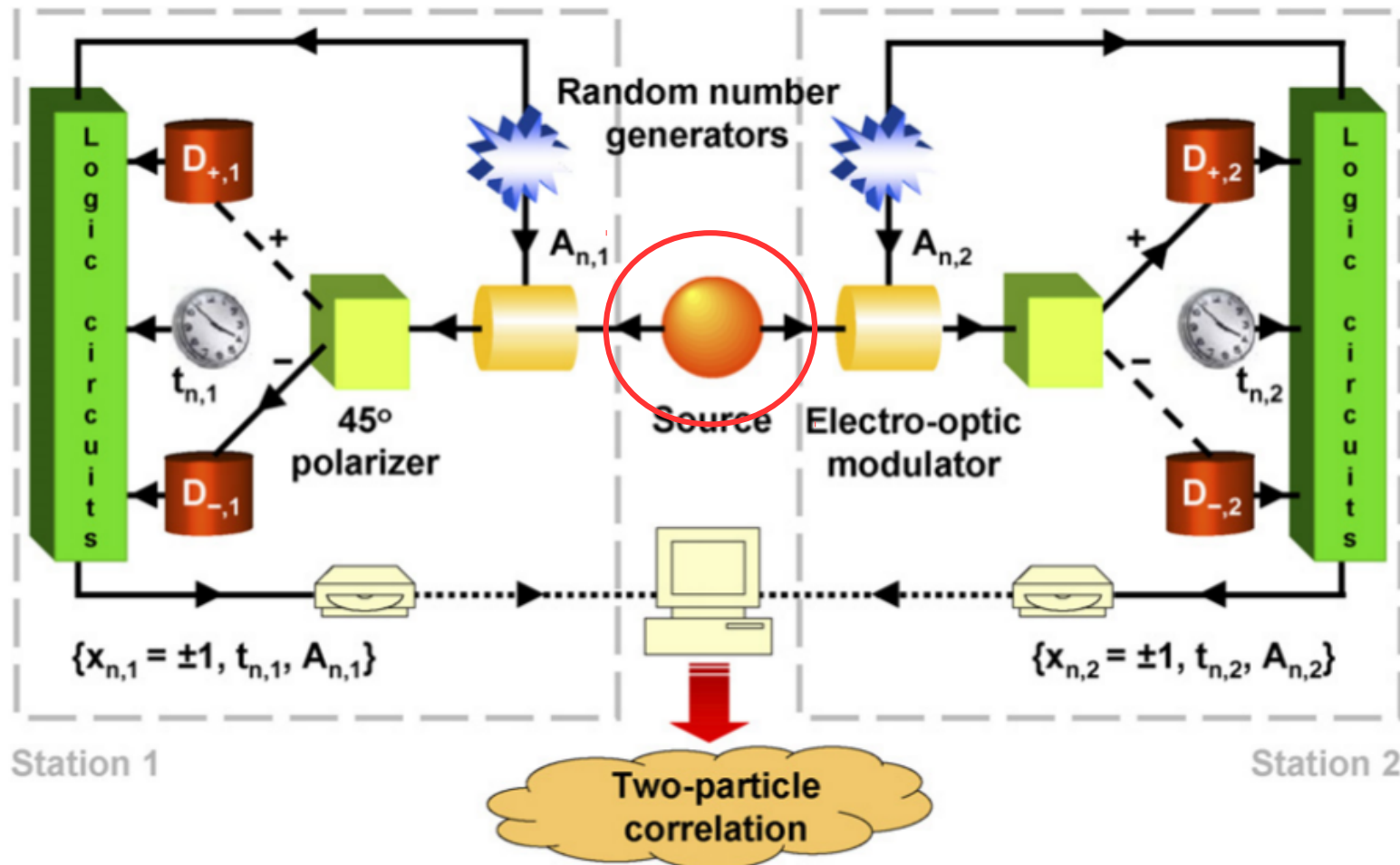
[K. De Raedt et al, *Computer Physics Communications* 176, 642 (2007)]

Źródło: splątana para fotonów
lub innych czasteczek

Posłanie (message):

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_1|V\rangle_2 - |V\rangle_1|H\rangle_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle - |VH\rangle)$$

$$S_{n,i} = (\cos(\xi_n + (i-1)\pi/2), \sin(\xi_n + (i-1)\pi/2))$$



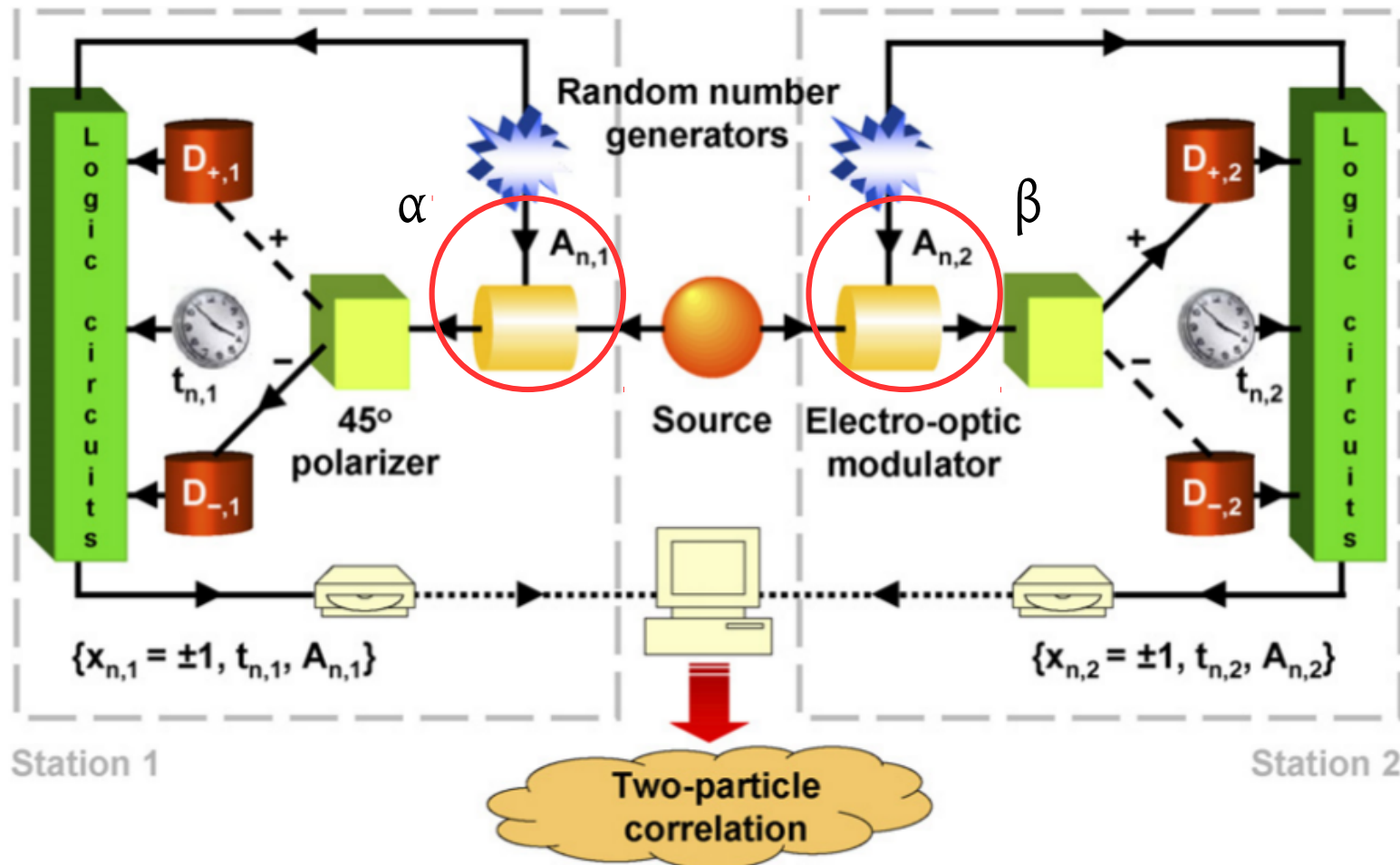
EPRB eksperyment

[K. De Raedt et al, *Computer Physics Communications* 176, 642 (2007)]

Modulator optyczny:

Powrót na jeden z 2 kątów
(w sposób losowy)

$$|\Phi\rangle = R(\alpha)R(\beta)|\Psi\rangle \quad R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



