
AUTOREFERAT

MICHAŁ P. HELLER
Narodowe Centrum Badań Jądrowych



Maj 2016

1 Dane personalne

IMIĘ I NAZWISKO: Michał P. Heller

ROK URODZENIA: 1984

MIEJSCA PRACY: Zakład Fizyki Teoretycznej (BP2)
Narodowe Centrum Badań Jądrowych
ul. Hoża 69, 00-681 Warszawa

oraz

Perimeter Institute for Theoretical Physics
31 Caroline Street North Waterloo, ON N2L 2Y5, Kanada

STANOWISKA: adiunkt (NCBJ) oraz post-doc (PITP)

2 Wykształcenie i przebieg kariery

STAŻ PODOKTORSKI: 2010-2014: Universiteit van Amsterdam, Holandia
Opiekun naukowy: prof. Jan de Boer

DOKTORAT: 2010: Uniwersytet Jagielloński w Krakowie
Specjalność: fizyka teoretyczna
Tytuł rozprawy: “Various aspects of non-perturbative gauge theory dynamics and AdS/CFT correspondence”
Promotor: prof. dr hab. Romuald A. Janik
Wyróżnienie

MAGISTERIUM: 2007: Uniwersytet Jagielloński w Krakowie
Studia Matematyczno-Przyrodniczne, specjalność: fizyka teoretyczna
Tytuł rozprawy: “Plazma kwarkowo-gluonowa i korespondencja AdS/CFT”
Opiekun: prof. dr hab. Romuald A. Janik
Wyróżnienie oraz II nagroda w konkursie prac magisterskich Polskiego Towarzystwa Fizycznego

MATURA: 2003: V LO im. Augusta Witkowskiego w Krakowie

3 Specyfikacja osiągnięcia habilitacyjnego

Osiągnięciem naukowym wynikającym z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 roku o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.) jest jednotematyczny cykl publikacji zatytułowany

“Nierównowagowe pola kwantowe: podejście holograficzne.”

Cykl składa się z następujących artykułów:

1. M. P. Heller, D. Mateos, W. van der Schee i D. Trancanelli, “Strong Coupling Isotropization of Non-Abelian Plasmas Simplified,” *Phys. Rev. Lett.* 108, 191601 (2012), arXiv:1202.0981 [hep-th].
2. M. P. Heller, D. Mateos, W. van der Schee i M. Triana, “Holographic isotropization linearized,” *JHEP* 1309, 026 (2013), arXiv:1304.5172 [hep-th].
3. M. P. Heller, R. A. Janik i P. Witaszczyk, “Characteristics of Thermalization of Boost-Invariant Plasma from Holography,” *Phys. Rev. Lett.* 108, 201602 (2012), arXiv:1103.3452 [hep-th].
4. M. P. Heller, R. A. Janik i P. Witaszczyk, “A numerical relativity approach to the initial value problem in asymptotically Anti-de Sitter spacetime for plasma thermalization - an ADM formulation,” *Phys. Rev. D* 85, 126002 (2012), arXiv:1203.0755 [hep-th].
5. M. P. Heller, R. A. Janik i P. Witaszczyk, “Hydrodynamic Gradient Expansion in Gauge Theory Plasmas,” *Phys. Rev. Lett.* 110, 211602 (2013), artykuł wyróżniony jako *Editors’ suggestion*, arXiv:1302.0697 [hep-th].
6. J. Casalderrey-Solana, M. P. Heller, D. Mateos i W. van der Schee, “From full stopping to transparency in a holographic model of heavy ion collisions,” *Phys. Rev. Lett.* 111, 181601 (2013), arXiv:1305.4919 [hep-th].
7. J. Casalderrey-Solana, M. P. Heller, D. Mateos i W. van der Schee, “Longitudinal Coherence in a Holographic Model of Asymmetric Collisions,” *Phys. Rev. Lett.* 112, 221602 (2014), arXiv:1312.2956 [hep-th].
8. M. P. Heller, R. A. Janik, M. Spaliński i P. Witaszczyk, “Coupling hydrodynamics to nonequilibrium degrees of freedom in strongly interacting quark-gluon plasma,” *Phys. Rev. Lett.* 113, 261601 (2014), arXiv:1409.5087 [hep-th].
9. A. Buchel, M. P. Heller i R. C. Myers, “Equilibration rates in a strongly coupled non-conformal quark-gluon plasma,” *Phys. Rev. Lett.* 114, 251601 (2015), arXiv:1503.07114 [hep-th].
10. M. P. Heller, M. Spalinski, “Hydrodynamics Beyond the Gradient Expansion: Resurgence and Resummation,” *Phys. Rev. Lett.* 115, 072501 (2015), artykuł wyróżniony jako *Editors’ suggestion*, arXiv:1503.07514 [hep-th].

Sumaryczny Impact Factor wymienionych artykułów wynosi 73.165. Do dnia 31 maja 2016 artykuły te zdobyły w sumie ponad 500 cytowań wg. bazy danych INSPIRE HEP która jest standardowym narzędziem bibliometrycznym w fizyce wysokich energii do której należy poruszana tematyka badawcza. Artykuły te stanowią pierwsze 10 pozycji w bibliografii.

4 Wyszczególnienie osiągnięcia habilitacyjnego

4.1 Wstęp

Fundamentami współczesnej fizyki teoretycznej są kwantowa teoria pola będąca językiem modelu standardowego i fizyki kwantowej układów wielu cząstek oraz ogólna teoria względności

opisująca oddziaływania grawitacyjne na poziomie klasycznym. Spektakularny rozwój teorii strun w przeciągu ostatnich 30 lat oparty jest w dużej mierze na niesionej przez nią możliwości uzupełnienia modelu standardowego o grawitację na poziomie teorii kwantowej. W związku z tym, najbardziej naturalnymi aspektami dla których poszukuje się fenomenologicznych implikacji teorii strun są rozszerzenia modelu standardowego i kosmologia wczesnego Wszechświata. Ze względu na słabość oddziaływań grawitacyjnych postęp na tej drodze jest bardzo trudny: długość Plancka jest tak mała w porównaniu ze skalami dostępnymi eksperymentalnie, że przewidywania teorii strun w ramach większości modeli nie mogą być bezpośrednio testowane.

W przeciągu ostatnich kilkunastu lat pojawiła się nowa zaskakująca możliwość w ramach której teoria strun dostarcza już teraz wyników o znaczeniu fenomenologicznym. Jest nią korespondencja AdS/CFT, nazywana także holografią, która umożliwia rachunki ab initio w pewnej grupie silnie sprzężonych kwantowych teorii pola. Do tego właśnie nurtu badawczego należy prezentowany cykl publikacji *Nierównowagowe pola kwantowe: podejście holograficzne* obejmujący prace [1–10].

Dwa standardowe podejścia ab initio do kwantowej teorii pola to rozwinięcie w stałej sprężenia i sformułowanie euklidesowe, w którym całka po trajektoriach obliczana jest metodą Monte Carlo. Pomijając kwestię złożoności rachunków, podejścia te mają swoje naturalne ograniczenia związane z:

- Wielkością stałej sprężenia w danym procesie (dla rachunków opartych o rozwinięcie w małej stałej sprężenia).
- Zbieżnością numerycznie wyznaczonej całki po trajektoriach w sygnaturze euklidesowej w obecności potencjału chemicznego dla fermionowych stopni swobody jaki i w sygnaturze lorentzowskiej (“problem znaku”).
- Niejednoznacznością kontynuacją analityczną funkcji korelacji ze sformułowania euklidesowego do sygnatury lorentzowskiej.

Zjawiska nie posiadające w pełni satysfakcjonującego opisu ab initio ze względu na te ograniczenia spotykane są zarówno w fizyce wysokich energii, w szczególności w chromodynamice kwantowej (QCD), jak i w fizyce materii skondensowanej.

W ramach korespondencji AdS/CFT, pewna klasa silnie sprzężonych kwantowych teorii pola, w tym nieabelowe teorie cechowania w 3+1 wymiarach mające wiele cech QCD, jest w pełni równoważna wyżej wymiarowym rozwiązaniom równań grawitacji z ujemną stałą kosmologiczną i polami materii. Choć żadna z tych teorii nie wydaje się być w pełni realizowana w przyrodzie, część zagadnień napotkanych w mikroskopowo motywowanych teoriach w przypadku teorii holograficznych redukuje się do kwestii rozwiązania układu sprzężonych równań różniczkowych cząstkowych. Mimo, że rozwiązywanie równań Einsteina może być skomplikowane technicznie, nie stanowi ono trudności natury koncepcyjnej w przeciwieństwie do wyżej wymienionych kwestii. Fenomenologiczna rola AdS/CFT wynika więc, po pierwsze, z możliwości oszacowania wyników rachunków w kwantowej teorii pola które są bardzo trudne lub wręcz niemożliwe do wykonania przy pomocy innych metod i, po drugie, wskazania wcześniej nieantycypowanych ewentualności które mogą być realizowane w teoriach mikroskopowych. Choć ta pierwsza możliwość wymaga lub sugeruje występowanie reżimu silnego sprężenia, ta druga, a priori, wydaje się być bardzo ogólna ponieważ bazuje na holografii jako podejściu w pełni ab initio, tj. bez czynienia dodatkowych założeń upraszczających na temat przebiegu danego procesu.

Publikacje [1–10] motywowane są fizyką procesów dalekich od równowagi termodynamicznej w QCD. Jest to bardzo aktualna tematyka badawcza w związku z badaniami plazmy

kwarkowo-gluonowej w ultrarelatywistycznych zderzeniach ciężkich jonów w akceleratorach RHIC i LHC (patrz np. [29]). Metody korespondencji AdS/CFT są dobrze zakorzenione w tej tematyce, gdyż odegrały wcześniej kluczową rolę w zmianie paradygmatu w opisie plazmy kwarkowo-gluonowej w reżimie badanym w RHIC i, jak się okazuje także w LHC, ze słabo oddziałującego gazu kwarków i gluonów do silnie sprzężonej cieczy o bardzo małej lepkości [30]. Miarą tego fenomenologicznego sukcesu holografii jest fakt, że eksperymentalne oszacowania lepkości plazmy kwarkowo-gluonowej nie tylko rozważają stosunek lepkości η do gęstości entropii s , ale także wyrażają go jako wielokrotność wyniku dla silnie sprzężonych teorii pola o opisie holograficznym [31], tj.

$$\frac{\eta}{s} = \frac{1}{4\pi} \quad (1)$$

w jednostkach naturalnych, ze współczynnikiem proporcjonalności rzędu 1. Motywowany wcześniejszymi etapami ewolucji materii jądrowej po zderzeniu ciężkich jonów w których nie jest ona opisywana przez równania hydrodynamiki relatywistycznej, cykl artykułów [1–10] używa metod holograficznych do znalezienia odpowiedzi na następujące pytania:

1. Ile czasu upływa startując z generycznego stanu nierównowagowego zanim wartość oczekiwana tensora energii-pędu spełni relacje hydrodynamiczne? Omówieniu tych kwestii poświęcony jest rozdział 4.3.1 oparty o prace [1–4, 9].
2. Czy lokalna izotropizacja układu jest konieczna dla stosowalności równań hydrodynamiki? Ten problem jest tematem rozdziału 4.3.2 opartego o artykuły [3, 4, 6, 7].
3. Jakie własności, jako klasyczne teorie pola, mają równania hydrodynamiki relatywistycznej używane do modelowania plazmy kwarkowo-gluonowej w RHIC i LHC i jakie są ich możliwe uogólnienia? Częściowej odpowiedzi na te pytania udziela rozdział 4.3.3 podsumowując wyniki prac [8, 10].
4. Czy hydrodynamiczne rozwinięcie gradientowe jest zbieżne i czy wartości współczynników transportu drugiego i wyższych rzędów odgrywają znaczącą rolę w ewolucji hydrodynamicznej? Analiza tej kwestii jest przedmiotem rozdziału 4.3.4 przedstawiającego badania przeprowadzone w artykułach [5, 10].
5. Jakie nierównowagowe własności ma wartość oczekiwana tensora energii-pędu materii powstałej w zderzeniu dwóch obiektów oddziałujących silnie? Temu tematowi poświęcony jest rozdział 4.3.5 opisujący rezultaty prac [6, 7].

Fenomenologiczna waga tych pytań dotyczy głównie kwestii stosowalności opisu w języku relatywistycznej hydrodynamiki z lepkością (pytania 1 i 2) i jego ew. uogólnień (pytania 3 i 4), a także szczegółów dynamiki go poprzedzającej w kontekście wyników otrzymanych przy pomocy innych metod (pytanie 5). Ze względu na asymptotyczną swobodę w QCD, zastosowanie metod opartych o silnie sprzężenie w reżimie nierównowagowym, gdzie spodziewane są duże gęstości energii / duże liczby obsadzeń, może być kwestionowane. Wyniki odnoszące się do pytań 1 i 5 należy w tym kontekście rozumieć jako oszacowania jakościowe w teoriach cechowania w których stała sprzężenia jest duża, które skontrastowane z ew. wynikami rachunków opartych o słabe sprzężenie w QCD pozwolą na lepsze zrozumienie sytuacji występującej w eksperymencie. Z kolei pytania 2 i 3 bazują bardziej na możliwości wykonania rachunków ab initio w ramach holografii niż na silnym sprzężeniu i stąd oczekiwanie, że ich wyniki mogą stosować się bardziej ogólnie. Pytanie 4 wynika z lepszego zrozumienia, w ramach holografii, relacji między hydrodynamicznymi i niehydrodynamicznymi stopniami swobody i wyniki

tu dostarczone są próbą wprowadzenia fenomenologicznych równań ruchu dla hydrodynamiki relatywistycznej przy uwzględnieniu nowych efektów nierównowagowych.

Kończąc wstęp należy zaznaczyć, że większość rachunków w pracach wchodzących w skład cyklu wykorzystywała numeryczne sformułowania równań ogólnej teorii względności z ujemną stałą kosmologiczną, co jest jednym z najbardziej aktualnych i dynamicznie rozwijających się trendów w relatywistyce. Wyniki te są pionierskie w sensie technicznym także w kontekście szerzej rozumianych zastosowań korespondencji AdS/CFT, które do tej pory w znaczącej większości przypadków skupiały się na sytuacjach opisywanych przez równania różniczkowe zwykłe. Dodatkowym innowacyjnym elementem cyklu jest zastosowanie metod trans-szeregów i teorii resurgencji po raz pierwszy w kontekście hydrodynamicznego rozwinięcia gradientowego, co jest tematem prac [5] i [10]. Metody te są obecnie z sukcesami rozwijane w zastosowaniu do analizy szeregów perturbacyjnych w kwantowych teoriach pola i cieszą się dużym zainteresowaniem wśród fizyków wysokich energii i fizyków matematycznych.

4.2 Stan dziedziny przed osiągnięciem

Poniżej przedstawiony jest stan dziedziny w momencie poprzedzającym ukazanie się preprintu pierwszej publikacji z cyklu [3], tj. przed marcem 2011. Opisywanie badania sytuują się pomiędzy nurtami teoretycznej fizyki jądrowej i teorii strun, dziedzinami charakteryzującymi się zupełnie inną metodologią. Logiczne więc będzie omówienie stanu tych działów fizyki w osobnych podrozdziałach. Część dotycząca teorii strun jest szersza, gdyż wprowadza metody i język używany przy opisie konkretnych wyników dostarczonych w ramach cyklu [1–10]. Szczególna uwaga poświęcona jest na sformułowanie konkretnych pytań badawczych wynikających ze stanu obydwu dziedzin w momencie poprzedzającym ukazanie się pracy [3]. Zagadnienia oznaczone literą **Q** (jak QCD) wynikają z fenomenologicznych i teoretycznych aspektów fizyki zderzeń ciężkich jonów przy ultrarelatywistycznych energiach. Postawione problemy oznaczone literą **H** (jak holografia) związane są z zastosowaniami teorii strun.

4.2.1 Fenomenologia zderzeń ciężkich jonów w RHIC i LHC i kwestia termalizacji

Celem programu ultrarelatywistycznych zderzeń ciężkich jonów najpierw w SPS, a obecnie w RHIC i LHC jest badanie własności materii w ekstremalnych warunkach. Wytworzenie, i możliwość ilościowych badań, plazmy kwarkowo-gluonowej jest wielkim i niekwestionowanym sukcesem tych wieloletnich wysiłków.

Eksperymentalny sygnał podlegający interpretacji to cząstki wyemitowane w wyniku zderzenia, które charakteryzowane są m.in. pędem poprzecznym $\mathbf{p}_T$, tj. pędem w płaszczyźnie poprzecznej do osi zderzenia. Dwoma charakterystycznymi zjawiskami obserwowanymi w ultrarelatywistycznych zderzeniach ciężkich jonów przy energiach osiągniętych w RHIC i LHC są:

- Przepływ (ang. “flow”) dla cząstek o niskim $\mathbf{p}_T$.
- Tłumienie (ang. “quenching”) dla cząstek o wysokim $\mathbf{p}_T$.

Obydwa zjawiska są wyjaśniane przez model, który zakłada wytworzenie plazmy kwarkowo-gluonowej wykazującego się bardzo słabą dyssypacją dla kolektywnych modów o niskich częstościach i pędach z których wywodzą się cząstki o niskim $\mathbf{p}_T$ i dużym tłumieniem dla wzbudzeń odpowiadających za obserwowane cząstki o wysokim $\mathbf{p}_T$. W środowisku panuje konsensus, że ultrarelatywistyczne zderzenia ciężkich jonów w RHIC i LHC wytwarzają plazmę kwarkowo-gluonową w formie silnie sprzężonej cieczy, a nie słabo oddziałującego gazu partonów [30].

W dalszej części prezentacji uwaga zostanie skupiona na tych aspektach modelu hydrodynamicznego, które bezpośrednio motywują wyniki dostarczone w ramach cyklu. Ten fenomenologiczny model dobrze opisuje spektrum cząstek o niskim p_T m.in. pod następującymi warunkami [32]:

- Hydrodynamika stosuje się już po czasie rzędu 0.5 fm po zderzeniu.
- Lepkość plazmy QCD jest mała, rzędu holograficznej wartości wyrażonej wzorem (1).