EPRB eksperyment

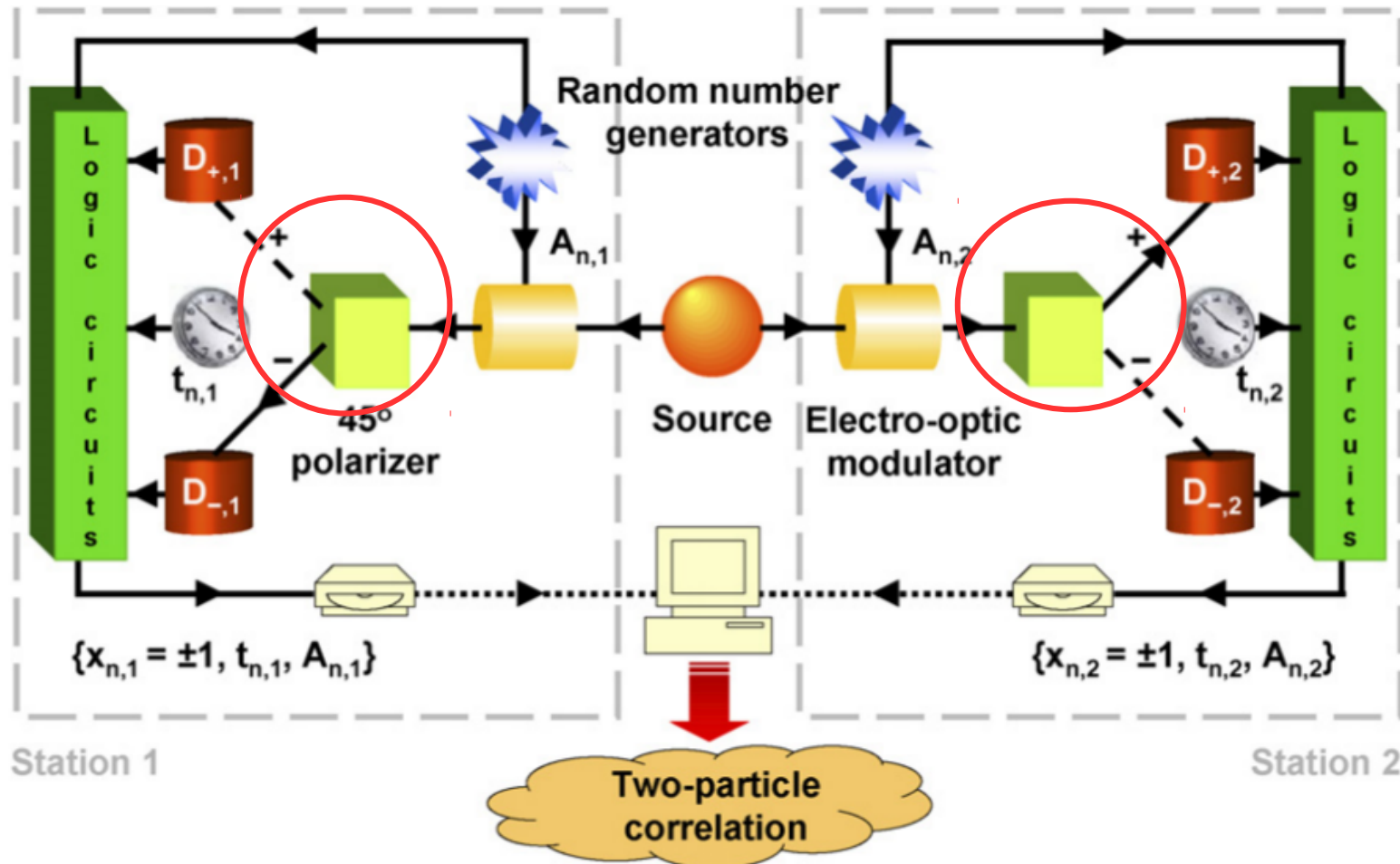
[K. De Raedt et al, *Computer Physics Communications* 176, 642 (2007)]

Beam splitter (DLM):

losowy parameter $0 < r_n < 1$

$\xi_{n,(1,2)}$ – polaryzacja

$$x_{n,j} = \begin{cases} +1 & \text{if } r_n \leq \cos^2(\xi'_{n,j}) \\ -1 & \text{if } r_n > \cos^2(\xi'_{n,j}) \end{cases}$$

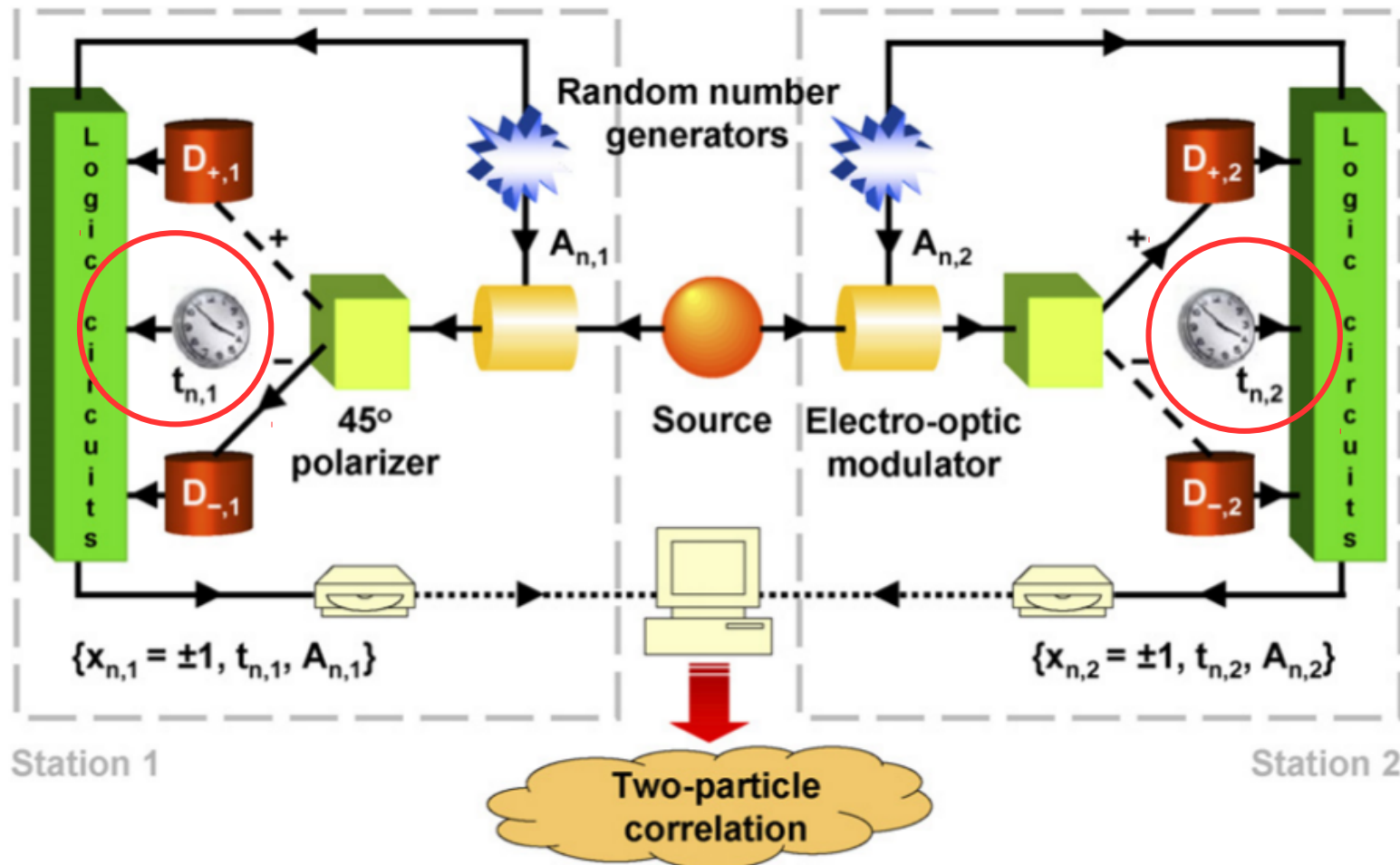


EPRB eksperyment

[K. De Raedt et al, *Computer Physics Communications* 176, 642 (2007)]

Time-tag:

Zadaje się w sposób losowy: $t_{n,i} = T_0 |\sin 2 \xi'_{n,i}|^d \cdot r'_n$ ($0 < r'_n < 1$)
($d = 2$)



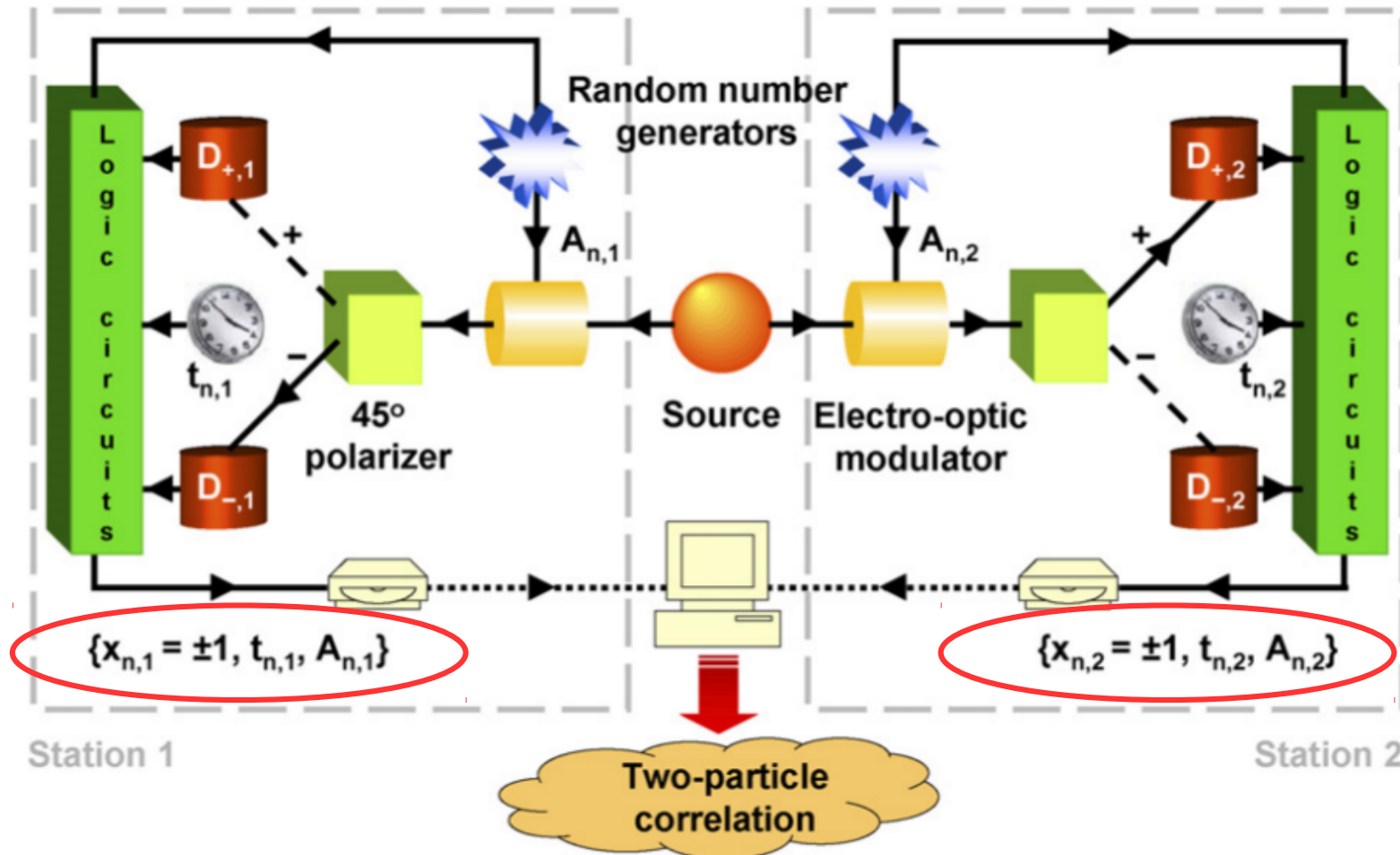
EPRB eksperyment

[K. De Raedt et al, *Computer Physics Communications* 176, 642 (2007)]

Zdarzenia (events):

$$Y = \left\{ x_{n,j}, t_{n,j}, \varphi_{n,j} \mid n=1, \dots, N_j \right\},$$

$$j=1,2; \varphi = \alpha_i, \beta_i$$



EPRB eksperyment

[K. De Raedt et al, *Computer Physics Communications* 176, 642 (2007)]

Korelacja zdarzeń:

$$Y = \left\{ x_{n,j}, t_{n,j}, \varphi_{n,j} \mid n=1, \dots, N_j, \right. \\ \left. j=1,2; \varphi = \alpha_i, \beta_i \right\}$$

Teoria:

$$E(\alpha, \beta) = \langle \Phi | \sigma_1^z \sigma_2^z | \Phi \rangle \\ = \langle \Psi | R^{-1}(\alpha) \sigma_1^z R(\alpha) R^{-1}(\beta) \sigma_2^z R(\beta) | \Psi \rangle$$

Za symulacją - ilość koincydencji (parametr W - okno czasowe):

$$C_{xy} = C_{xy}(\alpha, \beta) = \sum_{n=1}^N \delta_{x,x_{n,1}} \delta_{y,x_{n,2}} \delta_{\alpha,\gamma_{n,1}} \delta_{\beta,\gamma_{n,2}} \Theta(W - |t_{n,1} - t_{n,2}|),$$

$$E(\alpha, \beta) = \frac{C_{++} + C_{--} - C_{+-} - C_{-+}}{C_{++} + C_{--} + C_{+-} + C_{-+}}$$

EPRB eksperyment

[K. De Raedt et al, *Computer Physics Communications* 176, 642 (2007)]

Nierówność Bella:

$$S(\alpha, \alpha', \beta, \beta') \\ = E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta') + E(\alpha', \beta) + E(\alpha', \beta'),$$

$$|S(\alpha, \alpha', \beta, \beta')| \leq 2\sqrt{2}$$



EPRB eksperyment

Symulacje dla dwóch modeli beam splitter/DLM (DLM2 ma parametr „nauczania”!):

[H. De Raedt et al, *Ann. Phys. (Berlin)* 524, 393 (2012)]

[H. De Raedt et al, *J. Phys. Soc. Jpn* 76, 104005 (2007)]

$$S_1(\theta) = S(\alpha, \alpha + 2\theta, \alpha + \theta, \alpha + 3\theta)$$

$$\alpha = 0 \quad (\text{for convenience})$$

$$S_2(\theta) = S(\theta, \pi/4 + \theta, \pi/8, 3\pi/8)$$

$$T_0 = 1 \text{ (seconds)}, W = 0.00025 T_0$$

Theory:

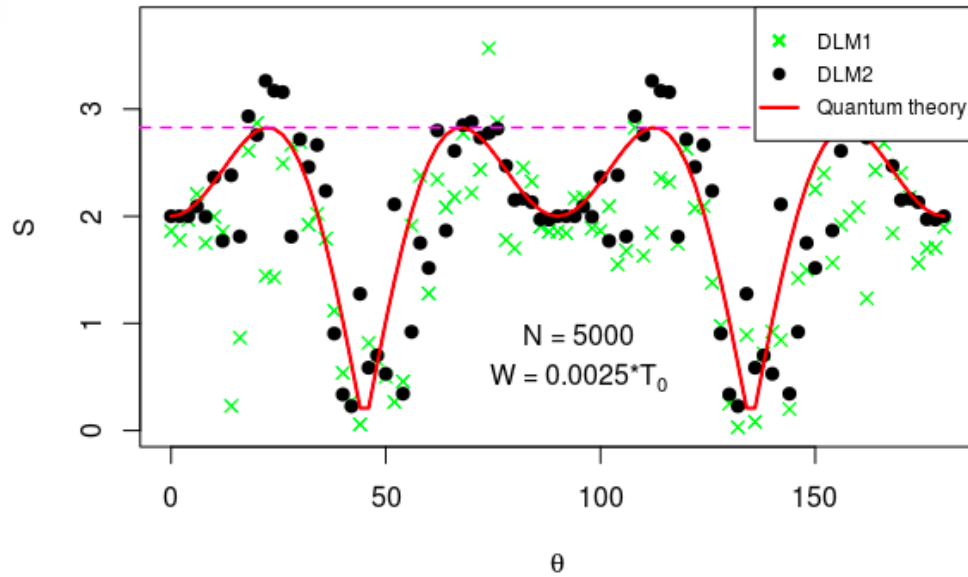
$$S_1(\theta) = \cos 6\theta - 3 \cos 2\theta$$