Wczesna inicjalizacja hydrodynamiki potrzebna jest do zagwarantowania odpowiednio długiego czasu ewolucji kolektywnej wymaganego na zamianę anizotropii ciśnienia w płaszczyźnie transwersalnej na anizotropię profilu prędkości, natomiast mała lepkość zapobiega nadmiernej izotropizacji prędkości. Ponadto, niektóre grupy stosują wczesną inicjalizację hydrodynamiki jako argument za tym, żeby przyjąć, że hydrodynamiczny profil gęstości energii plazmy jest proporcjonalny do gęstości energii w płaszczyźnie transwersalnej zaraz po zderzeniu [32]. Z kolei praca [33] sugeruje, że ekspansja hydrodynamiczna może być inicjowana dla nieco późniejszych czasów, rzędu 1 fm po zderzeniu, jeśli wcześniej następuje nietrywialna ewolucja nierównowagowa, w tym przypadku free-streaming. Kwestie prowadzą do następującego pytania:

Q1: Co holografia pozwala powiedzieć o ewolucji danych początkowych od chwili zderzenia do chwili stosowalności hydrodynamiki relatywistycznej?

Należy tu też podkreślić, że otrzymanie odpowiedniej krotności cząstek może wymagać, w zależności od modelu, dopasowania amplitudy gęstości energii w chwili rozpoczęcia ewolucji hydrodynamicznej. Używane gęstości energii w centrum kropli plazmy kwarkowo-gluonowej w momencie inicjalizacji ewolucji odpowiada temperaturom T_{ini} rzędu 0.3 GeV (RHIC) - 0.5 GeV (LHC). Naturalną bezwymiarową (w jednostkach naturalnych) wielkością określającą szybkość inicjalizacji ewolucji hydrodynamicznej jest iloczyn czasu inicjalizacji i temperatury początkowej, który jest rzędu 1:

$$t_{ini}T_{ini} = \mathcal{O}(1). \quad (2)$$

W momencie poprzedzającym ukazanie się prac cyklu zasadzie nie wiadomo było ile wynosi w/w. iloczyn w słabo sprzężonych nieabelowych teoriach cechowania nawet dla asymptotycznie wysokich temperatur [34]. Naiwna ekstrapolacja pionierskiego rachunku [35], który zaniedbuje efekt niestabilności Weibela [36, 37] i dotyczy izotropizacji tensora energii-pędu (patrz pytanie **Q5**), prowadziła do czasu izotropizacji o czynnik 5-10 dłuższego niż ten dany wzorem (2) [38]. Naturalne jest więc pytanie

Q2: Czy silnie sprzężone układy generycznie relaksują w skali czasu wyznaczonej przez temperaturę / gęstość energii?

Z punktu widzenia efektywnej teorii pola, hydrodynamika relatywistyczna opisuje transport zachowanych ładunków na dużych skalach w stanach kolektywnych w których mikroskopowe stopnie swobody mogą osiągać relatywistyczne prędkości. Jak każda efektywna teoria pola, hydrodynamika relatywistyczna bazuje na rozwinięciu gradientowym. Gdy uwzględnione są procesy dyssypatywne, tak jak w przypadku fenomenologicznego opisu plazmy kwarkowo-gluonowej, hydrodynamika relatywistyczna sformułowane jest na poziomie równań ruchu, tj. formalnie na poziomie równań zachowania tensora energii-pędu

$$\nabla_\mu \langle T^{\mu\nu} \rangle = 0 \quad (3)$$

i innych zachowanych prądów. Zawężając swoją uwagę do transportu energii i pędu, najbardziej ogólny tensor energii-pędu do pierwszego rzędu w gradientach przyjmuje postać

$$\langle T^{\mu\nu} \rangle = \{ \epsilon(T) + P(T) \} u^\mu u^\nu + P(T) \eta^{\mu\nu} - \eta(T) \sigma^{\mu\nu} - \zeta(T) \{ \eta^{\mu\nu} + u^\mu u^\nu \} \nabla_\alpha u^\alpha \quad (4)$$

gdzie tensor $\sigma^{\mu\nu}$ dany jest przez

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \{ \eta^{\mu\alpha} + u^\mu u^\alpha \} \{ \eta^{\nu\beta} + u^\nu u^\beta \} \{ \nabla_\alpha u_\beta + \nabla_\beta u_\alpha \} - \frac{1}{3} \{ \eta^{\mu\nu} + u^\mu u^\nu \} \nabla_\alpha u^\alpha, \quad (5)$$

zaś $\epsilon(T)$ i $P(T)$ to lokalna gęstość energii i ciśnienie powiązane z lokalną temperaturą T relacjami termodynamicznymi i równaniem stanu, a u^μ to czterowektor prędkości zawierający trzy niezależne składowe ($\eta_{\mu\nu} u^\mu u^\nu = -1$). Skalary $\eta(T)$ i $\zeta(T)$ to odpowiednio lepkość i lepkość objętościowa, które są funkcjami lokalnej temperatury. Dyssypacja jest nieodłącznie związana z tymi współczynnikami transportu, gdyż dywergencja prądu entropii ewaluowana na formalnym rozwiązaniu równań hydrodynamiki jest do nich proporcjonalna i nieujemna

$$\nabla_\mu \left\{ \frac{\epsilon(T) + P(T)}{T} u^\mu \right\} = \frac{\eta(T)}{2T} \sigma_{\alpha\beta} \sigma^{\alpha\beta} + \frac{\zeta(T)}{T} \{ \nabla_\alpha u^\alpha \}^2 \dots \quad (6)$$

W powyższym wzorze pominięto wyrazy zawierające trzy i więcej gradientów. Włączenie lepkości do fenomenologicznego opisu plazmy kwarkowo-gluonowej jest ważne, ponieważ modyfikuje ewolucję medium wprowadzając dyssypację, a wielkość dyssypacji jest oknem na mikroskopowe własności plazmy kwarkowo-gluonowej. Z punktu widzenia efektywnej teorii pola, nic nie stoi na przeszkodzie w uwzględnieniu wyrazów wyższego rzędu w gradientach i takie rozwinięcie zostało w pełnej ogólności przeprowadzone do drugiego rzędu [39, 40]. Naturalne więc jest pytanie:

Q3 Jaki jest promień zbieżności hydrodynamicznego rozwinięcia gradientowego?

Uwzględnienie wyrazów zawierających gradienty drugiego i wyższych rzędów modyfikuje na-
iwnie równania ewolucji dane przez równania (3) i (4) i wprowadza nowe efekty dyssypatywne. Używając danych eksperymentalnych do oszacowania wielkości współczynnika lepkości plazmy kwarkowo-gluonowej zaniedbuje się efekty gradientów wyższych rzędów. Jednak przy wymaganej wczesnej inicjalizacji hydrodynamiki wyrazy te niekoniecznie muszą być parametrycznie mniejsze od członów pierwszego rzędu. Prowadzi to do następującej kwestii:

Q4 Czy resumacja hydrodynamicznego rozwinięcia gradientowego modyfikuje znacząco przewidywania hydrodynamiki, w szczególności oszacowanie lepkości plazmy kwarkowo-gluonowej?

Pytanie to zostało oryginalnie postawione w pracy [41].

Kolejnym zagadnieniem związanym z rozwinięciem gradientowym jest kwestia anizotropii plazmy kwarkowo-gluonowej wynikająca z wczesnej stosowalnością równań hydrodynamiki relatywistycznej z lepkością. Tensor energii-pędu płynu doskonałego, tj. dany równaniem (4) z zaniedbanymi poprawkami gradientowymi, jest izotropowy – trzy jego wartości własne są zdegenerowane i równe ciśnieniu $P(T)$, zaś czwarta do gęstość energii $\epsilon(T)$. Uwzględnienie lepkości $\eta(T)$ łamie izotropowość i w ogólności prowadzi do 4 różnych wartości własnych. Naturalne jest więc zadanie pytania:

Q5 Czy stosowalność hydrodynamiki wymaga przybliżonej izotropii tensora energii-pędu?

W szczególności, przełomowa praca [37] podkreślająca rolę niestabilności [36] w procesie ewolucji materii jądrowej przy słabym sprzężeniu kładzie duży nacisk na izotropizację tensora energii-pędu jako na warunek konieczny stosowalności hydrodynamiki. Jest to niesłychanie fundamentalna kwestia, gdyż w kontekście opisu danych eksperymentalnych ważna jest szybka stosowalność modeli kolektywnych takich jak hydrodynamika, a nie sama izotropizacja. Wyjaśnienie tej kwestii wydaje się więc kluczowe z punktu widzenia interpretacji rachunków mikroskopowych dotyczących początkowych etapów ewolucji materii jądrowej w RHIC czy LHC.

Z punktu widzenia efektywnej teorii pola, równania hydrodynamiki relatywistycznej z lepkością (3) i (4) wydają się poprawne. Jednak z praktycznego punktu widzenia wymagają one modyfikacji, gdyż nie są hiperboliczne [42–44]. Teoria Müllera-Israela-Stewart (MIS) [42, 43] i jej współczesne uogólnienia zapoczątkowane przez [39] dostarcza hiperbolicznych równań ruchu, które w rozwinięciu gradientowym sprowadzają się do formalnych równań ruchu dla hydrodynamiki relatywistycznej z lepkością i dziś jest standardowym narzędziem używanym do opisu ewolucji materii jądrowej przy użyciu modeli hydrodynamicznych (patrz np. [45]). W teorii tej, tensor energii-pędu rozbijany jest na część płynu doskonałego i część dyssypatywną $\Pi^{\mu\nu}$, która staje się nowym stopniem swobody

$$\langle T^{\mu\nu} \rangle = \{ \epsilon(T) + P(T) \} u^\mu u^\nu + P(T) \eta^{\mu\nu} + \Pi^{\mu\nu}. \quad (7)$$

Część dyssypatywna spełnia fenomenologiczne równanie ruchu wymuszające relaksację do hydrodynamiki z lepkością,

$$(\tau_\Pi u^\alpha \nabla_\alpha + 1) \Pi_{MIS}^{\mu\nu} = -\eta \sigma^{\mu\nu} + \dots, \quad (8)$$

W powyższym wzorze, dla jasności prezentacji, pominięto część wyrazów (patrz [39]). Inicjalizacja równań wymaga zadania początkowego profilu temperatury, trzech składowych czteroprędkości i tensora $\Pi_{\mu\nu}$. Jasne jest, że $\Pi_{\mu\nu}$ niesie informację na temat anizotropii tensora energii-pędu i w związku z tym kwestia inicjalizacji równań ruchu składających się z równania zachowania tensora energii-pędu (7) i równania (8) związana jest z pytaniem **Q3**. Anizotropia może zostać wprowadzona zarówno bezpośrednio, jako warunek początkowy, jak i pojawiać się po, krótkiej, ewolucji startującej z warunku początkowego bez anizotropii, ale z nietrywialnym profilem prędkości czy temperatury. Kwestia ta staje się jeszcze bardziej aktualna w związku z odkryciem nieparzystych harmonik w kątowej dystrybucji cząstek o niskim p_T , które wynikają z niejednorodnej dystrybucji gęstości energii w płaszczyźnie transwersalnej w każdym indywidualnym zderzeniu związanej z fluktuacjami w pozycjach nukleonów i gęstości gluonów w ich wnętrzach (patrz np. [46]). Pytanie **Q5** należy więc przeformułować w następujący sposób

Q5' Czy mówienie o ewolucji hydrodynamicznej ma w ogóle sens gdy gradienty wielkości hydrodynamicznych są duże?

Równanie (8) to najprostsze fenomenologiczne uogólnienie relatywistycznych równań Navier-Stokesa mające dobre własności propagacyjne. W związku z tym, naturalne jest następujące pytanie

Q6 Czy są inne możliwe uogólnienia relatywistycznych równań Navier-Stokesa i jakie mogą być ich zastosowania?

Kwestia ta jest motywowana pracami [47], które rozważają uzupełnienie równania (8) o wyraz z drugą pochodną tensora $\Pi_{\mu\nu}$ w kontekście struktury analitycznej opóźnionych funkcji Greena

dla tensora energii-pędu w silnie sprzężonych kwantowych teoriach pola o opisie holograficznym (patrz Rys. 1). Należy tu też zwrócić uwagę na prace dotyczące anizotropowej hydrodynamiki (patrz np. [48]), która jest uogólnieniem równania (8) bezpośrednio motywowanymi pytaniami w rodzaju **Q5** i **Q5'**.

Ostatnią kwestią wymagającą omówienia są badania dynamiki poprzedzającej ewolucję hydrodynamiczną przy użyciu metod słabego sprzężenia. W ramach tzw. modelu “color glass condensate” (CGC) problem stanu początkowego w zderzeniach dwóch jąder atomowych sprowadza się w przypadku małej stałej sprzężenia do rozwiązania efektywnych równań ruchu na pola Yanga-Millsa opisujących dynamikę układu poniżej obcięcia w obecności stochastycznych (jeśli chodzi o ich strukturę transversalną) prądów ładunku kolorowego płynących po stożku światła. Prądy te reprezentują partonowe stopnie swobody powyżej obcięcia. Do tego dochodzą warunki konsystencji pomiędzy prądami a konfiguracją pól Yanga-Millsa wynikające z nałożenia warunku o braku zależności wyników fizycznych od wprowadzonego obcięcia. Należy tu dodać, że podejście CGC mimo, że zakłada małą wartość stałej sprzężenia musi resumować nieskończenie wiele grafów Feynmana w związku z parametrycznie dużą (w odwrotności stałej sprzężenia) liczbą obsadzeń gluonowych stopni swobody w zderzanych obiektach. Wyniki wiodącego rzędu w stałej sprzężenia są boost-niezmiennicze i prowadzą do charakterystycznej struktury $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ zaraz po zderzeniu [49] – patrz dyskusja pod równaniem (30). Z kolei w granicy dużych czasów dynamika w wiodącym rzędzie w małej stałej sprzężenia prowadzi do układu o anizotropii ciśnień (w przybliżeniu) stale proporcjonalnej do gęstości energii, co nie jest zgodne z zachowaniem hydrodynamicznym danym równaniem (4). Wprowadzenie pierwszej podwiodącej poprawki destabilizuje układ wprowadzając eksponencjalnie rosnące mody [50]. Próby obejścia tego problemu w ramach tzw. klasycznej statystycznej teorii pola (classical statistical field theory) pojawiły się w literaturze [51, 52] dopiero gdy badania przedstawione w ramach cyklu były już w zaawansowanym stadium.

4.2.2 Korespondencja AdS/CFT i jej zastosowania

Korespondencja AdS/CFT została zaproponowana przez argentyńskiego fizyka Juana Maldacena pod koniec 1997 roku i postuluje zupełną równoważność między pewnymi rozwiązaniami teorii strun i pewnymi kwantowymi teoriami pola, w tym nieabelowymi teoriami cechowania w 3+1 wymiarach [53]. Dualność wyraża się jako równość odpowiednich funkcji partycji

$$Z_{\text{kwantowej teorii pola}}[J] = Z_{\text{teorii strun}}[J]. \quad (9)$$

Korespondencja AdS/CFT jest realizacją zasady holograficznej [54], która bazując na bardzo ogólnych własnościach oddziaływań grawitacyjnych stwierdza, że ich kwantowomechaniczne (mikroskopowe) stopnie swobody mają własność układu kwantowego bez grawitacji w czasoprzestrzeni o jednym wymiarze mniej [55, 56]. W związku z tym, w literaturze bardzo często korespondencja AdS/CFT nazywana jest także (grawitacyjną) hologafią¹. Z formalnego punktu widzenia, nazwa korespondencja AdS/CFT odnosi się do przypadku w którym kwantowa teoria pola jest konforemna. W autoreferacie obydwie nazwy będą używane wymiennie.

Najlepiej zrozumiany wariant korespondencji AdS/CFT stwierdza równoważność pomiędzy teorią strun typu IIB w przestrzeni $\text{AdS}_5 \times S^5$ (iloczyn przestrzeni anty-de Sittera i sfery), a teorią Yanga-Millsa z grupą cechowania $\text{SU}(N_c)$ oraz z maksymalną supersymetrią ($\mathcal{N} = 4$) w

¹Należy przy tym pamiętać, że zasada holograficzna jest bardzo ogólna i stosuje się także do grawitacji z zerową i dodatnią stałą kosmologiczną. W tych przypadkach nie wiadomo jednak jaka teoria jest dualnym opisem oddziaływań grawitacyjnych.

3 + 1 wymiarach w granicy planarnej

$$N_c \rightarrow \infty \quad \text{oraz} \quad \lambda = g_{YM}^2 N_c = \text{const.} \quad (10)$$

W powyższym wzorze, g_{YM} to stała sprzężenia teorii Yanga-Millsa. Teoria $\mathcal{N} = 4$ super Yanga-Millsa oprócz pól gluonowych, ma także 4 fermiony i 6 pól bozowych w reprezentacji dołączonej grupy cechowania $SU(N_c)$. Teoria ta jest konforemna na poziomie kwantowym².

W ramach korespondencji AdS/CFT parametry definiujące kwantową teorię pola mają swoje odpowiedniki w ramach teorii strun. W szczególności liczba kolorów N_c powiązana jest ze stosunkiem promienia krzywizny przestrzeni AdS L i długości Plancka l_P , natomiast stała sprzężenia 't Hoofta λ ze stosunkiem L do długości struny l_s . Ten pierwszy stosunek mierzy wagę efektów kwantowych związanych z geometrią, zaś drugi mówi o wielkości zjawisk wynikających z rozciągłej natury wzbudzeń w teorii strun. W szczególności, granica planarna odpowiada słabo oddziałującej teorii strun, która dla dużej wartości stałej sprzężenia

$$\lambda \rightarrow \infty \quad (11)$$

redukuje się do supergrawitacji. Oprócz teorii $\mathcal{N} = 4$ super Yanga-Millsa, istnieje nieskończenie wiele przykładów dualności między kwantowymi teoriami pola, a rozwiązaniami równań supergrawitacji (patrz np. [57]). Wszystkie te teorie charakteryzują się m.in. dużą liczbą stopni swobody oraz dużą wartością stałej sprzężenia na wszystkich skalach [58].

Ze wzoru (10) wynika, że korespondencja AdS/CFT, oprócz zasady holograficznej, realizuje również inne istniejące wcześniej przewidywanie stwierdzające, że teorie cechowania w granicy planarnej można rozumieć jako teorie strun [59]. Choć z tej perspektywy, holografia może być uznana za naturalną konsekwencję tego co już wiadomo od kilkudziesięciu lat o kwantowej teorii pola i grawitacji, należy zaznaczyć, że równoważność dotyczy dwóch bardzo skomplikowanych układów kwantowo-mechanicznych, stąd konieczność poddania jej rygorystycznym testom. W reżimie dużego N_c , zarówno teoria strun w przestrzeni $AdS_5 \times S^5$, jak i teoria $\mathcal{N} = 4$ super Yanga-Millsa są całkowalne (patrz np. [60]) i wyznaczenie wymiarów anomalnych operatorów za pomocą rachunków opartych o tę własność wykonanych po obydwu stronach korespondencji dostarczyły niezwykle silnych ilościowych argumentów potwierdzających istnienie korespondencji (patrz np. [61]). Ten właśnie doskonale przetestowany wariant korespondencji wykorzystywany jest bezpośrednio lub pośrednio w znaczącej większości prezentowanych tu wyników: [1–8, 10]. Korespondencja zachodzi również dla niekonforemnych kwantowych teorii pola. Praca [9] jako jedyna z cyklu rozważa efekty łamania symetrii konforemnej używając w tym celu dualnego opisu grawitacyjnego teorii $\mathcal{N} = 2^*$ [62, 63]. Warto tutaj zaznaczyć, że i dla tego konkretnego przypadku istnieje ilościowy test potwierdzający występowanie dualności oparty o technikę lokalizacji w supersymetrycznych kwantowych teoriach pola [64].