$$S_2(\theta) = -2\sqrt{2} \cos 2\theta$$

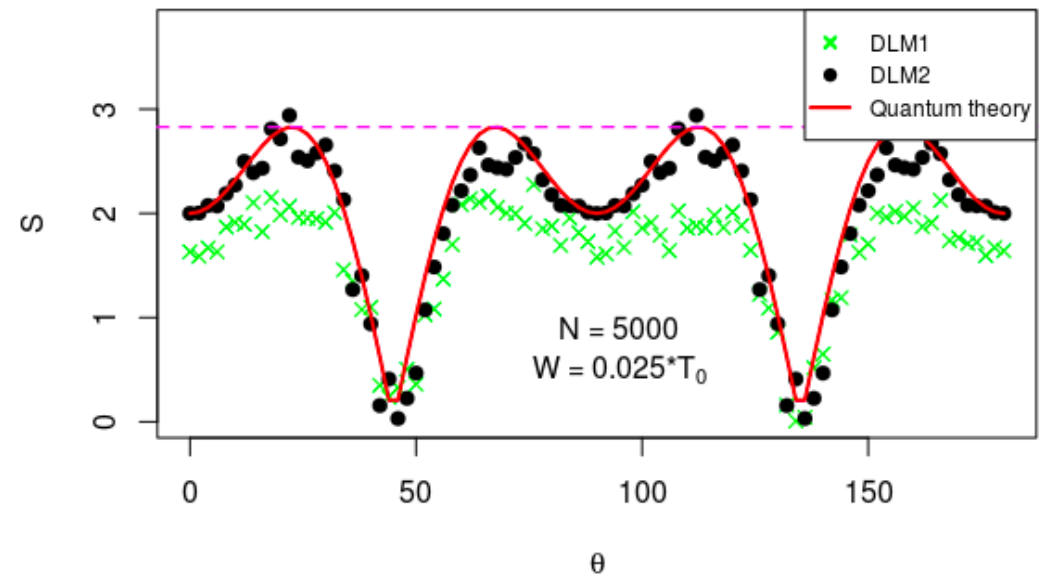


EPRB eksperyment

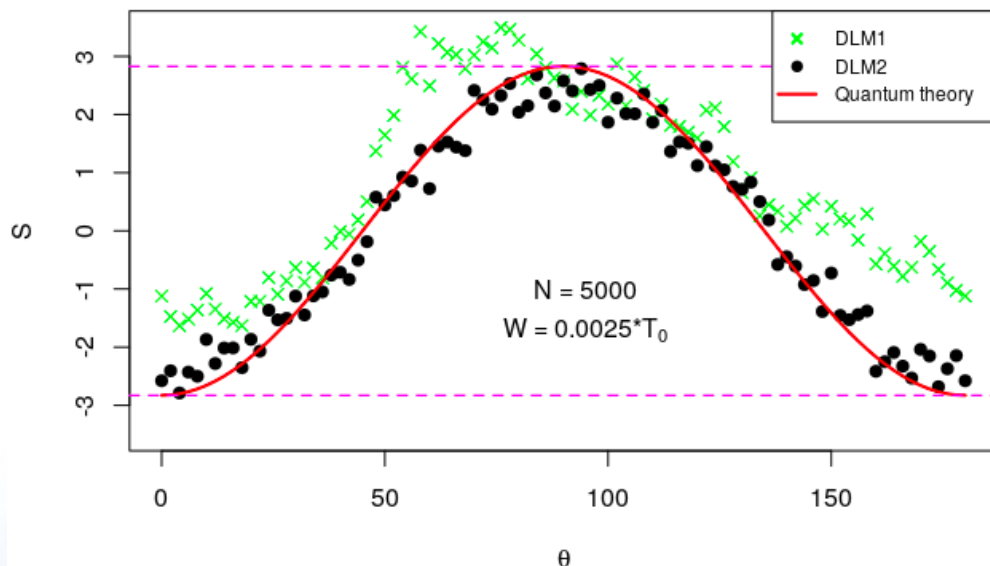
$$\alpha = \{0, 2\theta\}, \beta = \{0, 3\theta\},$$



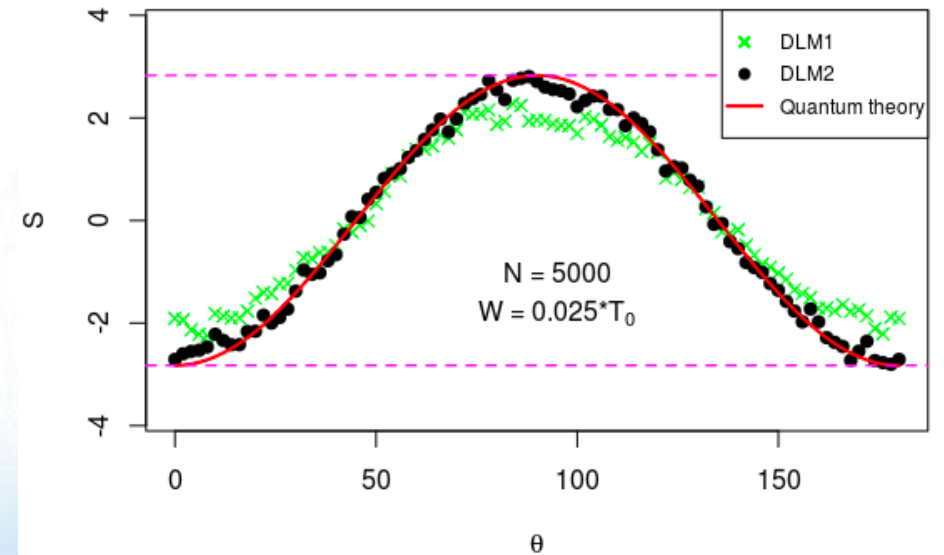
$$\alpha = \{0, 2\theta\}, \beta = \{0, 3\theta\},$$



$$\alpha = \{\theta, \pi/4 + \theta\}, \beta = \{\pi/8, 3\pi/8\},$$



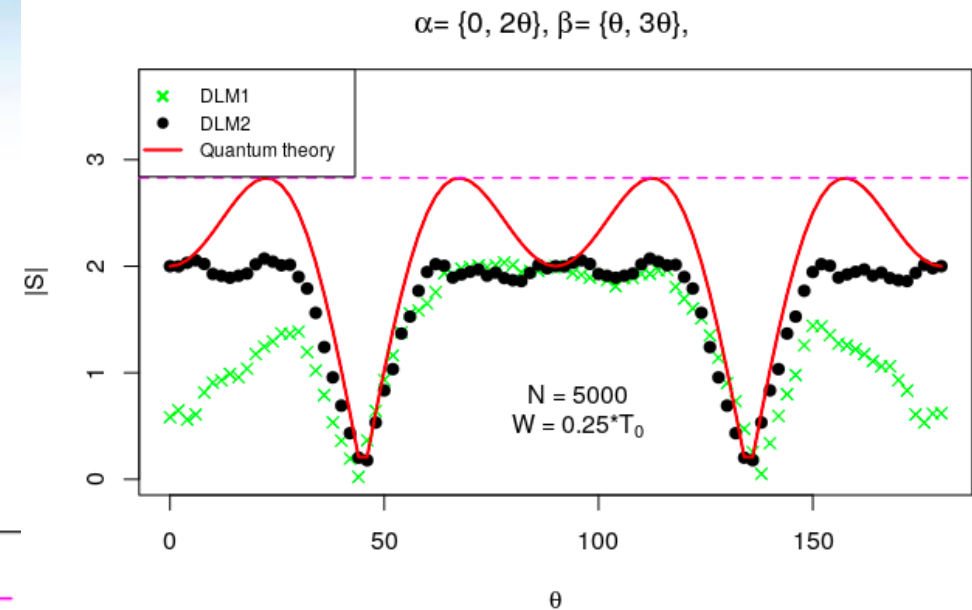
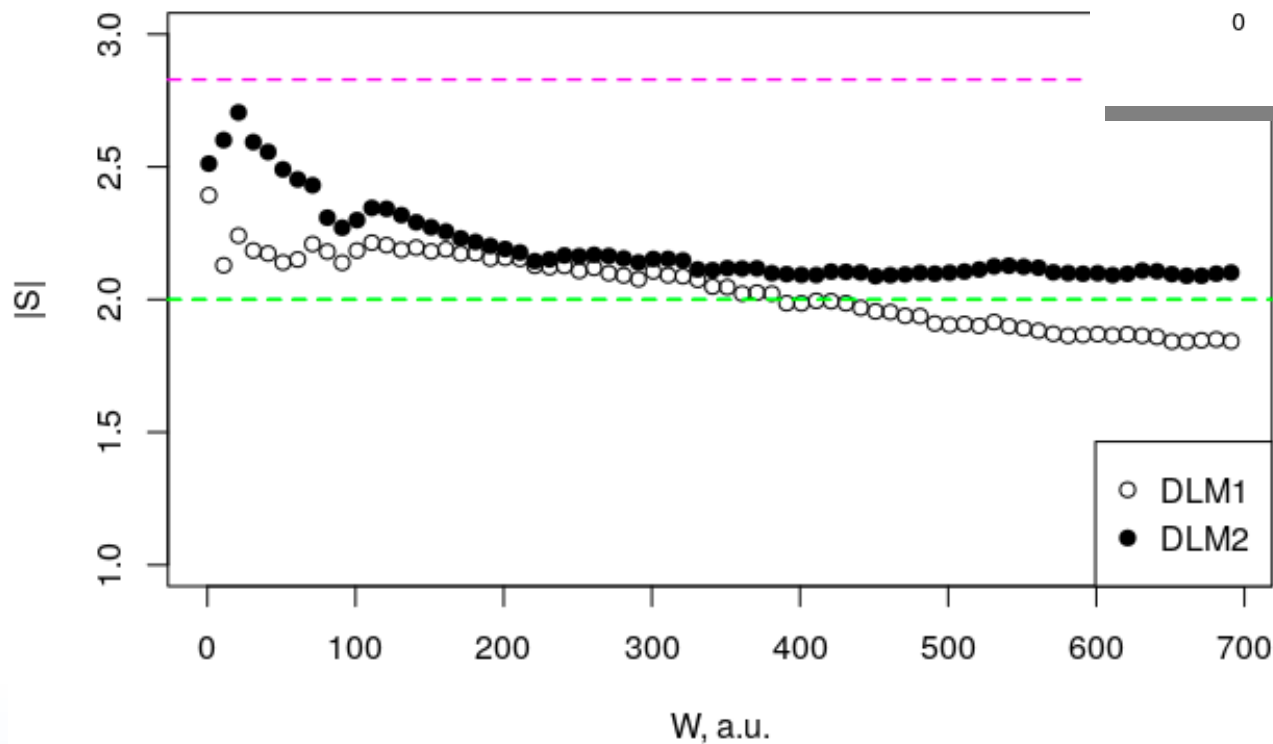
$$\alpha = \{0, \pi/4 + \theta\}, \beta = \{\pi/8, 3\pi/8\},$$