Mimo, że na poziomie lagranżjanu (stanu próżni) teoria $\mathcal{N} = 4$ super Yanga-Millsa nie przypomina QCD, ich stany plazmy przedstawiają jakościowe podobieństwa zarówno przy silnym [65] jak i przy słabym sprzężeniu [66]. Podobieństwa te, oraz ograniczenia metod ab initio w kwantowej teorii pola przedstawione we wstępie, uzasadniają szeroko zakrojony program badawczy, który wykorzystuje korespondencję AdS/CFT do modelowania zjawisk zależnych od czasu, które zachodzą w ultrarelatywistycznych zderzeniach ciężkich jonów w RHIC i w LHC. Oprócz kwestii termalizacji, która motywuje przedstawiony cykl publikacji, wysiłki te skupiają się także na:

- Równaniu stanu QCD (patrz np. [67–69])³.

²Należy tu jeszcze raz podkreślić, że konforemność nie jest warunkiem koniecznym dla holografii.

³Celem tych prac jest nie modelowanie samego równania stanu, ale raczej dostarczenie tła grawitacyjnego do liczenia funkcji korelacji w bardziej realistycznych holograficznych modelach QCD.

- Transporcie hydrodynamicznym (patrz np. [70]).
- Oddziaływaniach jet - medium (patrz np. [71–73]).

Kompleksowy przegląd wyżej wymienionych zagadnień znajduje się m.in. w pracach [74–77] i w książce [78]. W szerszym kontekście, potencjał aplikacyjny korespondencji AdS/CFT wynika z możliwości wyznaczenia funkcji korelacji w silnie sprzężonych⁴ kwantowych teoriach polach poprzez znajdowanie rozwiązań równań Einsteina (z polami materii) i ich odpowiednią interpretację. Oprócz fizyki związanej z diagramem fazowym QCD i programem zderzeń ciężkich jonów w akceleratorach RHIC i LHC, literatura bazująca na zastosowaniach holografii dotyczy również takich kwestii jak:

- Łamanie symetrii chiralnej i spektrum hadronów w próżni (patrz np. [79–82]).
- Silnie sprzężone rozszerzenia modelu standardowego (patrz np. [83]).
- Fizyka materii skondensowanej i zjawisk takich jak nadciekłość, nadprzewodnictwo i przewodność elektryczna (patrz np. [84]).

Wyniki dostarczone w ramach tych wątków są powiązane ze sobą, i z cyklem, głównie metodologicznie. W związku z tym nie będą tu szerzej rozważane i wymienione zostały w celu ukazania pełniejszego obrazu dziedziny, tj. zastosowań korespondencji AdS/CFT.

Żeby omówić stan wiedzy na temat procesów zależnych od czasu w silnie sprzężonych kwantowych teoriach pola w momencie poprzedzającym cykl habilitacyjny, należy pokrótce wyjaśnić sposób liczenia funkcji korelacji w ramach dualnego opisu grawitacyjnego. W reżimie który nas interesuje, teoria strun redukuje się do grawitacji Einsteina (sprzężonej do pól materii), co prowadzi do

$$Z_{\text{teorii strun}}[J] \approx e^{iS_{\text{grawitacji}}[J]}. \quad (12)$$

W powyższym wzorze J to ustalona konfiguracja źródeł w dualnej kwantowej pola, a $S_{\text{grawitacji}}$ to działanie grawitacyjne w postaci

$$S_{\text{grawitacji}} = \frac{1}{2l_P^3} \int d^5x \sqrt{-g} \left(R + \frac{12}{L^2} \right) + S_{\text{materii}}, \quad (13)$$

gdzie l_P to 5-wymiarowa długość Plancka, wkład $12/L^2$ to ujemna stała kosmologiczna, zaś S_{materii} oznacza ew. pola materii. Wzór (13) zakłada implicite redukcję Kaluzy-Kleina supergrawitacji do 5-wymiarów, gdzie S_{materii} zawiera wkłady od (pozostałych) pól supergrawitacji i ich modów Kaluzy-Kleina. W przypadku teorii $\mathcal{N} = 4$ super Yanga-Millsa jest to redukcja na 5-wymiarowej sferze S^5 . W szczególności, w przypadku kwantowych teorii pola o symetrii konforemnej, w tym $\mathcal{N} = 4$ super Yanga-Millsa, okazuje się, że w działaniu (13) można wyzerować wszystkie pola materii [85] i rozwiązywać równania ruchu dla członu Einsteina-Hilberta z ujemną stałą kosmologiczną

$$R_{ab} - \frac{1}{2}R g_{ab} - \frac{6}{L^2}g_{ab} = 0. \quad (14)$$

Różnice między poszczególnymi teoriami tkwią w wartości stosunku L/l_P , który dla teorii $\mathcal{N} = 4$ super Yanga-Millsa wynosi

$$\frac{L}{l_P} = \left(\frac{N_c^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}. \quad (15)$$

⁴Należy tutaj jeszcze raz podkreślić, że chodzi o granicę planarną i dużą wartość stałej sprzężenia 't Hoofta, która przejmuje rolę zwykłej stałej sprzężenia w tej granicy, w szczególności w naturalny sposób pojawia się w funkcji β takiej teorii [59].

Warto w tym miejscu zaznaczyć, że w działaniu (13) nie pojawia się długość struny l_s , co implikuje, że żadna z wielkości w dualnych teoriach nie zależy w wiodącym rzędzie od parametrycznie dużej stałej sprzężenia

Różne rozwiązania równań (14), ew. sprzężonych do pól materii (13), odpowiadają różnym stanom w dualnej kwantowej teorii pola. Najbardziej symetryczne rozwiązanie, 5-wymiarowa przestrzeń anty-de Sittera (AdS)

$$ds^2 = \frac{L^2}{u^2} \left\{ du^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \right\}, \quad (16)$$

odpowiada stanowi próżni. W metryce (16), $\eta_{\mu\nu}$ to 4-wymiarowa metryka Minkowskiego natomiast $u > 0$ to współrzędna radialna. Współrzędna radialna u ma naturalną interpretację skali w dualnej kwantowej teorii pola. Małe wartości u odpowiadają ultrafioletowi, natomiast duże związane są z zachowaniem dualnej teorii w podczerwieni.

Hiperpowierzchnię $u = 0$ należy rozumieć jako brzeg przestrzeni AdS i jest to miejsce w którym należy nałożyć warunki brzegowe na pola propagujące się we wnętrzu geometrii. Warunki te mają naturalną interpretację źródeł J w dualnej teorii pola, co, poprzez równość funkcji partycji (9), definiuje słownik holograficzny [86, 87]. W szczególności, utożsamienie warunków brzegowych ze źródłami w dualnej teorii pola pozwala policzyć funkcje korelacji w dualnej teorii pola, schematycznie

$$\langle O_1 \dots O_n \rangle \sim \frac{\delta^n S_{\text{grawitacji}}}{\delta J_1 \dots \delta J_n}, \quad (17)$$

oraz prowadzi do związku między polami propagującymi się w przestrzeni AdS z lokalnymi operatorami o pojedynczym śladzie względem indeksów kolorowych w dualnej kwantowej teorii pola. Przypadku korespondencji w sygnaturze Lorentzowskiej, we wzorze pojawiają się dodatkowe subtelności związane z relacjami kauzalnymi pomiędzy punktami w których liczone są korelacje (patrz np. [88]), jednak nie będą one kluczowe dla znaczącej większości prezentowanych tu wyników które dotyczą jednopunktowych funkcji korelacji (wartości oczekiwanych lokalnych operatorów).

W przypadku równań grawitacji (14), źródło J ma interpretację metryki $g_{\mu\nu}^{(0)}(x)$ która pojawia się w lagranżjanie dualnej teorii pola. Ponieważ interesuje nas fizyka zderzeń ciężkich jonów, będziemy głównie zainteresowani sytuacją gdy $g_{\mu\nu}^{(0)}(x) = \eta_{\mu\nu}$. Warto tu zaznaczyć, że zaburzenie metryki

$$g_{\mu\nu}^{(0)} = \eta_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}(x) \quad (18)$$

jest jednym ze sposobów na wzbudzenie układu ze stanu równowagi i, jednocześnie, wyznaczenia funkcji korelacji dla tensora energii-pędu.

Przyjmując tzw. cechowanie Feffermana-Grahama

$$ds^2 = \frac{L^2}{u^2} \left\{ du^2 + g_{\mu\nu}(u, x) dx^\mu dx^\nu \right\}, \quad (19)$$

rozwiązania równań ewolucji w formalizmie ADM gdzie u pełni rolę “czasu” wyznaczają $g_{\mu\nu}(u, x)$ w rozwinięciu przy brzegu

$$g_{\mu\nu}(u, x) = g_{\mu\nu}^{(0)}(x) + \dots + g_{\mu\nu}^{(4)}(x)u^4 + \dots \quad (20)$$

z dokładnością do dwóch symetrycznych macierzy 4x4, $g_{\mu\nu}^{(0)}(x)$ i $g_{\mu\nu}^{(4)}(x)$, pełniących rolę “warunku początkowego” [89]. Wyrazy pominięte we wzorze (20) wyrażają się przez macierze

$g_{\mu\nu}^{(0)}(x)$, $g_{\mu\nu}^{(4)}(x)$ oraz ich pochodne i generycznego zawierają także logarytmy zmiennej u . Gdy $g_{\mu\nu}^{(0)}(x) = \eta_{\mu\nu}$, czyli gdy dualna kwantowa teoria pola jest sformułowana w czasoprzestrzeni Minkowskiego, ze wzoru (17) wynika, że

$$g_{\mu\nu}^{(4)}(x) = \frac{2\pi^2}{N_c^2} \langle T_{\mu\nu} \rangle. \quad (21)$$

W powyższym wzorze, $T_{\mu\nu}$ to tensor energii-pędu w dualnej kwantowej teorii pola, a wartość oczekiwana liczona jest w stanie (czystym lub mieszanym), dualnym do geometrii będącej rozwiązaniem równań Einsteina (14). Równania więzów w formalizmie ADM gwarantują zachowanie i bezśladowość tensora energii-pędu [89].

Z punktu widzenia zastosowań korespondencji AdS/CFT do opisu procesu termalizacji, wzór (21) ma fundamentalne znaczenie. Wynika to, przede wszystkim, z dwóch kwestii. Po pierwsze, wzór (21) pozwala wyznaczyć ansatz na wyżej wymiarową metrykę, który odzwierciedla symetrię przepływu w dualnej kwantowej teorii pola będącego przedmiotem badań [90] (na przykład, przepływu Bjorkena [91]). Po drugie, mając dane rozwiązanie równań Einsteina, wzór (21) pozwala otrzymać wartość tensora energii-pędu i zweryfikować, w kontekście problemu termalizacji w zderzeniach ciężkich jonów, czy spełnia on relacje hydrodynamiczne.

Przechodząc do kwestii rozwiązań grawitacyjnych, rozwiązanie czarnodziurowe o translacyjnie niezmienniczym horyzoncie w $u = u_0$ (czarna brana)

$$ds^2 = \frac{L^2}{u^2} \left\{ du^2 - \frac{(1 - u^4/u_0^4)^2}{1 + u^4/u_0^4} dt^2 + (1 + u^4/u_0^4) d\vec{x}^2 \right\} \quad (22)$$

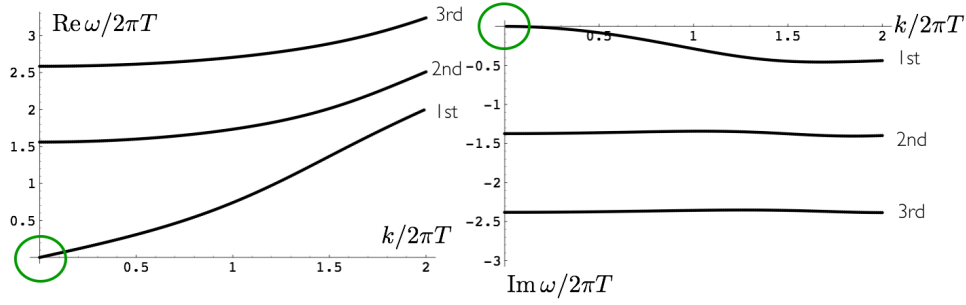
odpowiada stanowi plazmy w dualnej kwantowej teorii pola. Temperatura Hawkinga ($T = \frac{\sqrt{2}}{\pi u_0}$) i entropia Bekensteina-Hawkinga czarnej brany są utożsamione z temperaturą i entropią stanu termalnego w dualnej kwantowej teorii pola. Horyzont zdarzeń czarnej brany pełni rolę idealnie absorbującej membrany i ta własność odpowiada za dyssypację w opisie grawitacyjnym zjawisk kolektywnych w silnie sprzężonej plazmie teorii super Yanga-Millsa. Używając wzorów (21) i (22) otrzymujemy, że gęstość energii $\mathcal{E} \equiv \langle T_{tt} \rangle$ silnie sprzężonej plazmy teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM o temperaturze T wynosi

$$\mathcal{E} = \frac{3}{8} N_c^2 \pi^2 T^4. \quad (23)$$

Rozważając perturbacje metryki wokół rozwiązania czarnej brany, można wyznaczyć opóźnioną funkcję Greena dla tensora energii-pędu w stanie termalnym (plazmy). Opisuje ona ewolucję wartości oczekiwanej tensora energii-pędu gdy stan globalnej równowagi w dualnej kwantowej teorii pola zostanie wzbudzony poprzez słabe zaburzenie metryki, patrz równanie (18). Ze względu na strukturę tensorową $T_{\mu\nu}$, rozważmy zlokalizowane w czasie zaburzenie niosące pęd wzdłuż kierunku x^3

$$\delta \langle T_{\mu\nu} \rangle = \int d\omega d^3k e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{x}} [G_R(\omega, k) \cdot \delta g(\omega, k)]_{\mu\nu}. \quad (24)$$

Struktura analityczna G_R jako funkcji zespolonego ω determinuje wzbudzenia w silnie sprzężonej plazmie poprzez ewaluowanie (24) metodą całek po konturach, patrz np. [92]. Rachunek w ramach AdS/CFT pokazuje, że przy silnym sprzężeniu dla każdej wartości pędu istnieje nieskończenie wiele zespolonych biegunów (Rys. 1). Bieguny te mają interpretację modów kwazinormalnych dualnej czarnej brany [93] i dla teorii o symetrii konforemnej część urojona wszystkich z wyjątkiem jednej rodziny modów jest rzędu temperatury T [94]. Z kolei jedna szczególna rodzina modów dla której $\omega \rightarrow 0$ gdy $k \rightarrow 0$ to wzbudzenia, których relacje dyspersji



Rysunek 1: Rzeczywiste i urojone części biegunów opóźnionej funkcji Greena dla tensora energii-pędu w silnie sprzężonej plazmie teorii $\mathcal{N} = 4$ super Yanga-Millsa. Rozważane składowe funkcji Greena odpowiadają perturbacjom plazmy mającym interpretację fal dźwiękowych (ang. sound channel). Częstotliwości zależą od pędu k i dla każdej wartości k jest nieskończenie wiele biegunów. Zielone wyróżnienie pokazuje relację dyspersji wzbudzenia hydrodynamicznego (fali dźwiękowej w plazmie), które potrafi przetrwać w plazmie dowolnie długo poprzez dobranie odpowiednio małego k . Reszta modów tłumiona jest w czasie $1/T$. Rysunek pochodzi z pracy [94] innych autorów.

odpowiadają tym otrzymanym ze zlinearyzowanych równań hydrodynamiki. Z tego względu, ten mod będziemy nazywali hydrodynamicznym. Warto tu zaznaczyć, że naiwne równania hydrodynamiki nie odtwarzają relacji dyspersji modów o własności $\text{Im}(\omega) = \mathcal{O}(T)$, dlatego będziemy je nazywać modami niehydrodynamicznymi. Wszystkie te mody są eksponencjalnie tłumione i ich efekt jest zanedbywalnie mały po czasie rzędu $1/T$ z wyjątkiem modu hydrodynamicznego. Oznacza to, że w konforemnych kwantowych teoriach pola przy silnym sprzężeniu dojście do hydrodynamiki zajmuje czas rzędu $1/T$ gdy amplituda odstępstw od globalnej równowagi jest niewielka. W dalszych rozważaniach przydatna będzie znajomość wartości częstotliwości najniższego modu nierównowagowego dla zerowej wartości pędu, która wynosi w przybliżeniu

$$\omega_1/T|_{k=0} = \hat{\omega}_1 = \pm 9.800 - 8.629 i. \quad (25)$$

Wyniki na temat struktury analitycznej opóźnionej funkcji Greena dla tensora energii-pędu prowadzą do następujących pytań:

H1 Czy efekty nieliniowe w znaczącym stopniu modyfikują czas dojścia do równowagi?

H2 Czy skala czasu potrzebna do osiągnięcia równowagi w silnie sprzężonych kwantowych teoriach pola ze złamaną symetrią konforemna może być parametrycznie różna od $1/T$?

Kwestie te bezpośrednio motywują prace, odpowiednio, [1,2] i [9] z cyklu. Należy tu podkreślić, że praktycznie nic nie wiadomo na temat struktury analitycznej opóźnionej funkcji Greena dla tensora energii-pędu w plazmie QCD zarówno przy słabym jak i silnym sprzężeniu. Wyniki otrzymane w ramach holografii należy uznać za pionierskie w tej kwestii.

Wyjaśnwszy fizykę liniowych zaburzeń plazmy w równowadze, należy omówić status holograficznego podejścia do nieliniowych procesów zależnych od czasu do momentu ukazania się pierwszej pracy z cyklu, tj. [3]. Przełomową pracą dla tej dziedziny była [90], która jako pierwsza rozważała nieliniowy proces zależny od czasu przy użyciu rachunku holograficznego. W pracy tej, autorzy rozważali przepływ boost-niezmienniczy, zwany także przepływem Bjorkena [91], w granicy dużych czasów własnych i pokazali, że regularność dualnego rozwiązania grawitacyjnego opisywanego metryką

$$ds^2 = \frac{1}{u^2} \left\{ -e^{a(\tau,u)} d\tau^2 + \tau^2 e^{b(\tau,u)} dy^2 + e^{c(\tau,u)} (dx_2^2 + dx_3^2) \right\} \quad (26)$$

wymaga zachowania opisywanego przez mechanikę płynu doskonałego, tj.

$$\langle T_{\tau\tau} \rangle \sim \frac{\Lambda^4}{(\Lambda\tau)^{4/3}}, \quad (27)$$

gdzie Λ to jedyna nieustalona stała całkowania wprowadzająca skalę energii. Od strony technicznej, innowacyjność pracy [90] polegała przede wszystkim na wprowadzeniu zmiennej skalującej która redukowała równania Einsteina będącymi równaniami różniczkowymi cząstkowymi w zmiennych τ i u do układu równań różniczkowych zwyczajnych w zmiennej $v \equiv u/\tau^{1/3}$. Potęgowe poprawki do zachowania w $\tau = \infty$, mające podstać

$$a(\tau, u) = a_0\left(\frac{u}{\tau^{1/3}}\right) + \frac{1}{\tau^{2/3}}a_1\left(\frac{u}{\tau^{1/3}}\right) + \frac{1}{\tau^{4/3}}a_2\left(\frac{u}{\tau^{1/3}}\right) + \dots \quad (28)$$

i analogiczne wyrażenia dla $b(\tau, u)$ i $c(\tau, u)$ pochodzą od hydrodynamicznego rozwinięcia gradientowego i zostały skonstruowane analitycznie w rzędzie 1, 2 i 3 w pracach, odpowiednio, [95, 96], [25] oraz [19, 22]. W wyniku otrzymano wzór na temperaturę w rozwinięciu dla dużego czasu własnego, które przyjmuje postać

$$T(\tau) = \frac{\Lambda}{(\Lambda\tau)^{1/3}} \left\{ 1 - \frac{1}{6\pi(\Lambda\tau)^{2/3}} + \frac{-1 + \log 2}{36\pi^2(\Lambda\tau)^{4/3}} + \frac{-21 + 2\pi^2 + 51 \log 2 - 24 \log^2 2}{1944\pi^3(\Lambda\tau)^2} + \dots \right\}, \quad (29)$$

gdzie ... oznaczają wyrazy pochodzące od 4 rzędu rozwinięcia gradientowego.

W pracy [21] skupiono się z kolei na reżimie małych czasów i pokazano, że gęstość energii musi się zachowywać jak

$$\langle T_{\tau\tau} \rangle = \epsilon_0 + \epsilon_2\tau^2 + \epsilon_4\tau^4 + \dots, \quad (30)$$

gdzie $\epsilon_0, \epsilon_2, \dots$ to rodzina nieskończenie wielu wymiarowych stałych całkowania ograniczonych regularnością dualnej czasoprzestrzeni opisywanej metryką (26). Choć podejście CGC przewiduje $\epsilon_0 \neq 0$ [49], na poziomie rachunku grawitacyjnego nie ma żadnych przeszkód, żeby rozwinięcie (30) zaczynało się od wyrazu τ^2 ($\epsilon_0 = 0$), τ^4 ($\epsilon_0 = \epsilon_2 = 0$) itd. Zakładając, że gęstość energii zachowuje się w wiodący sposób jak $\langle T_{\tau\tau} \rangle \sim \tau^{2n}$, z zachowania i bezśladowości tensora energii pędu otrzymujemy, że

$$\langle T_{yy} \rangle / \langle T_{\tau\tau} \rangle = -\tau^2(1 + 2n) \quad \text{and} \quad \langle T_{\perp\perp} \rangle / \langle T_{\tau\tau} \rangle = 1 + n. \quad (31)$$

Wzór ten będzie jednym z punktów odniesienia przy omawianiu pracy [6].

Sytuację z pracy [21], gdzie występuje nieskończenie wiele stałych całkowania, należy skonstruować z wzorem (27), który opisuje ekspansję hydrodynamiczną i zawiera tylko jeden wolny parametr. Przejście do reżimu hydrodynamicznego można więc rozumieć jako odsprężnienie się stopni swobody związanych ze wszystkimi, poza jedną, stałymi całkowania. Praca [21] próbowała zaobserwować to przejście generując kilka rodzin współczynników (30) do wysokiego rzędu, ale promień zbieżności otrzymanych szeregów był za mały. Wyniki te doprowadziły do następującego pytań

H3 Czy istnieje prosty zapis równań hydrodynamiki dla przepływu boost-niezmienicznego, który daje równanie pierwszego rzędu w czasie?

H4 Jak wygląda relaksacja do reżimu hydrodynamicznego dla przepływu boost-niezmienicznego dla danych skonstruowanych w pracy [21]?

Kolejną znaną pracą poprzedzającą cykl habilitacyjny był artykuł [97], który używając hydrodynamicznego rozwinięcia gradientowego przedstawiał konstrukcję zaburzonej czarnej brany dualnej do dowolnego rozwiązania nieliniowych równań hydrodynamiki teorii $\mathcal{N} = 4$ super Yanga-Millsa. Z technicznego punktu widzenia, innowacyjność tej pracy polegała na użyciu układu współrzędnych Eddingtona-Finkelsteina które są regularne na horyzoncie zdarzeń i w których metryka czarnej brany przyjmuje postać

$$ds^2 = 2 dR dt - \frac{R^2}{L^2} \left\{ 1 - \left(\frac{\pi T L^2}{R} \right)^4 \right\} dt^2 + \frac{R^2}{L^2} d\vec{x}^2. \quad (32)$$

Metryka dualna do przepływu płynu doskonałego wyraża się wtedy wzorem

$$ds^2 = -2 dR u_\mu dx^\mu - \frac{R^2}{L^2} \left\{ 1 - \left(\frac{\pi T L^2}{R} \right)^4 \right\} u_\mu u_\nu dx^\mu dx^\nu + \frac{R^2}{L^2} (\eta_{\mu\nu} + u_\mu u_\nu) dx^\mu dx^\nu. \quad (33)$$

Praca [97], określana w literaturze mianem “fluid-gravity duality”, generowała ogólne poprawki do tensora energii-pędu dla płynu doskonałego aż do drugiego rzędu w gradientach. Wyniki prac [25, 90, 95, 96] konstruujących rozwinięcie gradientowe dla przepływu boost-niezmienniczego z obecnej perspektywy są szczególnym przypadkiem bardziej ogólnej procedury z pracy [97], jak pokazałem ze współpracownikami w artykule [22]. Ponieważ holografia pozwala stosunkowo łatwo, w porównaniu z innymi metodami, generować współczynniki transportu w całej klasie kwantowych teoriach pola, naturalne jest postawienie następującej kwestii:

H5 Czy grawitacja w przestrzeni AdS pozwala nam odpowiedzieć na pytanie jakie są własności hydrodynamicznego rozwinięcia gradientowego w wysokich rzędach?

Powyższe pytanie to jest powiązane z zagadnieniem **Q1** z poprzedniej sekcji dot. resumacji szeregu hydrodynamicznego.

Podsumowując informacje wymienione do tej pory:

- Stan plazmy w globalnej równowadze termodynamicznej opisywany jest przez statyczną czarną branę.
- Hydrodynamika odpowiada długofalowym perturbacjom horyzontu.
- Fizyka procesów dalekich od równowagi o małej amplitudzie odpowiada perturbacjom niosącym znaczący pęd lub mających dużą częstość.

Idąc dalej, należało oczekiwać, że ogólne zjawiska nierównowagowe odpowiadają nieliniowym zaburzeniom czarnych bran o dużej zmienności w czasie lub przestrzeni lub wręcz kolapsowi grawitacyjnemu w czasoprzestrzeni AdS. Zagadnienia te wymagają numerycznej implementacji równań Einsteina. W kontekście czasoprzestrzeni asymptotycznie płaskich, jest to jeden z wiodących trendów badawczych w relatywistyce, natomiast w przypadku czasoprzestrzeni AdS wydaje się, że problemem dla społeczności zajmującej się ogólną teorią względności było wybranie odpowiedniego warunku brzegowego na brzegu czasoprzestrzeni AdS dla pól propagujących się w jej wnętrzu. W przypadku korespondencji AdS/CFT, naturalne jest ustalenie wiodącego zachowania dla małego u , gdyż ma ono interpretację źródła w dualnej kwantowej teorii pola. Z tej przyczyny pierwsze prace dotyczące numerycznych rozwiązań równań Einsteina w czasoprzestrzeni AdS w kontekście korespondencji AdS/CFT zostały napisane przez fizyków wysokich energii.

Zastosowanie układu współrzędnych Eddingtona-Finkelsteina pozwoliło otrzymać stosunkowo prosty iteracyjny algorytm znajdowania numerycznych rozwiązań równań Einsteina z ujemną stałą kosmologiczną. Metoda ta jest omówiona w pracy przeglądowej [98]. Do roku 2011, algorytm ten pozwolił rozwiązać równania Einsteina opisujące jednorodną izotropizację [99]

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = \text{diag} \left(\mathcal{E}, \frac{1}{3}\mathcal{E} - \frac{2}{3}\Delta\mathcal{P}(t), \frac{1}{3}\mathcal{E} + \frac{1}{3}\Delta\mathcal{P}(t), \frac{1}{3}\mathcal{E} + \frac{1}{3}\Delta\mathcal{P}(t) \right)_{\mu\nu} \quad (34)$$

oraz przepływ boost-niezmieniczny [100], a także, w pracy [101], przeanalizować zderzenie dwóch obiektów oddziałujących silnie opisywanych przed zderzeniem przez tensor energii-pędu dany przez

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle dx^\mu dx^\nu = \frac{N_c^2}{2\pi^2} \rho^4 e^{-(x^\pm)^2/2w} dx^\pm dx^\pm, \quad (35)$$

gdzie $x^\pm$ to współrzędne zerowe, zaś rozwiązania parametryzowane⁵ są przez bezwymiarową kombinację parametrów ρ i w

$$e = \rho w. \quad (36)$$

Pionierskie wyniki zawarte w pracach [99–101] dostarczyły przesłanek sugerujących, że:

- Dojście do równowagi w konforemnych teoriach pola przy silnym sprzężeniu odbywa się najpóźniej w czasie rzędu odwrotności temperatury także w przypadku w którym efekty nieliniowe wydają się odgrywać kluczową rolę.
- W przypadku obecności modów hydrodynamicznych, tensor energii-pędu może być opisywany z dobrą dokładnością (rzędu 10 – 20%) za pomocą hydrodynamiki pierwszego rzędu mimo, że wkład pochodzący od lepkości jest rzędu gęstości energii.

Prace [99–101] stanowiły jedną z kluczowych motywacji dla cyklu. W przeciwieństwie do publikacji [21], artykuły te pomijały kwestię wybrania stanu początkowego wyznaczonego przez nieskończenie wiele parametrów poprzez, odpowiednio, wygenerowanie stanu wzbudzonego z próżni za pomocą zaburzenia metryki na brzegu [99, 100] oraz zderzanie dwóch obiektów będących (indywidualnie) dokładnymi rozwiązaniami równań Einsteina [101]. Okazuje się, że stany wzbudzone dostarczone w tym pierwszym podejściu są opisywane przez hydrodynamiczną formę tensora energii-pędu w zasadzie już w momencie w którym ustaje zaburzenie metryki (patrz Tabela I w pracy [100]). Z tego punktu widzenia, generowanie stanów wzbudzonych poprzez rozpoczynanie ewolucji w stanie próżni i zaburzanie metryki wydaje się nie pozwalając jednoznacznie rozdzielić procesu relaksacji od wzbudzania układu. Z grawitacyjnego punktu widzenia, zaburzanie metryki na brzegu generuje fale grawitacyjne które propagują się ku wnętrzu geometrii i w wyniku efektów nieliniowych kolapsują. Z łatwością można sobie wyobrazić bardziej skomplikowane sytuacje w których początkowa paczka falowa rozdziela się na paczki falowe propagujące się zarówno w kierunku wnętrza geometrii jak i ku brzegowi. To prowadzi do następującego pytania

H6 Jak wygląda fizyka procesów relaksacji w silnie sprzężonych układach które nie są poddawane bodźcom zewnętrznym w trakcie trwania ewolucji?

Przykładem takiego układu jest, oczywiście, materia jądrowa wytworzona w zderzeniach ciężkich jonów w RHIC i LHC.

⁵We wzorach (35) i (36) używana jest parametryzacja z pracy [6].

Z kolei praca [101] rozważyła, na gruncie uproszczonej analizy fenomenologicznej, tylko jedną z możliwych wartości parametru wyrażonego wzorem (36): $\rho w \approx 0.64$. Dla tej wartości parametru, porównanie tensora energii-pędu po zderzeniu z tensorem energii-pędu przewidzianym przez hydrodynamikę z lepkością pokazuje, że układ jest w zadowalający sposób opisywany przez hydrodynamikę w zasadzie już w momencie zderzenia. Wyniki wcześniejszej pracy [102] używającej technik analitycznych podlegającym tym samym ograniczeniom co wyniki pracy [21] sugerują występowanie bardzo nierównowagowej fizyki dla wczesnych czasów w reżimie gdy $\rho w \rightarrow 0$. Prowadzi to do następujących pytań:

H7 Jak wynik zderzenia dwóch obiektów przy silnym sprzężeniu zależy od struktury tych obiektów w kierunku podłużnym?

oraz

H8 Czy wynik zderzenia jest w przybliżeniu boost-niezmieniczny?

Kończąc opis stanu dziedziny w momencie poprzedzającym ukazanie się pierwszej pracy z cyklu, należy podkreślić, że prace [99–101] były jedynymi artykułami używającymi technik numerycznych do zrozumienia procesów relaksacji w ramach zastosowań korespondencji AdS/CFT. Większość autorów zajmujących się tą dziedziną przed 2011 roku, w celu uniknięcia implementacji numerycznej równań Einsteina, używała jako rozwiązań Vaidya dla kolapsującego pyłu w przestrzeni AdS. W ramach tego modelu poczyniono pewne postępy w zrozumieniu relaksacji nielokalnych obserwabli takich jak funkcje dwupunktowe lub pętle Wilsona⁶, jednak wyniki te do tej pory nie przełożyły się na konkretne wnioski fenomenologiczne i do pewnego stopnia nie mają one bezpośredniego związku z cyklem. W końcu, należy też się odnieść do innej pionierskiej pracy [103], która analizuje z punktu widzenia dualnego opisu grawitacyjnego dynamikę silnie sprzężonych kwantowych teorii pola w przestrzeni $\mathbb{R} \times S^2$. Późniejsze prace uogólniły te wyniki także na przypadek $\mathbb{R} \times S^1$ oraz $\mathbb{R} \times S^3$. Okazuje się, że procesy te mają zupełnie inne własności niż analogiczne zjawiska w przestrzeni Minkowskiego, jednak wyniki te nie są bezpośrednio związane z prezentowanym tu cyklem, poza samą metodologią.

4.3 Omowienie otrzymanych wyników

Celem przedstawionego cyklu publikacji jest użycie rachunków ab initio w silnie sprzężonych nieabelowych teoriach cechowania do zrozumienia fundamentalnych aspektów teoretycznego opisu zjawisk nierównowagowych występujących w ultrarelatywistycznych zderzeniach ciężkich jonów. Otrzymane wyniki w naturalny sposób dzielą się na następujące przenikające się zagadnienia:

- Skala czasu potrzebna do osiągnięcia reżimu hydrodynamicznego [1–4, 6, 7, 9].
- Anizotropia materii jądrowej w momencie stosowalności relacji hydrodynamicznych dla $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ [3, 4, 6, 7].
- Uprozczone modele fizyki nierównowagowej [8, 10].
- Rozwinięcie hydrodynamiczne w wysokich rzędach [5, 10].

⁶Okazuje się, że w przypadku nielokalnych obserwabli, czas relaksacji zależy od charakterystycznej skali długości (na przykład rozmiaru pętli Wilsona) i może być dowolnie długi, co jest też wymuszone przez kauzalność w mikroskopowej teorii.

- Zderzenie dwóch relatywistycznych obiektów [6, 7].

Poniższe podrozdziały po kolei omawiają ww. zagadnienia ze szczególnym uwzględnieniem wpływu otrzymanych wyników na dziedzinę, natomiast kwestie metodologiczne znajdują się w rozdziale 4.5. Osobny rozdział poświęcono na syntetyczne omówienie cyklu w kontekście innych wyników i jego wpływu na prace innych grup zajmujących się problemem dojścia do równowagi w teoriach holograficznych, w słabo sprzężonym QCD i podejściami fenomenologicznymi do zjawisk kolektywnych w ultrarelatywistycznych zderzeniach ciężkich jonów.

4.3.1 Skala czasu potrzebna do osiągnięcia reżimu hydrodynamicznego

Ultrarelatywistyczne zderzenia jąder atomowych są jedynym znanym nam sposobem eksperymentalnym na generowanie kolektywnych wzbudzeń pól kwantowych odpowiadających za oddziaływania silne. W ramach QCD jedyną metodą pozwalającą obecnie na opis procesów nierównowagowych ab initio są rachunki oparte o małą wartość stałej sprzężenia. Rachunki te są bardzo złożone, więc z fenomenologicznego punktu widzenia naturalne jest skupienie się na rozważaniach stanów nierównowagowych powstających w wyniku zderzenia dwóch ultrarelatywistycznych obiektów opisywanych przez QCD⁷. Z teoretycznego punktu widzenia możemy sobie wyobrazić natomiast szereg innych możliwości, na przykład wzbudzanie kwantów pól QCD za pomocą perturbacji metryki.