EPRB eksperyment

W – okno czasowe

Violation of Bell's Inequality

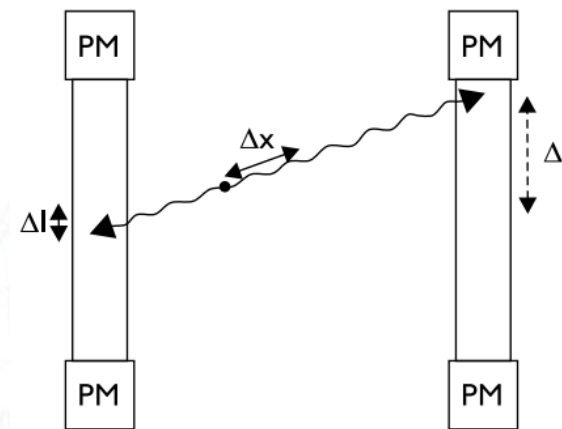
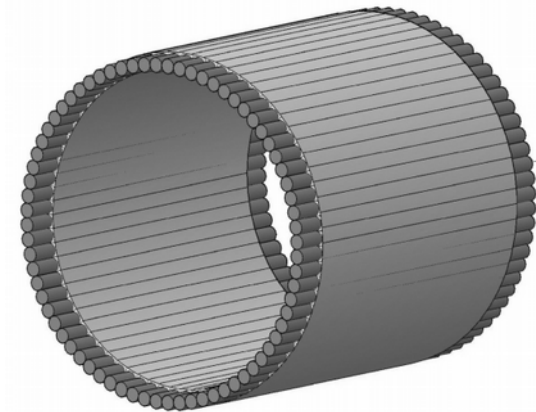
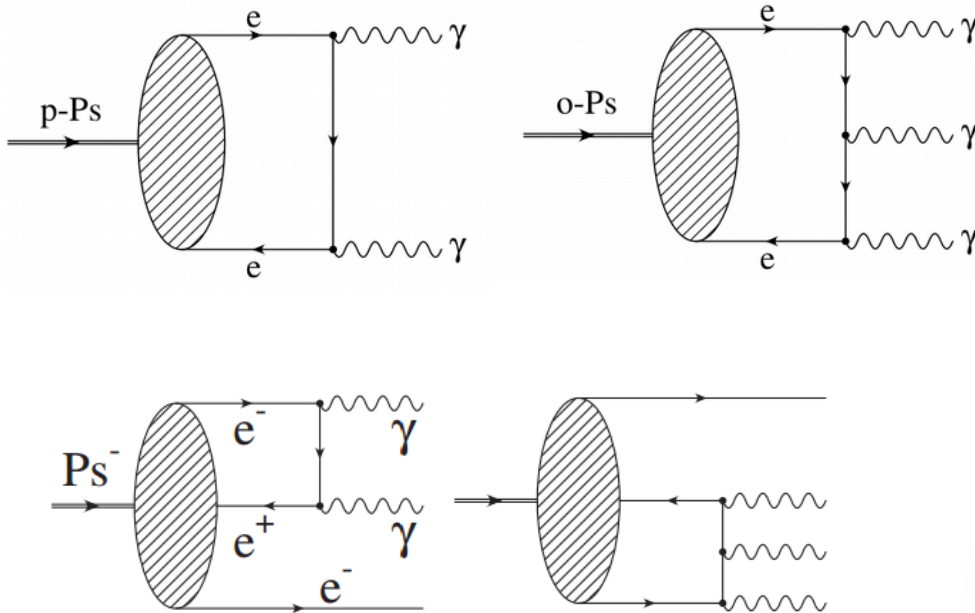


EPRB eksperyment

Splątane γ -kwanty (J-PET) – skutek rozpadu **pozytonium**

[P. Moskal et al, *Nuclear Medicine Review* 15, A61 (2012)]

[M. Puchalski et al, *PRL* 99, 203401 (2007)]

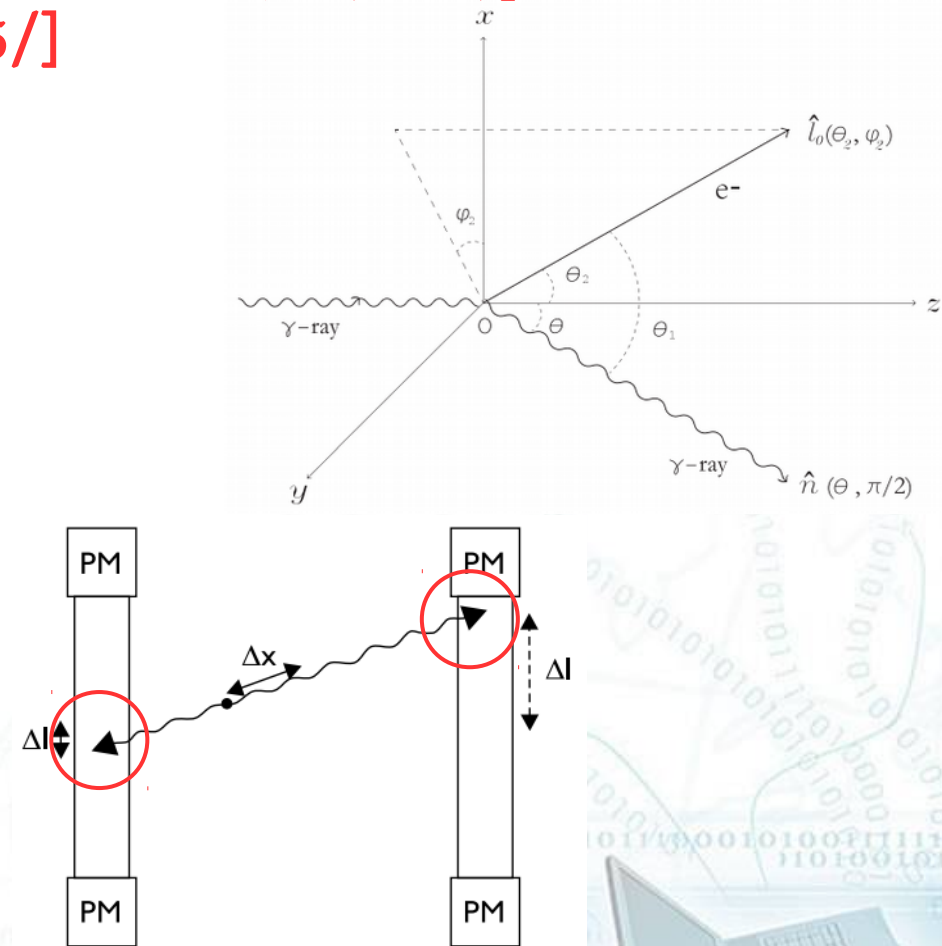
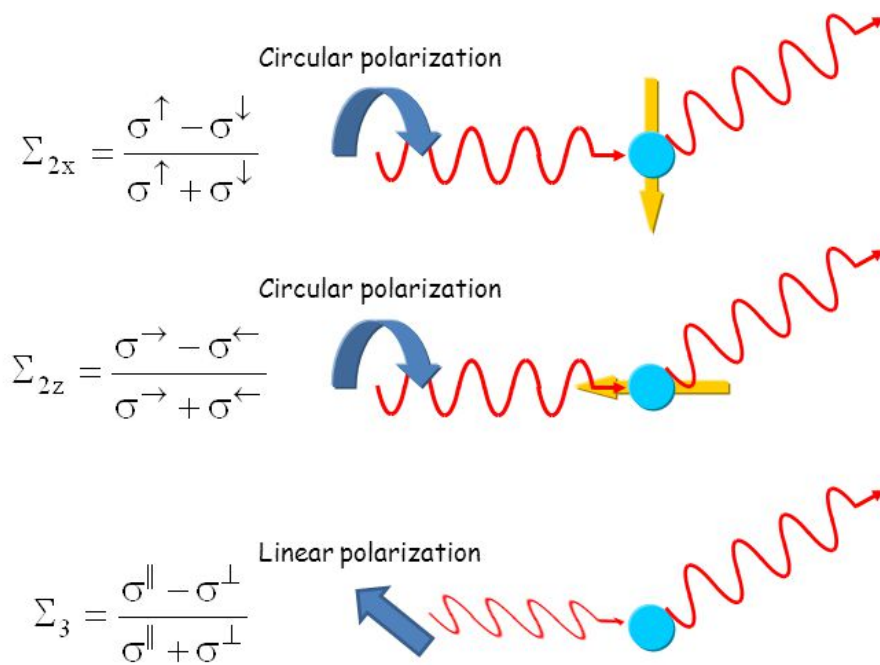


EPRB eksperyment

Rozpraszanie komptonowskie zależy od polaryzacji

[Zhe Chang et al, *The Astrophysical Journal* 783:30, 1 (2014)]

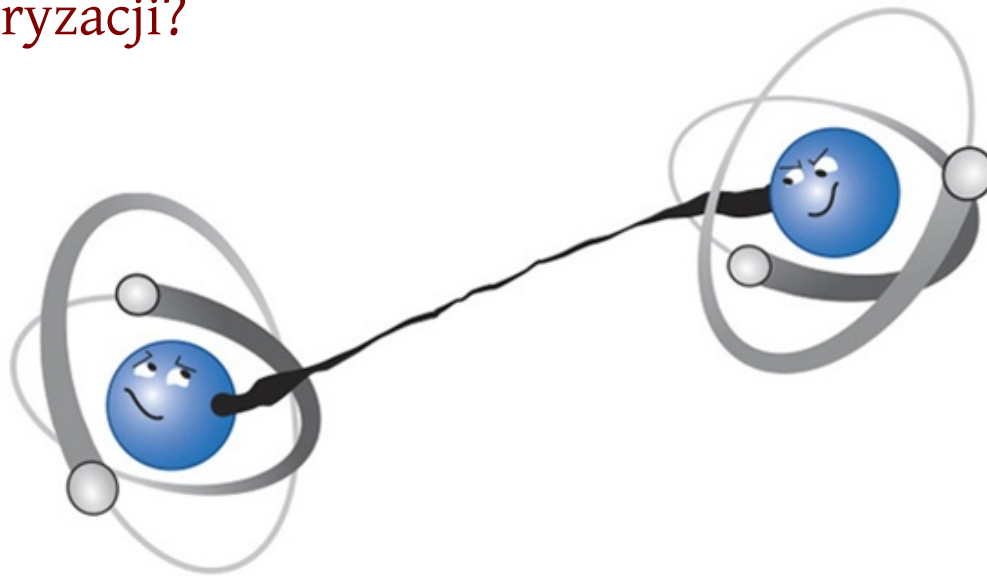
[<http://slideplayer.com/slide/3382415/>]



EPRB eksperyment

Symulacje splątanych i niesplątanych stanów:

- różne statystyki?
- *fuzzy logic / information gain* ?
- filtrowanie koincydencji?
- modulacja polaryzacji?



Zasada nieoznaczoności (pomiaru spinu neutrona)

Heisenberg: $\epsilon(Q)\eta(P) \sim \frac{\hbar}{2}$

Kennard (odchylenie standardowe): $\sigma(Q)\sigma(P) \geq \frac{\hbar}{2}$

[E. H. Kennard, *Z. Phys. A: Hadrons Nucl.* 44, 326 (1927)]

Robertson (arbitralna para pomiarów): $\sigma(A)\sigma(B) \geq \frac{1}{2}|\langle \psi |[A, B]|\psi \rangle|$

[H. P. Robertson, *Phys. Rev.* 34, 163 (1929)]

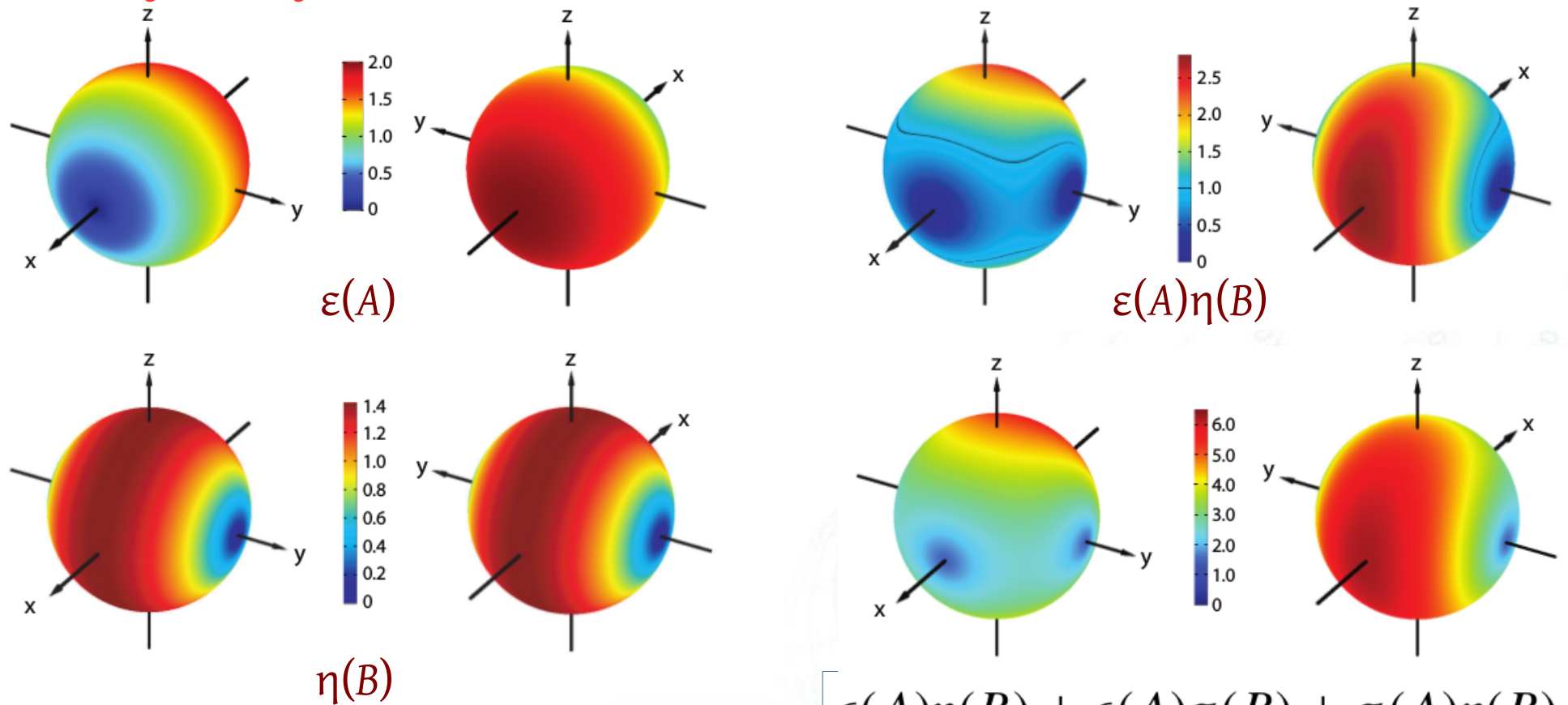
Ozawa: $\epsilon(A)\eta(B) + \epsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B) \geq \frac{1}{2}|\langle \psi |[A, B]|\psi \rangle|$

[M. Ozawa, *Phys. Lett. A* 318, 21 (2003)]

Zasada nieoznaczoności (pomiaru spinu neutrona)

Error $\epsilon(A)$ and disturbance $\eta(B)$ – X and Y

[G. Sulyok, *Phys. Rev. A* 88, 022110 (2013)]



$$\epsilon(A)\eta(B) + \epsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B)$$

Zasada nieoznaczoności (pomiaru spinu neutrona)

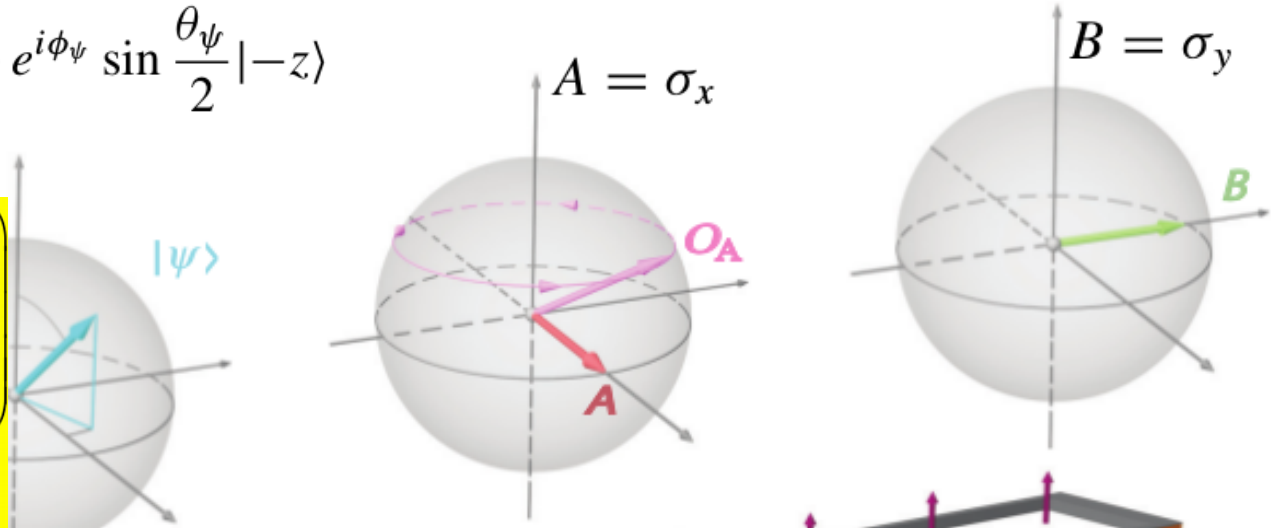
$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta_\psi}{2} |+\zeta\rangle + e^{i\phi_\psi} \sin \frac{\theta_\psi}{2} |-\zeta\rangle$$

message $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} e^{i\psi^{(1)}} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\psi^{(2)}} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$