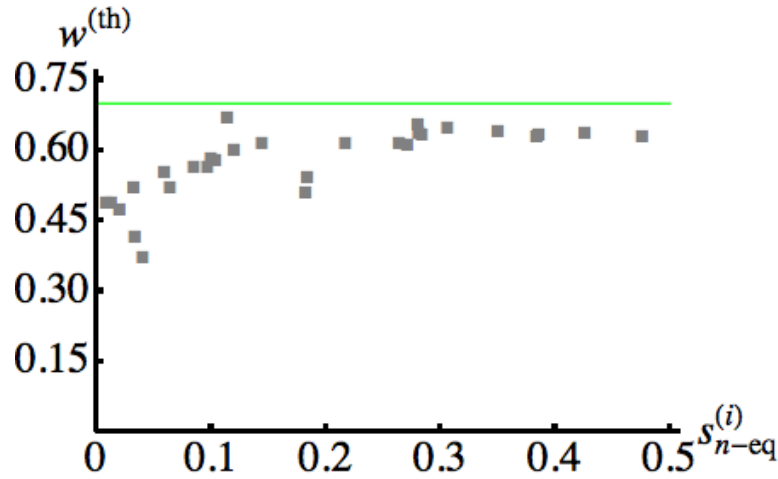
W ramach AdS/CFT nie wiemy jakie warunki początkowe dla metryki i ew. pól materii najlepiej oddają warunki początkowe w zderzeniach ciężkich jonów w RHIC czy LHC (patrz także rozdział 4.3.5). W związku z tym naturalne jest sprawdzenie jak największej liczby różnych procesów nierównowagowych w różnych teoriach i wyizolowanie jak najbardziej ogólnych prawidłowości. Była to jedna z motywacji do rozważenia w ramach cyklu:

- 29 różnych danych początkowych w $\tau = 0$ dla przepływu Bjorkena [3, 4].
- Ok. 1000 różnych stanów nierównowagowych podlegających jednorodnej izotropizacji [1, 2].
- 6 różnych konfiguracji zderzeń obiektów oddziałujących silnie [6].
- Modów kwazinormalnych w niekonforemnej teorii $\mathcal{N} = 2^*$ dla 6 rodzajów zaburzeń [9].

We wszystkich wymienionych przypadkach czas dojścia do reżimu hydrodynamicznego był ograniczony od góry wzorem (2). W szczególności wyniki dostarczone dla przepływu Bjorkena przedstawione są na Rys. 2, dla jednorodnej izotropizacji na Rys. 3, natomiast przykładowe mody kwazinormalne dla teorii $\mathcal{N} = 2^*$ na Rys. 4. Wyniki dla zderzeń omówione są dokładniej w rozdziale 4.3.5. Fakt, że wszystkie przytoczone wyniki potwierdzają wzór (2) jest wysoce nietrywialny co najmniej z dwóch przyczyn:

- Choć prace [1–4, 6] rozważają procesy nierównowagowe w silnie sprzężonych konforemnych teoriach cechowania takich jak $\mathcal{N} = 4$ SYM w których jedyną skalą w stanie plazmy jest temperatura T , zadane warunki początkowe zawierają nieskończenie wiele różnych skal (patrz np. wzór (30)). W ogólnym przypadku, lokalna temperatura w momencie stosowalności hydrodynamiki jak i czas po którym to następuje indywidualnie zależą w złożony sposób od nieskończenie wielu parametrów określających stan początkowy.

⁷Zastosowania fenomenologiczne wymagają ekstrapolacji wyników do realistycznej wartości stałej sprzężenia przez co traczone są walory podejścia ab initio.



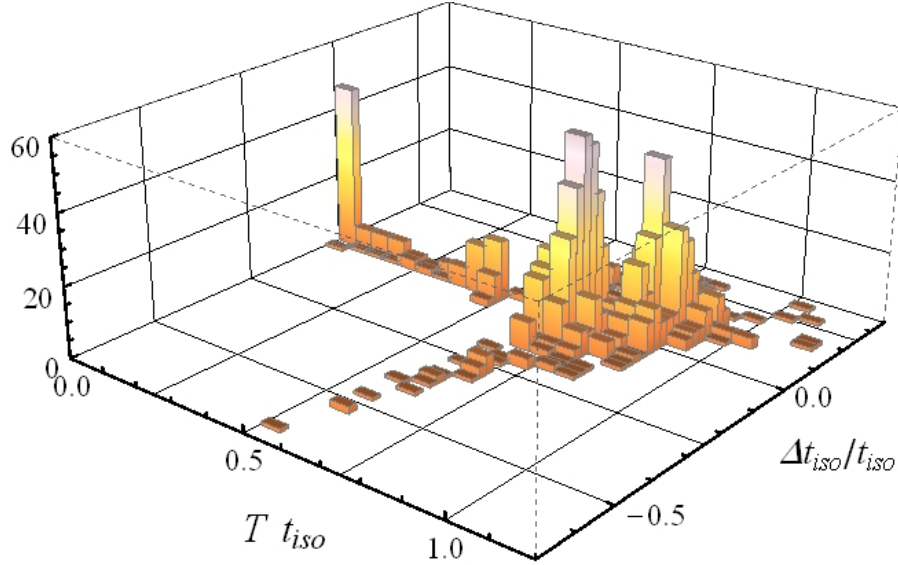
Rysunek 2: Rysunek przedstawia czas stosowalności hydrodynamiki w jednostkach lokalnej temperatury ($w^{th} = \tau_{hydro} T(\tau_{hydro})$) dla 29 różnych stanów podlegających ewolucji boost-niezmiennej. Na osi odciętych przedstawiona jest entropia początkowa. Dokładna definicja τ_{hydro} omówiona jest w rozdziale 4.3.2. Wyniki potwierdzają stosowalność wzoru (2). Wykres pochodzi z pracy [3].

- Praca [9] rozważa z kolei teorię $\mathcal{N} = 2^*$, która jest deformacją $\mathcal{N} = 4$ SYM poprzez zadanie masy m dla części pól tej teorii (patrz np. [104]). W związku z tym stan plazmy charakteryzowany jest przez 2 skale: T i m (patrz Rys. 5). Jak pokazały wyniki [9] (patrz Rys. 4) części urojone częstości najniższych modów kwazinormalnych pozostają rzędu temperatury, co sugeruje stosowalność wzoru (2) także i w tym przypadku.

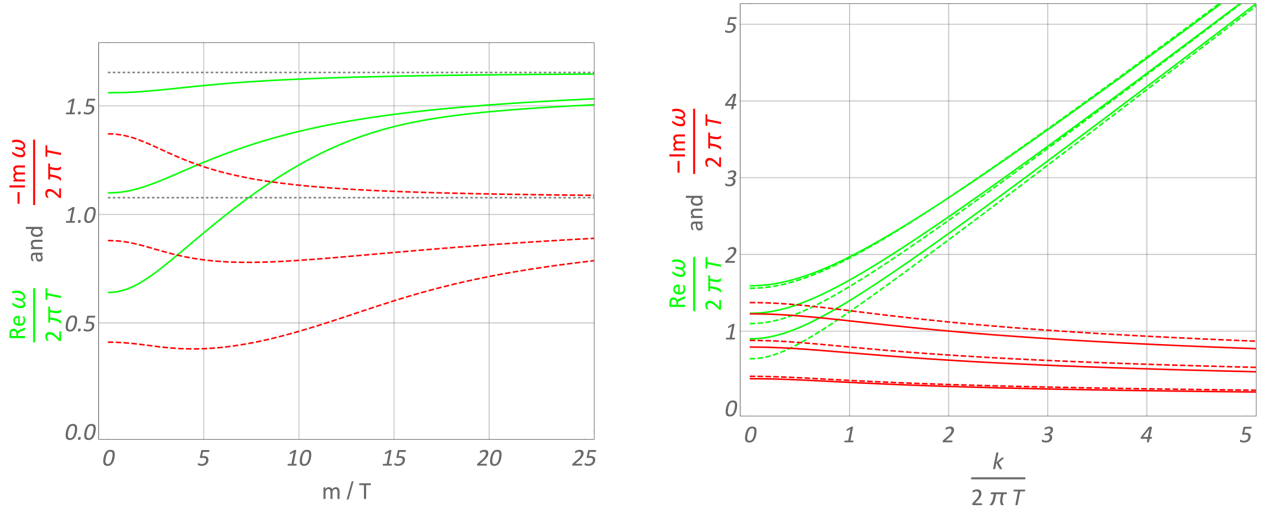
Waga wyników przedstawionych w tej części cyklu wynika przede wszystkim ze wskazania nowej generycznej własności silnie sprzężonych teorii cechowania jaką oprócz małej lepkości wydaje się być także szybka stosowalność hydrodynamiki. Wyniki te oczywiście nie pokazują, że za procesy nierównowagowe prowadzące do szybkiej stosowalności hydrodynamiki w zderzeniach ciężkich jonów w RHIC i LHC odpowiada duża wartość stałej sprzężenia. Natomiast gdyby tak było, wyniki zawarte w cyklu wskazywałyby, że szybka stosowalność hydrodynamiki byłaby naturalna [Q1, Q2, H1, H2, H6].

Warto zwrócić uwagę na to, że o ile rozumiemy w języku grawitacyjnym uniwersalność małej lepkości w silnie sprzężonych teoriach pola (patrz np. [105, 106]), nie jest jasne dlaczego wzór (2) miałby się stosować w każdej teorii i dla każdego danych początkowych. Pewnym krokiem w tym kierunku były wyniki 2 prac cyklu [1, 2], które pokazały, że zlinearyzowane [H1] równania grawitacji są dobrym przybliżeniem dynamiki wartości oczekiwanej tensora energii-pędu w procesie jednorodnej izotropizacji (patrz Rys. 3). To pozwoliło powiązać czas izotropizacji z własnościami modów kwazinormalnych, które są dość dobrze zrozumiane [94]. Sposób ten nie uogólnia się na bardziej złożone przypadki i pytanie czy istnieją silnie sprzężone teorie, w których generyczne stany osiągną reżim hydrodynamiczny w czasie znacznie dłuższym niż $1/T$ pozostaje otwarte. Pytanie to może nie mieć jednak znaczenia fenomenologicznego, ponieważ te hipotetyczne modele mogą łamać symetrię konforemą o wiele bardziej drastycznie niż równanie stanu QCD [107].

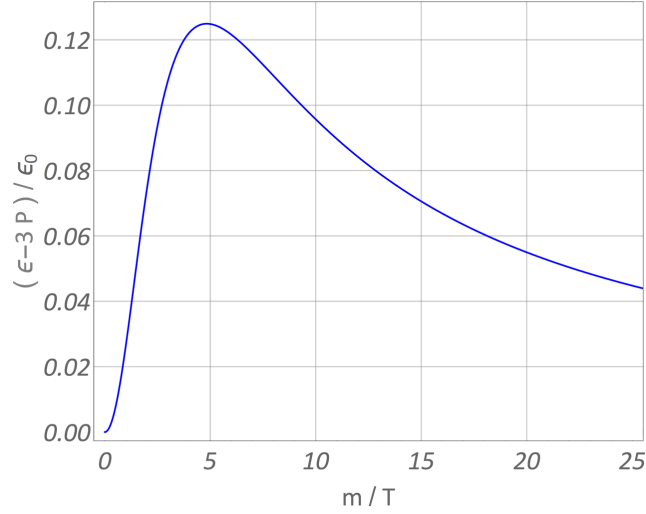
Kończąc opis tej części wyników cyklu należy podkreślić, że wymienione prace były pierwszymi przykładami kompleksowej analizy wielu danych początkowych w ramach modelowania procesów nierównowagowych za pomocą holografii. Wysiłki te były kontynuowane przez innych autorów m.in. w pracach [108–111] i w pełni potwierdzają stosowalność wzoru (2). Z



Rysunek 3: Histogram przedstawia czasy osiągnięcia równowagi w procesach jednorodnej izotropizacji dla ok. 1000 różnych danych początkowych. Czas izotropizacji t_{iso} zdefiniowano jako najpóźniejszy czas w którym różnica ciśnień ΔP jest równa 10% gęstości energii $\mathcal{E}$, patrz wzór (34). Z rysunku jasno wynika, że żaden z rozważonych stanów nie dochodzi do równowagi później niż wyrażone jest to wzorem (2). Ponadto Δt_{iso} oznacza różnice między czasem izotropizacji otrzymanym poprzez rozwiązanie pełnych równań Einsteina z ujemną stałą kosmologiczną a jego przybliżeniem otrzymanym poprzez rozwiązanie zlinearyzowanych równań Einsteina na tle rozwiązania AdS-Schwarzschild. Co może wydawać się dość zaskakujące, czasy te nigdy nie różnią się znacząco. Wykres pochodzi z pracy [1].



Rysunek 4: Rysunki przedstawiają unormowane wartości najniższych modów kwazinormalnych dla operatorów o wymiarach anomalnych $\Delta = 2, 3$ i 4 (od dołu do góry) w plazmie teorii $\mathcal{N} = 2^*$. Lewy wykres przedstawia zmiany częstości dla zerowego pędu k w funkcji (odwrotnej) temperatury mierzonej w jednostkach parametru łamiącego symetrię konforemnie na poziomie lagranżjanu m . Prawy wykres przedstawia zależność częstości od pędu k dla $m/T \approx 4.8$ odpowiadającej maksymalnej dewiacji od wyników dla teorii konforemnej na poziomie równania stanu, patrz Rys. 5. Przerywane krzywe na prawym wykresie odpowiadają częstościom teorii konforemnej. Wyniki sugerują czasy zaniku małych perturbacji w plazmie rzędu odwrotności temperatury, patrz wzór (34). Wykresy pochodzą z pracy [9].



Rysunek 5: Niekonforemność równania stanu teorii $\mathcal{N} = 2^*$ w funkcji (odwrotnej) temperatury mierzonej w jednostkach parametru łamiącego symetrię konforemną na poziomie lagranżjanu m . Normalizacja wyznaczona jest przez ϵ_0 : gęstość energii w teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM (która odpowiada $m = 0$). Wykres pochodzi z pracy [9].

kolei praca [9] była pionierska w tym względzie, że jako jedna z pierwszych rozważyła procesy nierównowagowe w silnie sprzężonych teoriach cechowania o złamanej symetrii konforemnej [Q2, H2]. Wyniki tej pracy, stwierdzającej stosowalność wzoru (2) w przypadku teorii niekonforemnej, zostały potwierdzone w innych modelach [107, 110, 112, 113].

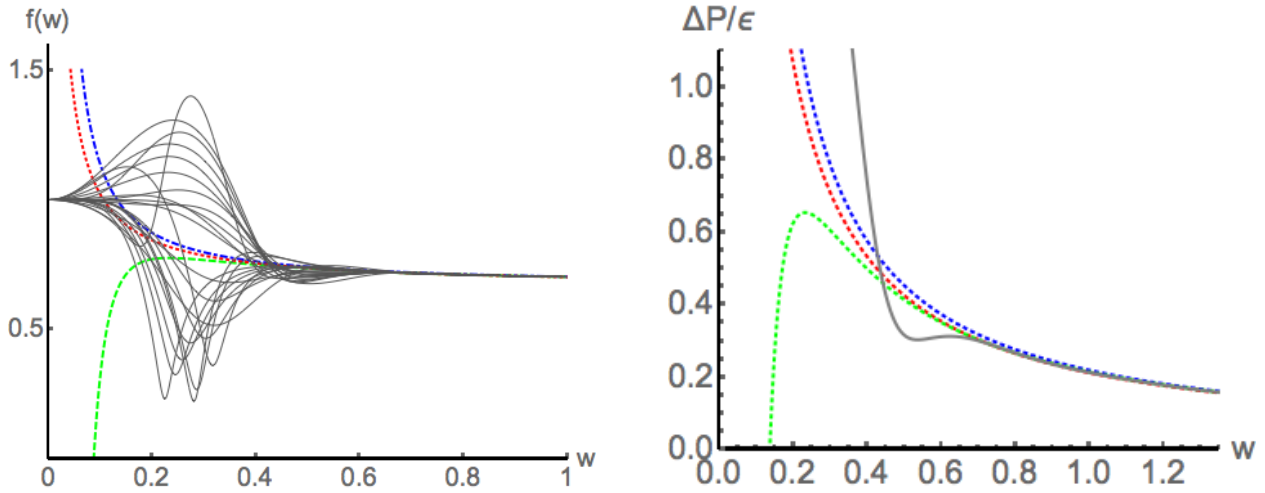
4.3.2 Anizotropia w momencie stosowalności hydrodynamiki

Rachunki w ramach holografii pozwalają dostarczyć wartość oczekiwaną tensora energii-pędu w procesach nierównowagowych w silnie sprzężonych teoriach cechowania bez czynienia żadnych założeń pomocniczych. Mając dokładną postać tensora energii-pędu, stosowalność hydrodynamiki sprowadza się do porównania jej z przybliżonym tensorem energii-pędu dla płynu doskonałego, płynu lepkiego itd. Pionierska rola prac [3,4] polegała na czytelnym potwierdzeniu wcześniejszych cząstkowych wyników [100, 101], że stosowalność hydrodynamiki nie wymaga pełnej izotropii tensora energii-pędu. Udało się to osiągnąć dzięki:

- Wydzieleniu momentu zaburzenia od dalszej ewolucji.
- Przeanalizowaniu 29 różnych warunków początkowych.
- Nowatorskiej parametryzacji rozwiązań.

W pracach [3,4] rozwiązano dual grawitacyjny do dynamiki boost-niezmiennej od $\tau = 0$ do czasów kiedy stosowalność hydrodynamiki jest bezdyskusyjna. Dane początkowe (gęstość energii) zadane były przez nieskończenie wiele parametrów, patrz równanie (30). Zachowanie dla dużych czasów własnych zależy natomiast już tylko od 1 stałej całkowania Λ , patrz równanie (29). Różne dane początkowe zadane przez równanie (30) prowadzą do różnych wartości Λ , dlatego najłatwiej byłoby porównywać ewolucje różnych stanów nierównowagowych używając wielkości niezależnych od Λ . Można to osiągnąć wprowadzając bezwymiarową wielkość

$$w \equiv \tau T(\tau), \quad (37)$$



Rysunek 6: Lewa strona: Porównanie dynamiki 29 różnych stanów nierównowagowych (szare ciągle krzywe) z przewidywaniami hydrodynamiki pierwszego (czerwony), drugiego (niebieski) i trzeciego (zielony) rzędu. Wykres jasno pokazuje, że hydrodynamika w uciętym rozwinięciu gradientowym doskonale opisuje tensor energii-pędu dla wszystkich rozważonych danych początkowych dla $w > 0.7$ i dla niektórych już dla $w > 0.35$. Prawa strona: Znormalizowana anizotropia ciśnień dla przykładowych danych początkowych i jej przewidywania dla hydrodynamiki pierwszego, drugiego i trzeciego rzędu. W momencie stosowalności hydrodynamiki, tj. dla $w \approx 0.7$, anizotropia układu jest znacząca i wynosi ok. 30%. Należy zaznaczyć, że dla innych danych hydrodynamika z lepkością stosuje się szybciej i anizotropia jest jeszcze większa, nawet rzędu 50%. Wykres zaadaptowano z pracy [3].

gdzie $T(\tau)$ to temperatura efektywna, tj. temperatura układu w równowadze o takiej samej gęstości energii jak lokalna gęstość energii w plazmie w danym momencie ewolucji (patrz wzór (23)). Wzór ten jest motywowany bezwymiarową kombinacją pojawiającą się w równaniu (2). W ogólnej sytuacji $\partial_\tau w$ jest niezależne od wartości w w danej chwili. W rozwinięciu gradientowym skończonego rzędu nie jest to prawdą, ponieważ używając (29) otrzymujemy

$$\partial_{\log \tau} \log w_{hydro} \equiv f_{hydro}(w) = \frac{2}{3} + \frac{1}{9\pi w} + \frac{1 - \log 2}{27\pi^2 w^2} + \frac{15 - 2\pi^2 - 45 \log 2 + 24 \log^2 2}{972\pi^3 w^3} + \dots, \quad (38)$$

gdzie $\dots$ oznaczają wyrazy pochodzące od czwartego i wyższych rzędów rozwinięcia gradientowego⁸. W szczególności w powyższym wzorze prawa strona nie zależy od hydrodynamicznej stałej całkowania Λ . W związku z tym mając 29 profili gęstości energii w funkcji czasu własnego, naturalne było stworzenie wykresu $\partial_{\log \tau} \log w$ w funkcji w i porównanie go ze wzorem (38). Wynik jest pokazany na Rys. 6 i czytelnie pokazuje stosowalność hydrodynamiki z lepkością najpóźniej dla czasów odpowiadających $w \approx 0.7$, patrz również Rys. 2.

Co więcej, używając wzoru (38) i definiując w naturalny sposób anizotropię ciśnień jako

$$\Delta \mathcal{P} = \mathcal{P}_T - \mathcal{P}_L \quad (39)$$

otrzymujemy, że

$$\Delta \mathcal{P} = (6 f(w) - 4) \times \mathcal{E}. \quad (40)$$

Wyraz $(6 f(w) - 4)$ należy rozumieć jako znormalizowaną anizotropię ciśnień⁹. Używając wzoru (38) widzimy, że stosowalność hydrodynamiki z lepkością dla $w = 0.7$ (patrz Rys. 6), co jest

⁸Warto tu podkreślić różnice oznaczeń między wzorem (38) a oryginalnymi wynikami z prac [3, 4].

⁹Najbardziej naturalne jest porównanie anizotropii ciśnienia do gęstości energii, gdyż ciśnienie podłużne może być bliskie 0, a ciśnienie poprzeczne może być w takiej sytuacji odpowiednio większe i przez to niemiarodajne.

najdłuższym czasem dla danych z prac [3, 4], daje

$$\Delta\mathcal{P} \approx 0.3 \times \mathcal{E} \Big|_{w=0.7}. \quad (41)$$

Natomiast dla $w = 0.35$, co odpowiada z grubsza najkrótszym czasem zaobserwowanym w [3, 4], otrzymujemy

$$\Delta\mathcal{P} \approx 0.5 \times \mathcal{E} \Big|_{w=0.4}, \quad (42)$$

przy czym współczynnik proporcjonalności zależy w tym przypadku (bardziej niż dla $w = 0.7$) od tego czy użyliśmy hydrodynamiki pierwszego czy którego z wyższych rzędów. Biorąc pod uwagę, że w równowadze ciśnienie wynosi $\mathcal{P} = \frac{1}{3}\mathcal{E}$, anizotropia ciśnień w momencie stosowalności hydrodynamiki w przeanalizowanych przypadkach jest równa co najmniej równowagowemu ciśnieniu i może być nawet o 50% większa. Używając wzoru (40) w przybliżeniu płynu lepkiego widać, że osiągnięcie izotropii w hydrodynamice wymaga czasów o rząd większych od $w = O(1)$.

Podsumowując, wyniki opisane w pracach [3, 4] jasno pokazują, że:

- Hydrodynamika z lepkością bardzo szybko, w sensie wzoru (2), staje się dobrym opisem dynamiki $\langle T_{\mu\nu} \rangle$ [**Q1**, **Q2**, **H4**].
- Anizotropia układu w momencie stosowalności hydrodynamiki może być nawet rzędu 50% gęstości energii lub, równoważnie, 150% równowagowej wartości ciśnienia [**Q5**, **Q5'**].
- Wiodący wkład do anizotropii pochodzi od lepkości plazmy, choć człony wyższego rzędu w gradientach mogą mieć znaczenie dla małych wartości w [**H3**].
- Układ uzyskuje izotropię dopiero dla czasów o rząd większych od czasu stosowalności hydrodynamiki.

Najważniejsze lekcje fenomenologiczne płynące z tych odkryć są następujące:

- Stosowalność hydrodynamiki należy a priori odróżnić od lokalnej termalizacji (rozumianej jako izotropizacja 3 wartości własnych tensora energii-pędu) układu. Dla uwypuklenia tej różnicy w literaturze z ostatnich lat stosowalność hydrodynamiki określa się mianem hydrodynamizacji (ang. “hydrodynamization” [78] lub “hydroization” [114]).
- Metody ab initio w QCD oparte o słabe sprzężenie powinny wobec tego celować w otrzymanie odpowiednio krótkiego czasu hydrodynamizacji a nie pełnej izotropizacji i takie też powinno być kryterium sukcesu dla tych rachunków.
- Hydrodynamika relatywistyczna z lepkością może być dobrym opisem układu nawet gdy gradienty są duże. Choć wyniki otrzymane w pracach [3, 4] dotyczą gradientów w kierunku podłużnym (wzdłuż osi ekspansji materii jądrowej), naturalne jest oczekiwanie, że wnioski stosują się analogicznie w przypadku znaczących gradientów w kierunkach poprzecznych (w płaszczyźnie transversalnej). Te ostatnie występują po uwzględnieniu fluktuacji w początkowym profilu gęstości (patrz np. [115]) i wyniki prac [3, 4] mogą służyć jako uzasadnienie stosowania hydrodynamiki relatywistycznej z lepkością także i w tym przypadku.

4.3.3 Uprozczone modele fizyki nierównowagowej

Rachunki holograficzne w silnie sprzężonych kwantowych teoriach pola wymagają użycia języka ogólnej teorii względności i w sytuacjach zależnych od czasu opierają się na rachunkach numerycznych których końcowym wynikiem jest, w kontekście cyklu habilitacyjnego, profil $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ w danym procesie nierównowagowym. Z badań przeprowadzonych w ramach cyklu oraz z prac innych autorów wynika, że $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ osiąga postać hydrodynamiczną (z lepkością) po czasie rzędu odwrotności lokalnej temperatury. Odpowiada to czasom relaksacji modów kwazinormalnych, co może sugerować, że pełnią one ważną rolę także poza reżimem małych (w amplitudzie $\delta\langle T^{\mu\nu} \rangle$) zaburzeń równowagi. Obserwacja ta była główną motywacją dla prac [1, 2, 8] cyklu, które omówione będą w tym rozdziale.

W artykułach [1, 2] rozważono proces jednorodnej izotropizacji w którym $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ przyjmuje postać zadaną równaniem (34). Motywacją do rozważenia tego procesu był brak ogona hydrodynamicznego, co pozwalało w całości skupić się na fizyce krótkotrwałych efektów nierównowagowych. Gdy anizotropia ciśnień $\Delta\mathcal{P}(t)$ jest mała w porównaniu do gęstości energii $\mathcal{E}$, ewolucja $\Delta\mathcal{P}(t)$ w ramach holografii po czasie rzędu $1/T$ jest zadana przez najniższy mod kwazinormalny¹⁰

$$\Delta\mathcal{P}(t) \sim \exp(-i\hat{\omega}_1 Tt), \quad (43)$$

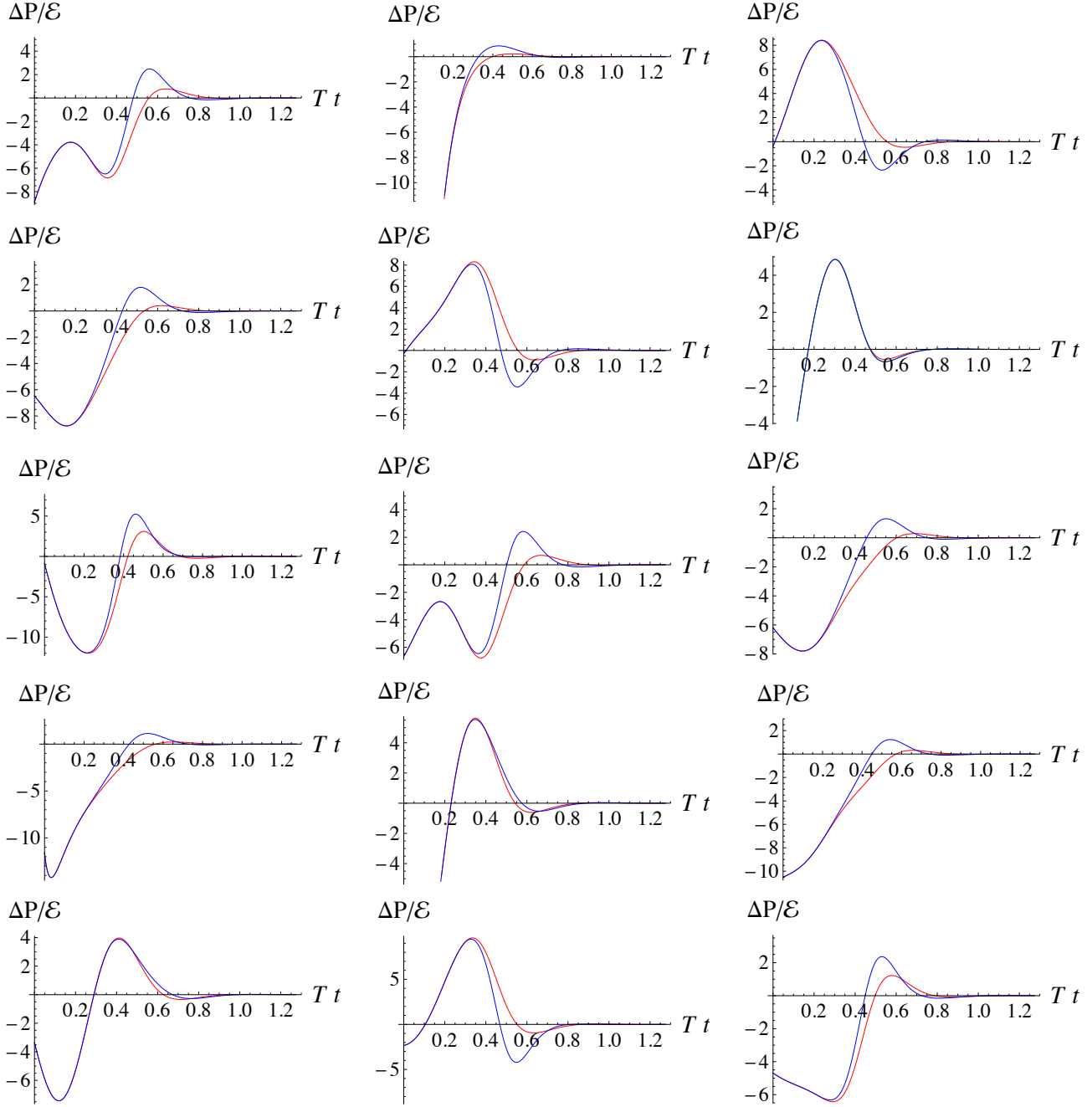
gdzie T to temperatura efektywna (w tym przypadku jest ona stała), zaś $\hat{\omega}_1$ jest dane wzorem (25). Dla nieco mniejszych czasów, można oczekiwać, że równanie (43) będzie zawierało również wkłady od kolejnych modów kwazinormalnych. W pracach [1, 2] postawiliśmy zatem pytanie na ile ewolucja $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ będzie wiernie oddana przez sumę wszystkich (nieskończenie wielu) lub kilku najniższych modów kwazinormalnych. Z punktu widzenia dualnego opisu grawitacyjnego jest to pytanie o wpływ efektów nieliniowych na postać fal grawitacyjnych obserwowanych w nieskończoności przestrzeni AdS i emitowanych przez dochodzącą do równowagi czarną dziurę.

Okazuje się, że wszystkich (w sumie ok. 2000 biorąc pod uwagę obydwie prace) przebadanych przez nas przypadkach efekty nieliniowe nie tylko nie zmieniały jakościowego zachowania $\Delta\mathcal{P}(t)$, ale ich zupełne zaniedbanie ciągle prowadziło do ilościowo zgodnych wyników. Ilustruje to doskonale Rys. 7, który przedstawia 15 typowych stanów nierównowagowych. Widać to również na Rys. 3 przedstawionym w rozdziale 4.3.1 w kontekście uniwersalności czasu hydrodynamizacji (tutaj: czasu izotropizacji): w znaczącej większości przypadków zaniedbanie efektów nieliniowych nie zmienia znacząco przewidywań czasu dojścia do lokalnej równowagi. Odstępstwa od tej obserwacji, sugerowane przez dane z wykresu, okazały się wynikać po bliższej analizie z subtelności w stosowaniu kryterium izotropizacji, a nie z występujących kontrprzykładów. Dzieje się tak także wtedy gdy w trakcie ewolucji stosunek $\Delta\mathcal{P}(t)$ do $\mathcal{E}$ jest bardzo duży, rzędu 10, a nawet czasem i o wiele większy (patrz Rys. 8, wykres w prawym górnym rogu). Z punktu widzenia dynamiki kwantowych teorii pola jest to zupełnie zaskakujący wynik, bo w reżimie gdy $\Delta\mathcal{P}(t) = O(10) \times \mathcal{E}$ oczekiwalibyśmy raczej braku stosowalności przybliżenia małych zaburzeń wokół stanu równowagi.

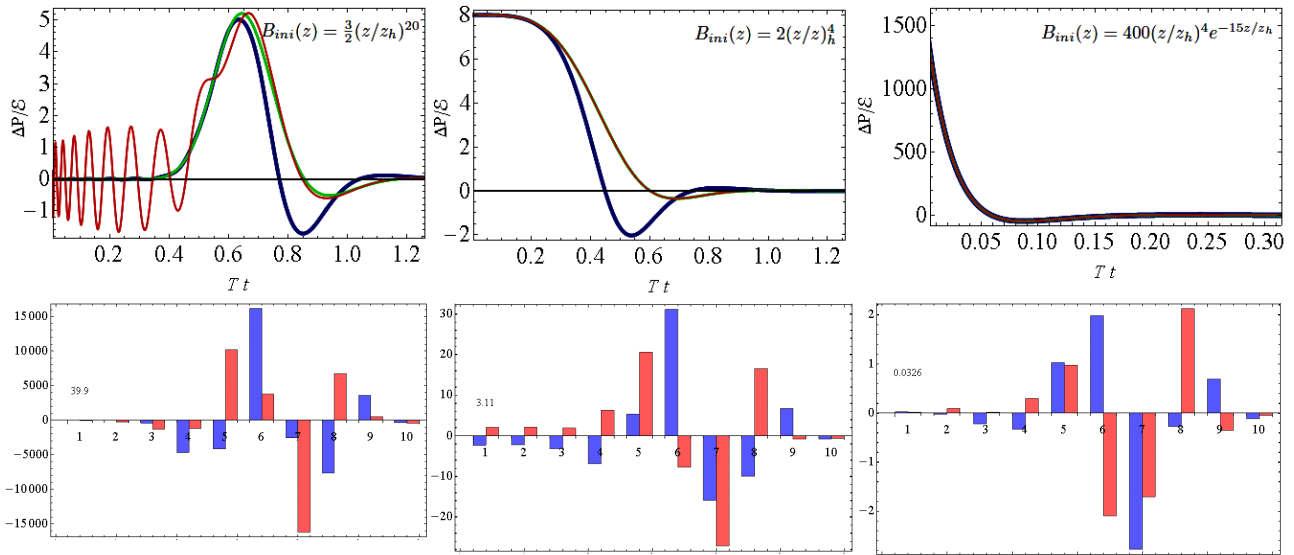
Rozważania te w naturalny sposób prowadziły do pytania odnośnie rozkładu danych początkowych na mody kwazinormalne¹¹. Jak wykazały przeprowadzone badania, podsumowane przez Rys. 8, zazwyczaj przybliżenie w którym rozwiązanie, tj. profil $\langle T^{\mu\nu} \rangle$, reprezentowane jest za pomocą sumy wkładów od kilku najsłabiej tłumionych modów kwazinormalnych działa

¹⁰To, że nie ma subtelnych nieliniowych efektów zmieniających sposób dojścia do równowagi widać np. na Rys. 4 w pracy [98].

¹¹Matematycznie jest to dość subtelna kwestia, gdyż mody kwazinormalne nie tworzą bazy funkcji w standardowym znaczeniu tego słowa. W praktyce przeprowadzaliśmy fit sumy 10 najniższych modów kwazinormalnych, patrz dyskusja w oryginalnej pracy [2].



Rysunek 7: Porównanie ewolucji znormalizowanej anizotropii ciśnień otrzymanej bez żadnych przybliżeń (niebieskie krzywe) i jako suma nieskończenie wielu modów kwazynormalnych (czerwone krzywe – w praktyce otrzymane poprzez rozwiązanie zlinearyzowanych równań Einsteina w tle czarnej dziury AdS). Wykresy dokumentują ilościową zgodność przybliżenia z wynikiem dokładnym nawet w reżimie o którym nie myślelibyśmy naturalnie (tj. w kwantowej teorii pola) jako o małym zaburzeniu równowagi. Wykres pochodzi z pracy [2].



Rysunek 8: Na górnych wykresach porównywana jest znormalizowana anizotropia ciśnień w funkcji czasu (niebieskie krzywe) z przewidywaniami sumy nieskończenie wielu (zielone krzywe) i 10 najsłabiej tłumionych modów kwazynormalnych (czerwone krzywe) dla trzech różnych stanów początkowych. Na dolnych wykresach pokazane są współczynniki fitu 10 najsłabiej tłumionych modów kwazynormalnych dla tych samych danych początkowych (czerwone słupki odpowiadają częściom rzeczywistym, niebieskie częściom urojonym). Przedstawione dane jasno pokazują, że suma 10 najsłabiej tłumionych modów kwazynormalnych dobrze przybliża sumę wszystkich modów i zadowalająco odzwierciedla wynik dokładny. Oscylacje na wykresie po lewej znikają po uwzględnieniu kolejnych kilku modów i wynikają z bardzo dużych wartości współczynników rozkładu na mody kwazynormalne dla tych danych początkowych. Wykresy pochodzą z pracy [2]

zupełnie zadowalająco. Stąd m.in. wynikał pomysł przybliżenia ewolucji czasowej $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ dla dość dużej klasy stanów nierównowagowych za pomocą równań hydrodynamiki relatywistycznej z lepkością (konieczność uwzględnienia tej ostatniej wynika ze zjawiska hydrodynamizacji) sprzężonych do kilku najniższych modów kwazynormalnych. Kwestia ta prowadzi bezpośrednio do kolejnej pracy cyklu, tj. artykułu [8].