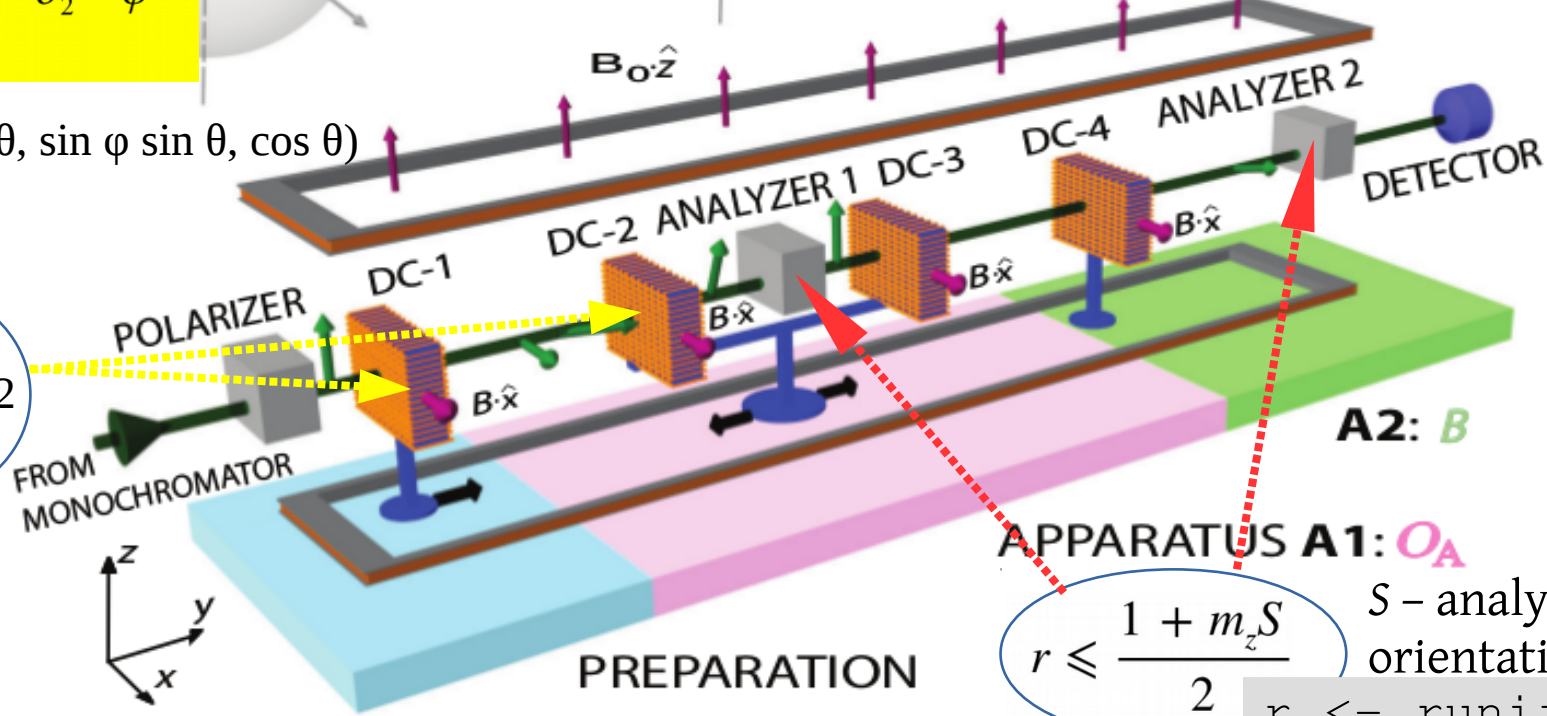
$\psi^{(i)} = \omega t - \delta_i, \delta_1 - \delta_2 = \varphi$

$\mathbf{m} = \mathbf{u}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{u}$

$\mathbf{m} = (\cos \varphi \sin \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \theta)$



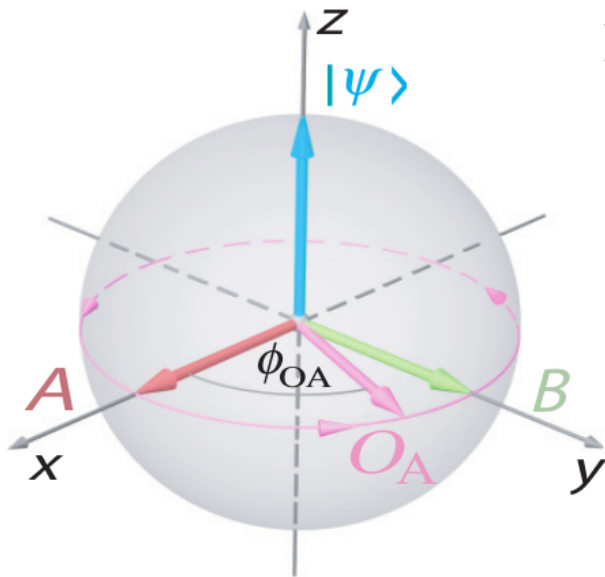
Spin flipper rotates \mathbf{m} by $\pi/2$ about x-axis



$r \leq \frac{1 + m_z S}{2}$ S - analyzer orientation (± 1)

`r <- runif(N, 0, 1)`

Zasada nieoznaczoności (pomiaru spinu neutrona)

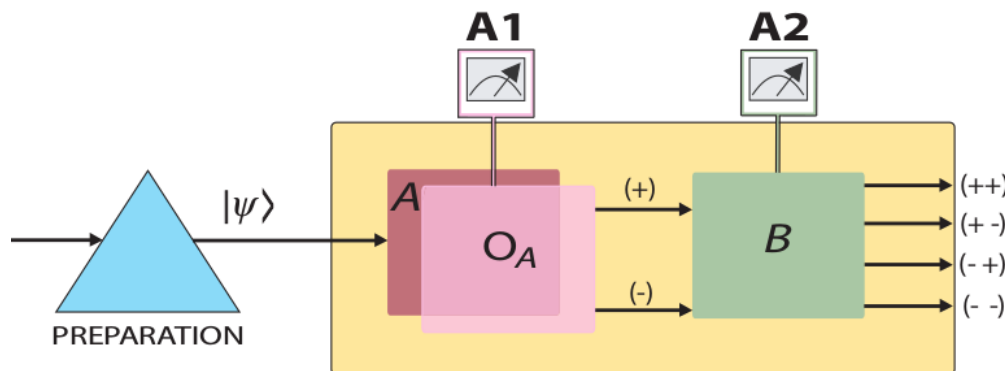


Input states $|\psi\rangle$, $|A\psi\rangle$, $|(A + \mathbb{1})\psi\rangle$, $|B\psi\rangle$, and $|(B + \mathbb{1})\psi\rangle$

$$\epsilon(A)^2 = 2 + \langle \psi | O_A | \psi \rangle + \langle A\psi | O_A | A\psi \rangle - \langle (A + \mathbb{1})\psi | O_A | (A + \mathbb{1})\psi \rangle$$

$$\eta(B)^2 = 2 + \langle \psi | O_B | \psi \rangle + \langle B\psi | O_B | B\psi \rangle - \langle (B + \mathbb{1})\psi | O_B | (B + \mathbb{1})\psi \rangle$$

$$\sigma(A) = 1, \quad \sigma(B) = 1, \quad \frac{1}{2} \langle \psi | [A, B] | \psi \rangle = 1$$

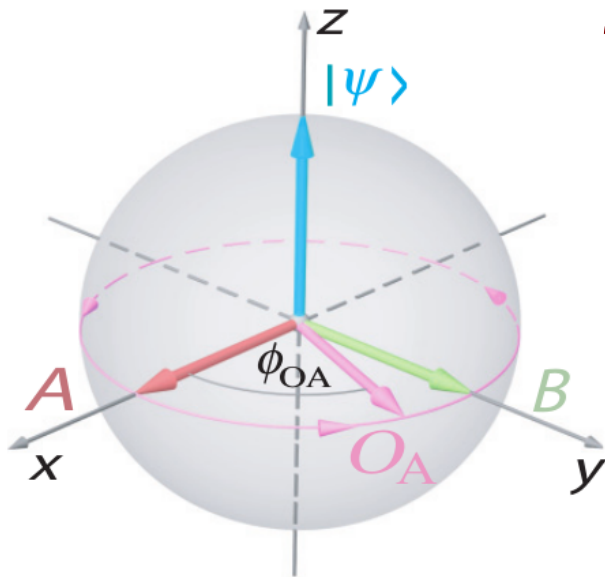


analyzers orientation ± 1 (+, -)

$$\langle \psi | O_A | \psi \rangle = \frac{(I_{++} + I_{+-}) - (I_{-+} + I_{--})}{I_{++} + I_{+-} + I_{-+} + I_{--}}$$

$$\langle \psi | O_B | \psi \rangle = \frac{(I_{++} + I_{-+}) - (I_{+-} + I_{--})}{I_{++} + I_{+-} + I_{-+} + I_{--}}$$