Punktem wyjścia do rozważań w pracy [8] jest reinterpretacja równań ruchu dla hydrodynamiki relatywistycznej z lepkością w ramach teorii MIS zadanej równaniami (7) i (8). Należy tu jeszcze raz podkreślić, że równania te są bardzo szeroko używane do modelowania dynamiki plazmy kwarkowo-gluonowej w zderzeniach ciężkich jonów w RHIC i LHC. Struktura równań MIS dyktowana jest koniecznością posiadania przez nie dobrze postawionego warunku początkowego (w szczególności relacje dyspersji małych zaburzeń równowagi powinny wykazywać się prędkością grupową mniejszą od prędkości światła¹² oraz nie powinny prowadzić do tłumienia wzbudzeń dla wszystkich wartości pędu) oraz tym, że powinniśmy otrzymać zgodność z relacjami hydrodynamicznymi dla $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ gdy równania rozwiązywane są w rozwinięciu gradientowym do wyrazów zawierających jedną lub dwie pochodne zmiennych hydrodynamicznych. Jak się okazuje, równania teorii MIS, oprócz nieskończonego rozwinięcia gradientowego, zawierają, po linearyzacji, również eksponencjalnie tłumiony mod nie wykazujący oscylacji. Najłatwiej to zobaczyć rozważając jednorodną izotropizację dla której równanie (8) redukuje się do

$$\frac{C_{\pi\pi}}{T} \Delta \mathcal{P}'(t) = -\Delta \mathcal{P}(t), \quad (44)$$

¹²W teorii MIS prowadzi to do warunku, że czas relaksacji nie może być za krótki [39]: $C_{\pi\pi} \geq 2\frac{\eta}{s}$.

gdzie czas relaksacji wyraża się przez temperaturę efektywną (tutaj równowagową) za pomocą wzoru

$$\tau_{\Pi} = \frac{C_{\tau\Pi}}{T}. \quad (45)$$

Rozwiązanie równania (44) to eksponencjalne w czasie dojście do izotropii

$$\Delta\mathcal{P}(t) \sim \exp\left(-\frac{1}{C_{\tau\Pi}}Tt\right), \quad (46)$$

co jest analogiczną własnością do holograficznych kwantowych teorii pola, patrz równanie (43), ale nie wykazuje oscylacji. W związku z tym, teorię MIS można interpretować jako model fenomenologiczny hipotetycznej teorii mikroskopowej z najsłabiej tłumionym modem kwazynormalnym o znikającej części rzeczywistej, który uwzględnia część oddziaływań tego modu (zakodowanego w tensorze $\Pi^{\mu\nu}$) ze zmiennymi hydrodynamicznymi: T i u^μ . W tym miejscu należy również podkreślić, że standardowa interpretacja teorii MIS z pracy [39] zakłada powiązanie parametrów teorii ze współczynnikami transportu w hydrodynamicznym rozwinięciu gradientowym do drugiego rzędu włącznie. W ramach tego podejścia także mamy do czynienia z modem eksponencjalnie tłumionym, ale jego częstość powiązana jest z własnością hydrodynamiczną a nie częstości odpowiedniego przejściowego efektu mikroskopowego. Sytuacja ta jest oczywiście artefaktem tej interpretacji modelu MIS.

Częstości modów kwazynormalnych dla $T^{\mu\nu}$ w silnie sprzężonych kwantowych teoriach pola badanych w ramach holografii, w szczególności w teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM w granicy planarnej i przy silnym sprzężeniu, mają zarówno część rzeczywistą i urojona¹³, w związku z czym teoria MIS w ramach przedstawionej powyżej interpretacji nie opisuje ich najniższego modu kwazynormalnego i jego oddziaływań z hydrodynamicznymi stopniami swobody. Teorię tę można jednak odpowiednio¹⁴ uogólnić co było głównym tematem i wynikiem pracy [8].

Prawdopodobnie najprostsze uogólnienie dodaje drugą pochodną do równania (8) tak, że przyjmuje ono teraz postać

$$\left(\left(\frac{1}{T}\mathcal{D}\right)^2 + 2\operatorname{Im}(\hat{\omega}_1)\frac{1}{T}\mathcal{D} + |\hat{\omega}_1|^2\right)\Pi^{\mu\nu} = -\eta|\hat{\omega}_1|^2\sigma^{\mu\nu}, \quad (47)$$

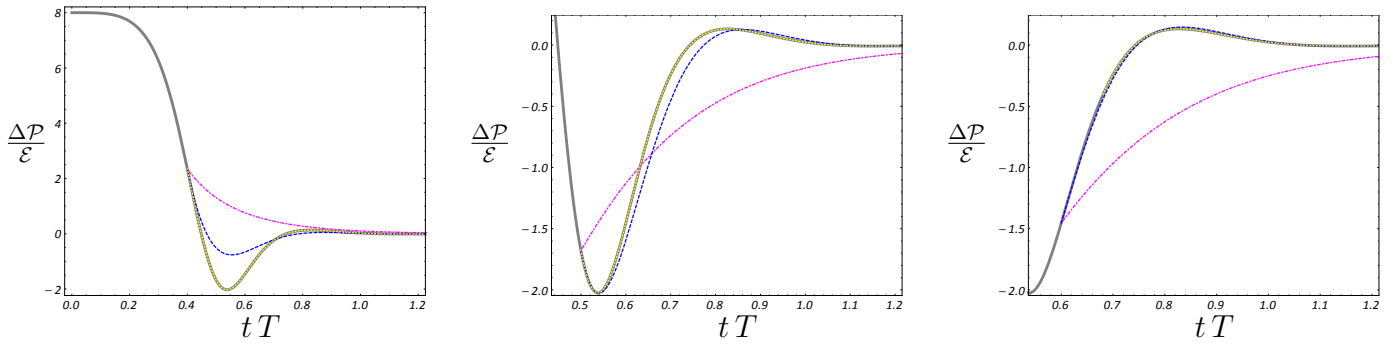
gdzie $\mathcal{D}$ to odpowiednio zdefiniowana pochodna wzdłuż u^μ (patrz oryginalna praca [8]), $\hat{\omega}_1$ to bezwymiarowa częstość najsłabiej tłumionego modu kwazynormalnego (dla teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM zadana jest ona równaniem (25)), η to lepkość i dla uproszczenia pominięto część dopuszczalnych wyrazów odpowiadającym m.in. za współczynniki transportu drugiego rzędu. Równania ruchu dla teorii danej równaniami (7) i (47) są drugiego rzędu w czasie i wymagają zadania profilu T , u^μ , $\Pi^{\mu\nu}$ oraz $\partial_t\Pi^{\mu\nu}$ w chwili początkowej.

Jak się okazuje i jest szerzej opisane w oryginalnej pracy [8], dla interesujących nas wartości parametrów, tj. dla η/s danego równaniem (1) oraz dla $\hat{\omega}_1$ z równania (25), teoria typu (47) wykazuje niestabilności lub łamanie kauzalności¹⁵. Stąd wynikała potrzeba jej uogólnienia. Okazuje się, że można to osiągnąć stosując teorię MIS do uwzględnienie efektów lepkości i

¹³Jest to obserwacja empiryczna.

¹⁴Należy tu zaznaczyć, że mody kwazynormalne wykazują nietrywialną relację dyspersji, ale okazuje się że dla stosunkowo dużego przedziału pędów wokół $k = 0$ zależność częstości od pędu jest bardzo słaba, patrz Rys. 1, i równanie typu (47) jest wtedy dobrym przybliżeniem.

¹⁵Oczywiście nie jest to kwestia związana z fizyką mikroskopową, ale z wybranym przez nas sposobem konstrukcji efektywnych równań ruchu opisujących ewolucję plazmy. Gdyby stosować tę teorię bezpośrednio do opisu eksperymentu, istnieje całe spektrum wartości parametrów które prowadzą do dobrze postawionego problemu początkowego dla równań typu (47).



Rysunek 9: Wyniki ewolucji równań efektywnych sprzęgających mod kwazinormalny do hydrodynamiki z lepkością dla jednorodnej izotropizacji. Ciągła szara krzywa odpowiada numerycznego rozwiązaniu ab initio dla reprezentatywnego stanu nierównowagowego. Przerywana żółta krzywa doskonale przybliża to rozwiązanie poprzez sumę nieskończenie wielu modów kwazinormalnych. Przerywana różowa krzywa odpowiada rozwiązaniu równań w ramach teorii MIS, natomiast przerywana niebieska krzywa reprezentuje rozwiązanie uogólnionych równań ruchu zaproponowanych w pracy [8]. Czasy w których modele efektywne są inicjalizowane odpowiadają $tT = 0.4$ (wykres po lewej), $tT = 0.5$ (wykres w środku) i $tT = 0.6$ (wykres po prawej). Dla odpowiednio późnej inicjalizacji, równania MIS mogą przewidywać dwukrotnie późniejszy czas izotropizacji niż dzieje się to w rzeczywistości (środkowy wykres). Nie uwzględniają one również oscylacji ciśnienia, co było bezpośrednią motywacją dla pracy [8]. Wykresy pochodzą z pracy [8].

dotaddkowe równanie do opisu ewolucji najniższego modu kwazinormalnego. Żeby to osiągnąć, zdecydowaliśmy się rozbić część nierównowagową $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ na

$$\Pi^{\mu\nu} = \Pi_{\text{hydro}}^{\mu\nu} + \tilde{\Pi}^{\mu\nu}, \quad (48)$$

gdzie $\Pi_{\text{hydro}}^{\mu\nu}$ spełnia równanie (8), zaś $\tilde{\Pi}^{\mu\nu}$ opisuje ewolucję modu kwazinormalnego i spełnia analog równania (47) dany przez

$$\left(\left(\frac{1}{T} \mathcal{D} \right)^2 + 2 \text{Im}(\hat{\omega}_1) \frac{1}{T} \mathcal{D} + |\hat{\omega}_1|^2 \right) \tilde{\Pi}^{\mu\nu} = 0. \quad (49)$$

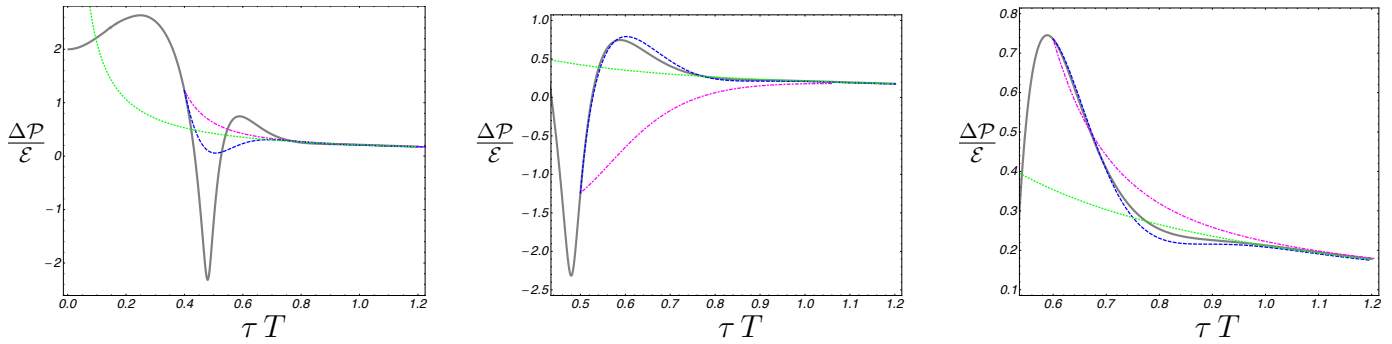
Otrzymane równania ruchu zawierają teraz dwa mody kwazinormalne: czysto tłumiony mod teorii MIS oraz dodatkowy stopień swobody wykazujący także oscylacje. Żeby zminimalizować efekty niefizycznego (w teoriach holograficznych) modu MIS, jako warunek początkowy wystarczy przyjąć

$$\Pi_{\text{hydro}}^{\mu\nu} = -\eta \sigma^{\mu\nu}. \quad (50)$$

Rysunki 9 oraz 10 przedstawiają zakończone sukcesem testy nowych równań sprzęgających hydrodynamikę do oscylującego modu kwazinormalnego dla parametrów odpowiadających teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM i porównujący ich przewidywania m.in. z ewolucją w ramach teorii MIS z pracy [39], która nie uwzględnia tego modu oraz z rozwiązaniem ab initio dla dwóch generycznych przykładów stanów nierównowagowych. Nowa teoria radzi sobie równie dobrze jak MIS z opisem części hydrodynamicznej ewolucji¹⁶ i w przeciwieństwie do teorii MIS pozwala uchwycić część przejściowych efektów nierównowagowych występujących w $\langle T^{\mu\nu} \rangle$.

Mimo, na razie, niezrealizowanego potencjału fenomenologicznego (w zasadzie nie ma przeszkód żeby użyć nowych równań do opisu eksperymentu z wyjątkiem kwestii warunków początkowych), wyniki pracy [8] mają przede wszystkim znaczenie teoretyczne. Wynika to z otwieranej przez nią możliwości konstrukcji bardziej zaawansowanych teorii uwzględniających więcej

¹⁶Dla równań (47) ostało to także sprawdzone dla danych początkowych łamiących symetrię translacyjną w płaszczyźnie transwersalnej.

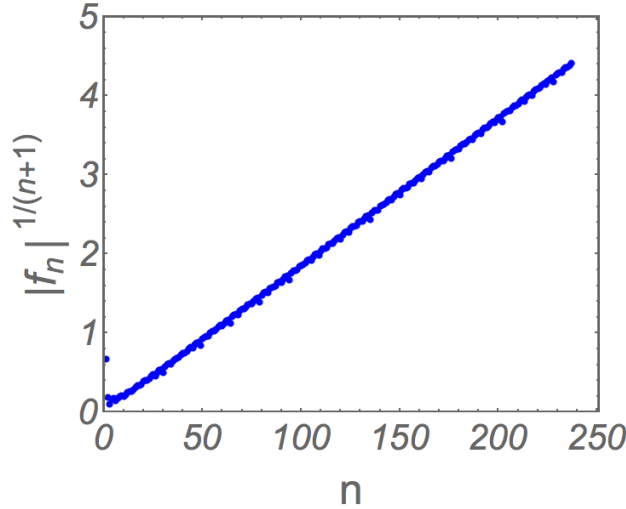


Rysunek 10: Wyniki ewolucji równań efektywnych sprzęgających mod kwazinormalny do hydrodynamiki z lepkością dla przepływu boost-niezienniczego. Ciągła szara krzywa odpowiada numerycznemu rozwiązaniu ab initio dla reprezentatywnego stanu nierównowagowego. Przerywana różowa krzywa odpowiada rozwiązaniu równań w ramach teorii MIS, natomiast przerywana niebieska krzywa reprezentuje rozwiązanie uogólnionych równań ruchu zaproponowanych w pracy [8]. Dla pełnego obrazu, przerywana zielona krzywa opisuje hydrodynamiczną relację pierwszego rzędu w gradientach (tj. uwzględnia tylko wkład od lepkości). Efektywne równania ruchu inicjalizowane są dla czasów $\tau T = 0.4$ (wykres po lewej), $\tau T = 0.5$ (wykres w środku) i $\tau T = 0.6$ (wykres po prawej). Jak należało przypuszczać, zarówno nowa teoria jak i równania MIS zbiegając się do jednej krzywej dla odpowiednio dużych czasów, co demonstruje stosowalność hydrodynamiki relatywistycznej z lepkością. Dla wcześniejszych (ale nie za wczesnych – zaniebawiamy wyższe mody kwazinormalne!) czasów, nowe równania, w przeciwieństwie do teorii MIS, prowadzą do ilościowej zgodności z wynikiem ab initio także w reżimie nierównowagowym. Wykresy pochodzą z pracy [8].

modów kwazinormalnych, co, jak sugerują rezultaty badań w pracach [1, 2], prawdopodobnie pozwoliłoby satysfakcjonująco opisać ewolucję $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ dla dużej klasy silnie sprzężonych stanów nierównowagowych bez najmniejszej potrzeby bezpośredniego użycia (4+1)-wymiarowego opisu holograficznego. W tym kontekście, o (4+1)-wymiarowym opisie holograficznym można myśleć jako o hipotetycznych (3+1)-wymiarowych nieliniowych równaniach zawierających nieskończenie wiele pochodnych po czasie co jest zgodne z równaniem (30) przedstawionym wcześniej w artykule [21] wchodzącym w skład mojej pracy doktorskiej. Ponadto praca [8] znakomicie wpisuje się w trend różnych podejść hybrydowych do dynamiki plazmy kwarkowo-gluonowej, w których holografia lub obserwacje z niej wynikające łączone są z innymi metodami takimi jak teoria kinetyczna (patrz np. [116]) czy, w tym kontekście, hydrodynamika relatywistyczna (patrz np. [117]).

Podsumowując, z punktu widzenia uproszczonych modeli fizyki nierównowagowej, najważniejsze wyniki dostarczone w pracach cyklu [1, 2, 8] można streścić w następujących punktach:

- Kilka najsłabiej tłumionych modów kwazinormalnych wydaje się grać decydującą rolę w dynamice $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ dla dużej liczby stanów nierównowagowych, co wyjaśniałoby po części uniwersalność czasu hydrodynamiczacji przy silnym sprzężeniu i zostało dogłębnie zbadane w przypadku jednorodnej izotropizacji w pracach [1, 2] przedstawionych w tym rozdziale [Q2, H3].
- Z punktu widzenia nierównowagowej kwantowej teorii pola jest zupełnie zaskakujące, że zależność od czasu $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ może być w dobrym przybliżeniu opisana przez równanie liniowe w reżimie bardzo dużej anizotropii ciśnień, jak pokazały to wyniki prac [1, 2].
- Zjawisko hydrodynamiczacji, razem z wynikami prac [1, 2], prowadzi do naturalnych uogólnień równań MIS sprzęgających mody hydrodynamiczne z najsłabiej tłumionym modem



Rysunek 11: Pierwszych 241 współczynników rozwinięcia gradientowego wzoru (38). Współczynniki zmieniają znak w zależności od rzędu. Od ok. 5 rzędu wartość bezwzględna współczynników f_n zachowuje się jak $n!$, co na rysunku przekłada się na zależność liniową. Wynik ten otrzymany w pracy [5] oznacza, że hydrodynamiczne rozwinięcie gradientowe w teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM ma zerowy promień zbieżności. Jest to pierwszy rezultat na świecie odnośnie własności hydrodynamicznego rozwinięcia gradientowego w wysokich rzędach. Wykres wykonano z danych dostarczonych w pracy [5].

kwazinormalnym. Równania takie zostały skonstruowane i z sukcesem przetestowane w oparciu o rachunki holograficzne w pracy [8] [H3].