Zasada nieoznaczoności (pomiaru spinu neutrona)



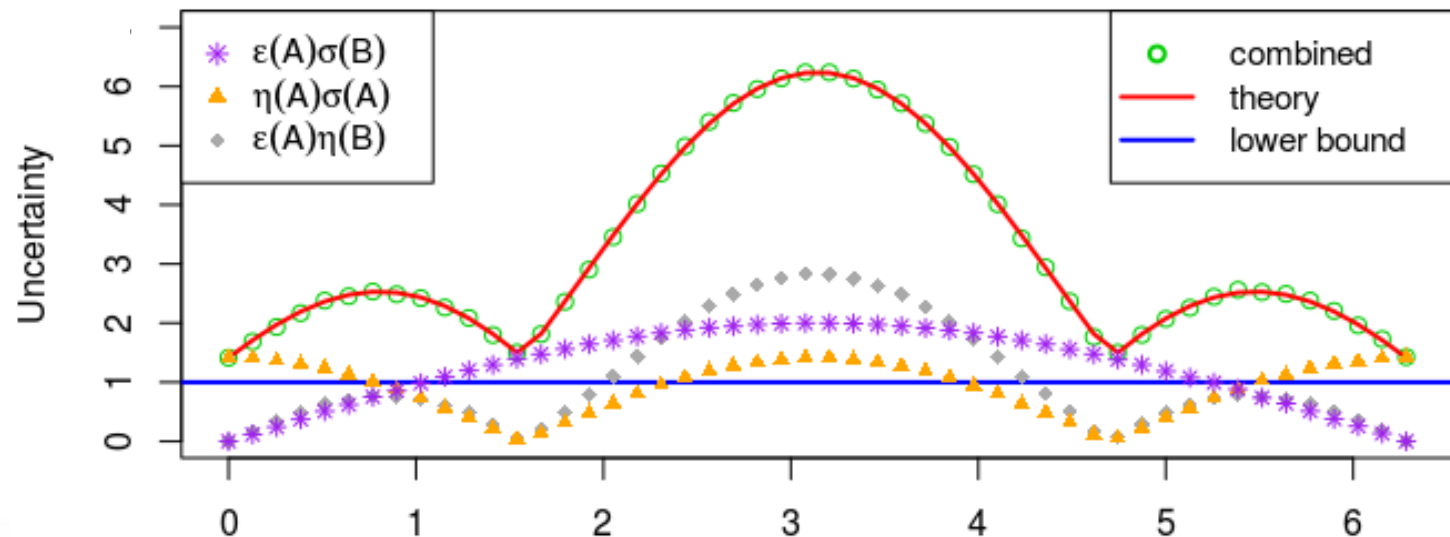
Teoria:

$$\sigma(A) = 1, \quad \sigma(B) = 1, \quad \frac{1}{2} \langle \psi | [A, B] | \psi \rangle = 1$$

$$\epsilon(A) = 2 \sin \frac{\phi_{OA}}{2}, \quad \eta(B) = \sqrt{2} |\cos \phi_{OA}|$$

$$\epsilon(A)\eta(B) + \epsilon(A)\sigma(B) + \eta(B)\sigma(A)$$

$N = 10,000$
neutronów
dla każdego kąta



$$\epsilon(A)\eta(B) + \epsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B) \geq \frac{1}{2} |\langle \psi | [A, B] | \psi \rangle|$$

Detuning angle ϕ_{OA} , rad

Rozproszenie (scaling)

Zdarzenie po zdarzeniu - gdzie można wygrać w szybkości?

posłania - nie komunikują między sobą

zdarzenia - czy jest wykorzystany DLM / parametry „nauczania”?

rozkłady i próbkowanie losowych parametrów \mathbf{r}

typy danych?

$$Y = \{x_{n,j}, t_{n,j}, \varphi_{n,j} | n=1, \dots, N_j\},$$

$$j=1,2; \varphi = \alpha_i, \beta_i$$

$$\begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N_{\text{detector}} \\ \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} e^{i\psi^1} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\psi^2} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ A_1 \\ A_2 \\ \phi_{OA} \\ e^{i\psi^1} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\psi^2} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

S_i - binary (analyzers), A_i - boolean (apparatus 1 & 2)

Rozproszenie (scaling)

Transformacja w parę klucz-znaczenie
z dodawaniem parametru losowego w końcu:

```
{'entangled': True, 'x': 1, 'time_tag': 1e-7, 'phi': 1.57079633}
→ {'True, 1' : [1, 1e-7, 1.57079633, 0.62703328]}
```

$$Y = \left\{ x_{n,j}, t_{n,j}, \varphi_{n,j}, \boxed{n=1, \dots, N_j}, \right. \\ \left. j=1,2; \varphi = \alpha_i, \beta_i \right.$$

$$\begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \boxed{N_{\text{detector}}} \\ \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{pmatrix}$$

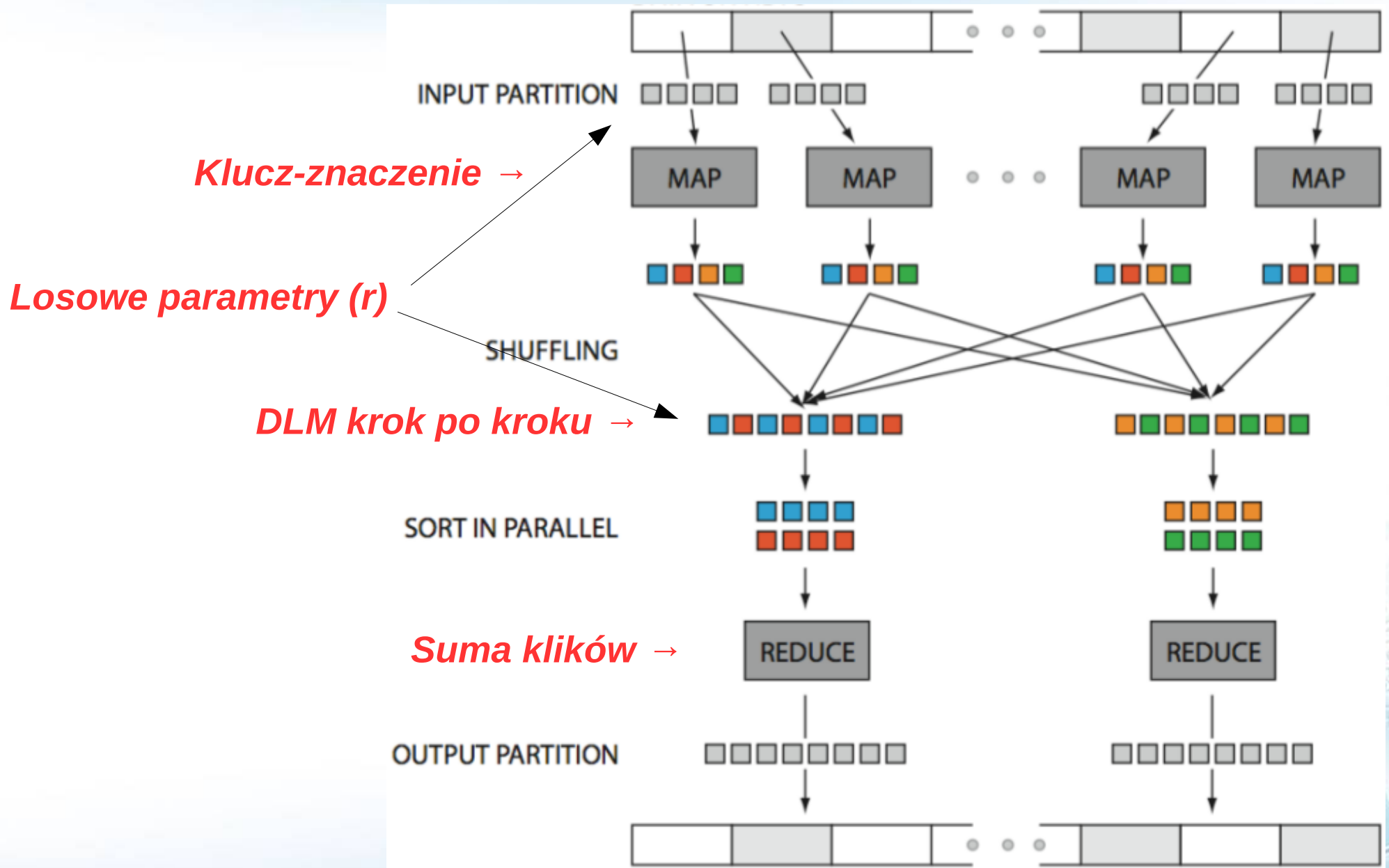
$$\begin{pmatrix} e^{i\psi^1} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\psi^2} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ A_1 \\ A_2 \\ \boxed{\phi_{OA}} \\ e^{i\psi^1} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\psi^2} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

klucz

S_i - binary (analyzers), A_i - boolean (apparatus 1 & 2)

Rozproszenie (scaling)



Dziękuję za uwagę!