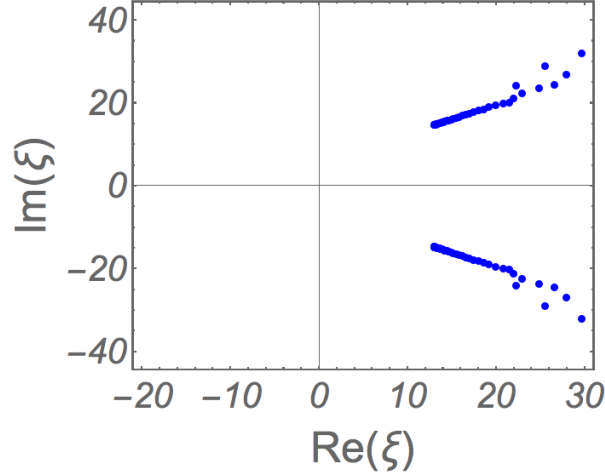
4.3.4 Rozwinięcie hydrodynamiczne w wysokich rzędach

Przechodząc do następnej części cyklu, należy podkreślić, że Rys. 6 sugeruje, że człony wyższych rzędów w gradientach nie wydają się grać znaczącej roli dla $w \approx 0.7$. Nie jest to prawdą dla mniejszych wartości w odpowiadającym najkrótszym zaobserwowanym czasom hydrodynamizacji ($w \approx 0.35$, patrz Rys. 2), co stanowiło motywację dla prac [5, 10] omówionych w tym rozdziale.

W pracy [5] użyto “fluid-gravity duality” do wygenerowania rozwinięcia gradientowego dla przepływu boost-niezmienniczego do 240 rzędu w pochodnych, tj. wygenerowano numerycznie 241 współczynników rozwinięcia funkcji $f(w)$ ze wzoru (38) w zmiennej $\frac{1}{w}$. Wynik, pokazany na Rys. 11, oznacza, że rozwinięcie gradientowe w hydrodynamice relatywistycznej w teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM ma zerowy promień zbieżności. Jest to pierwszy tego typu wynik dotyczący hydrodynamiki w literaturze. Rezultat ten wyjaśnia zaobserwowane wcześniej zjawisko hydrodynamizacji (patrz sekcja 4.3.2): szereg hydrodynamiczny nie zbiega się w standardowym sensie, w związku z czym jego stosowalność nie jest ograniczona przez wielkość poszczególnych wkładów. Jest to najważniejsza fenomenologiczna lekcja płynąca z rozważań z prac [5, 10] omawianych w tej sekcji.

Standardowym narzędziem w analizie szeregów o zerowym promieniu zbieżności jest transformata Borela zdefiniowana jako

$$Bf(\xi) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_n}{n!} \xi^n \quad (51)$$



Rysunek 12: Osobliwości przybliżonego przedłużenia analitycznego transformaty Borela szeregu hydrodynamicznego (38). W ramach wykresu odrzucono artefakty numeryczne i artefakty przybliżenia. Zagęszczenia biegunów w ramach przybliżenia Padé odpowiadają cięciom, które w tym przypadku zaczynają się w punkcie związanym z częstością najniższego modu kwazinormalnego wzorem (53). Częstości wyższych modów kwazinormalnych i ich całkowite wielokrotności związane z efektami nieliniowymi w opisie grawitacyjnym nie są widoczne, co jest związane z ograniczoną dokładnością stosowanego przedłużenia analitycznego. W ramach widocznych osobliwości można sobie wyobrazić 3 odrębne sposoby doboru konturu całkowania C w resumacji Borelowskiej zadanej równaniem (52): nad górnym cięciem, pomiędzy cięciami i pod dolnym cięciem. Jednoznaczność wyniku, po uwzględnieniu swobody wyboru danych początkowych, gwarantuje struktura trans-szeregu (patrz równanie (60) dla teorii MIS) zapostulowana w kontekście hydrodynamiki w pracy [10]. Wykres wykonano z danych dostarczonych w pracy [5].

i jej transformata odwrotna

$$f(w) = w \int_C d\xi e^{-w\xi} Bf(\xi), \quad (52)$$

gdzie C jest konturem na płaszczyźnie zespolonej łączącym 0 z ∞ . Osobliwości przedłużenia analitycznego transformaty Borela są źródłem zerowego promienia zbieżności oryginalnego szeregu. Obecność tych osobliwości jednocześnie sprawia, że transformata odwrotna nie jest jednoznacznie zdefiniowana bez nałożenia dodatkowych warunków. Ten ostatni punkt był motywacją dla pracy [10].

W pracy [5] użyto aproksymacji Padé jako przybliżenia przedłużenia analitycznego transformaty Borela dla rozwinięcia gradientowego w teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM. Struktura osobliwości tego przybliżenia jest pokazana na Rys. 12 i widać na niej 2 symetryczne cięcia rozpoczynające się z dokładnością do 5 miejsc po przecinku w

$$\xi_0 = \frac{3}{2}i\hat{\omega}_1, \quad (53)$$

gdzie $\hat{\omega}_1$ to częstość¹⁷ najniższego modu kwazinormalnego dla $k = 0$ zadana równaniem (25).

¹⁷Należy zwrócić uwagę, że część rzeczywista częstości która odpowiada za oscylacje może przyjmować wartość dodatnią lub ujemną. Stąd wynikają symetryczne osobliwości po obu stronach osi rzeczywistej widoczne na Rys. 12. Czynniki urojone wynikają z definicji odwrotnej transformaty Borela zadanej równaniem (52), zaś czynnik $3/2$ wynika z przybliżenia adiabaticznego z tłem hydrodynamicznym co jest szerzej omawiane w oryginalnych pracach.

Ten wysoce nietrywialny wynik bezpośrednio pokazuje, że hydrodynamiczne rozwinięcie gradientowe nie jest zbieżne gdyż w stanie kolektywnym istnieją wzbudzenia, które nie są opisywane przez ucięte rozwinięcie gradientowe.

Rezultaty [5] prowadziły naturalnie do pytania do jakiego stopnia rozbieżne rozwinięcie gradientowe definiuje teorię – hydrodynamikę relatywistyczną. Na pytanie to bardzo trudno odpowiedzieć w teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM ze względu na dużą złożoność rachunków z [5], natomiast okazuje się, że cennych spostrzeżeń można dokonać używając stosunkowo prostego modelu w postaci teorii MIS zadanej równaniami (8). Rozważania te są tematem pracy [10]. W tym miejscu należy podkreślić, że w duchu prac [8, 10] i jak zostało to opisane w poprzednim rozdziale teoria MIS traktowana tu będzie nie tyle jako model hydrodynamiczny opisujący ewolucję materii jądrowej odpowiednio blisko równowagi, ale raczej jako teoria semi-mikroskopowa która, oprócz długo-żyjących modów hydrodynamicznych, zawiera także eksponencjalnie zanikające w czasie stopnie swobody.

Równania dynamiki boost-niezmienniczej w teorii (8) redukują się do układu 2 sprzężonych nieliniowych równań zwyczajnych pierwszego rzędu: równania zachowania tensora energii-pędu (7) i równania wywodzącego się z fenomenologicznej relacji (8). Zmiennymi w tych równaniach są gęstość energii (lub równoważnie temperatura efektywna) i anizotropia ciśnień jako funkcje czasu własnego τ . Wprowadzenie zmiennej w zadanej równaniem (37) i, analogicznie to równania (38), zdefiniowanie

$$\partial_{\log \tau} \log w \equiv f(w) \quad (54)$$

odspręga równanie wiażące f , jego pochodną względem w oraz zmienną w

$$\begin{aligned} wC_{\tau\Pi}f(w)f'(w) + f(w)^2 \left(4C_{\tau\Pi} + \frac{3wC_{\lambda_1}}{2C_\eta} \right) + f(w) \left(-\frac{16C_{\tau\Pi}}{3} - \frac{2wC_{\lambda_1}}{C_\eta} + w \right) \\ - \frac{4C_\eta}{9} + \frac{16C_{\tau\Pi}}{9} - \frac{2w(C_\eta - C_{\lambda_1})}{3C_\eta} = 0. \end{aligned} \quad (55)$$

Równanie to należy rozumieć jako równanie ewolucji na unormowaną anizotropię ciśnień, patrz wzór (40), gdzie czas mierzony jest w jednostkach temperatury efektywnej. Zaletą równania (8) jako *modelu* fizyki nierównowagowej jest to, że w przeciwieństwie do teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM przepływ boost-niezmienniczy od $\tau = 0$ (co odpowiada $w = 0$) aż do $\tau \rightarrow \infty$ (tj. $w \rightarrow \infty$) opisywany jest dokładnie przez równanie różniczkowe zwyczajne pierwszego rzędu (55).

W równaniu (55), wywodzącym się z równania (7), stałe C_η , $C_{\tau\Pi}$ i C_{λ_1} to współczynniki liczbowe związane z lepkością, czasem relaksacji (patrz równanie (45)) i tzw. współczynnikiem transportu λ_1 (patrz praca [39]):

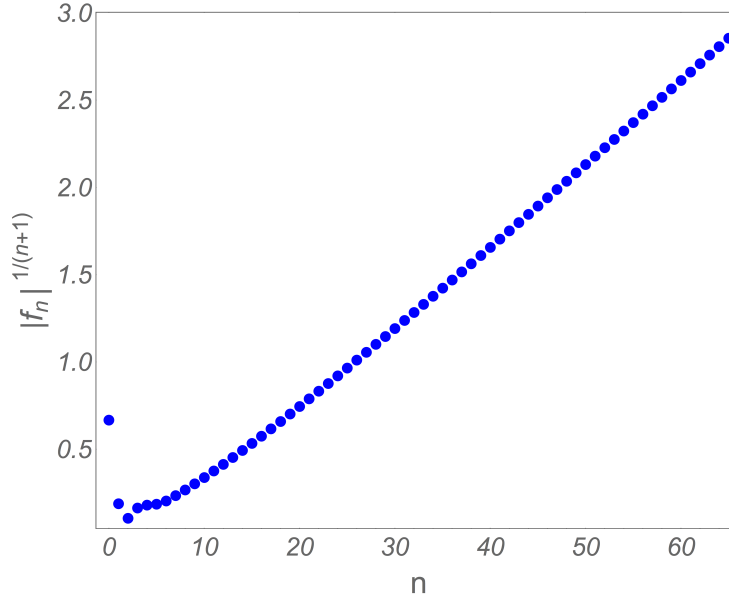
$$\eta = C_\eta s \quad \text{oraz} \quad \lambda_1 = C_{\lambda_1} \frac{\eta}{T}. \quad (56)$$

W szczególności, nakładając warunek zgodności z rozwinięciem hydrodynamicznym teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM do drugiego rzędu w gradientach włącznie otrzymuje się następujące wartości tych współczynników:

$$C_\eta = \frac{1}{4\pi}, \quad C_{\tau\Pi} = \frac{2 - \log(2)}{2\pi} \quad \text{oraz} \quad C_{\lambda_1} = \frac{1}{2\pi}. \quad (57)$$

Choć rachunki przedstawione w [10] używały powyższych wartości, należy pamiętać, że współczynniki te są parametrami¹⁸. W związku z tym, wnioski przedstawione w pracy [10] stosują się do całej rodziny teorii.

¹⁸Są pewne ograniczenia na te parametry wynikające z kauzalności.



Rysunek 13: Zerowy promień zbieżności szeregu hydrodynamicznego w teorii MIS i jest analogonem Rys. 11 dla teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM. Wykres wykonano z danych dostarczonych w pracy [10].

Analogicznie do teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM i równania (38), równanie ewolucji (55) posiada formalne rozwiązanie w postaci rozwinięcia gradientowego o nieskończenie wiele wyrazów

$$f_{hydro} = \frac{2}{3} + \frac{4}{9}C_\eta w^{-1} + \frac{8}{27}C_\eta(C_{\tau\Pi} - C_{\lambda_1})w^{-2} - \frac{16}{81}C_\eta(-2C_{\lambda_1}^2 + 4C_{\lambda_1}C_{\tau\Pi} + 3C_\eta C_{\tau\Pi} - 2C_{\tau\Pi})w^{-3} + \dots \quad (58)$$

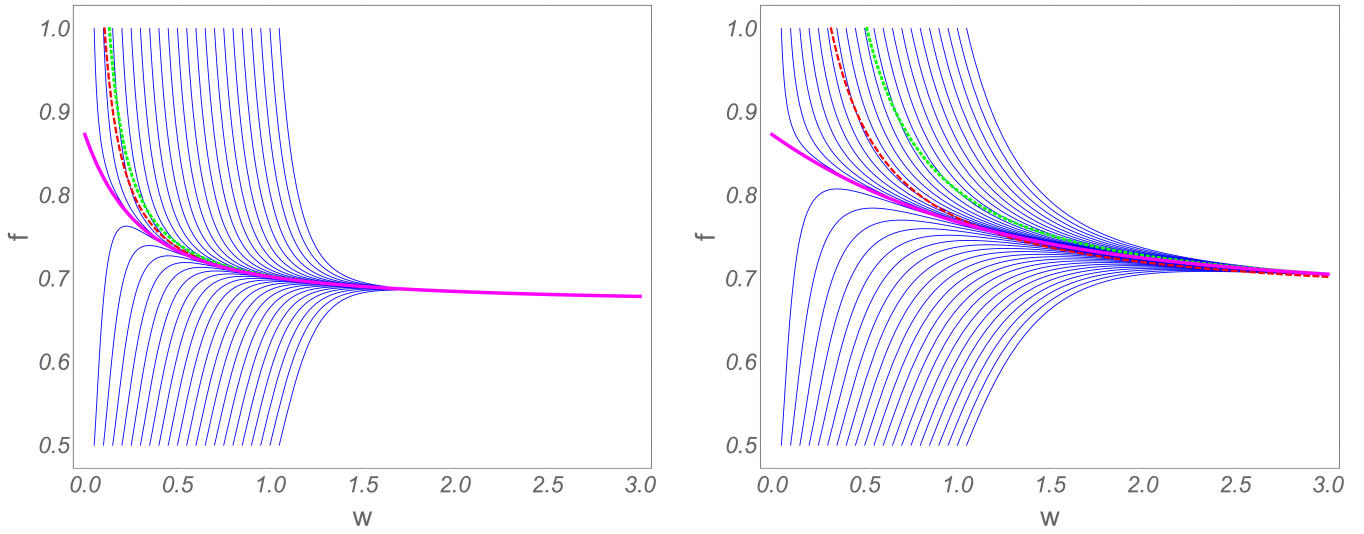
Nakładając warunek zadany równaniem (57) otrzymujemy zgodność pomiędzy wyrażeniem (58) a wynikiem dla teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM do wyrazów $\mathcal{O}(w^{-2})$ włącznie, co jest gwarantowane przez samą konstrukcję MIS. Wyższe rzędy są już oczywiście różne.

Podobnie jak w teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM, małe perturbacje na tle formalnego rozwiązania (58) gasną eksponencjalnie

$$\delta f(w) \sim \exp\left(-\frac{3}{2C_{\tau\Pi}}w\right) w^{\frac{C_\eta - 2C_{\lambda_1}}{C_{\tau\Pi}}} \left(1 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{w}\right)\right) \quad (59)$$

z czasem zaniku związanym z czasem relaksacji τ_Π , co uzasadnia jego nazwę. Z punktu widzenia wyników holograficznych, eksponencjalnie gasnący mod należy rozumieć jako analog modów kwazinormalnych. Tak jak opisałem to w sekcji 4.3.3 która bazuje na pracy [8], główne różnice to brak oscylacji towarzyszących eksponencjalnemu zanikaniu modów kwazinormalnych i obecność tylko jednego modu w teorii MIS.

Dla uproszczenia dalszej prezentacji wyników, tak samo jak w oryginalnym artykule [10], odtąd przyjmujemy wartości parametrów z równania (57) z wyjątkiem Rys. 14. Rozwinięcia gradientowe zadane równaniem (58), tak samo jak w teorii $\mathcal{N} = 4$ SYM, okazuje się rozbieżne co ilustruje Rys. 13. Analiza osobliwości transformaty Borela wiąże wiodącą osobliwość (cięcie) z częstością modu (59), zupełnie analogicznie do równania (53). Wynik ten potwierdza i wzmacnia wcześniejsze stwierdzenie, że hydrodynamiczne rozwinięcie gradientowe nie jest zbieżne gdyż w stanie kolektywnym istnieją wzbudzenia, które nie są opisywane przez ucięte rozwinięcie gradientowe.



Rysunek 14: Niebieskie linie oznaczają numeryczne rozwiązania równania (55) dla różnych danych początkowych; różowa krzywa to numerycznie otrzymany atraktor do którego zbiegają różne rozwiązania. Czerwona i zielona przerywana linia to odpowiednio równanie (58) do pierwszego i drugiego rzędu w gradientach włącznie. Wykres po lewej został otrzymany z parametrami danymi przez równania (57), natomiast wykres po prawej został wykonany zakładając C_η oraz $C_{\tau\Pi}$ zwiększone o czynnik 3 (skorelowana zmiana obydwu parametrów związana jest z kauzalnością teorii MIS). W tym drugim przypadku, rozwiązania dochodzą do atraktora dla późniejszych czasów w zgodzie z równaniem (59). Należy też zwrócić uwagę, że zmodyfikowanych parametrów przedział w dla których różnice między atraktorem a hydrodynamiką skończonego rzędu stają się znaczące zwiększył się. Wykres pochodzi z pracy [10].

Analiza przedstawiona w pracy [10] pokazała, że równania ruchu dla teorii MIS w przypadku boost-niezmienicznym posiadają rozwiązanie które jest atraktorem, patrz Rys. (14). Dla dużych w (tj. małych gradientów / późnych czasów własnych), rozwiązanie to zgadza się z przewidywaniami uciętego rozwinięcia gradientowego, i rozciąga się aż do $w = 0$. Naturalne jest więc utożsamienie *zresumowanej hydrodynamiki* w ramach modelu zadanego równaniami (8) z tym rozwiązaniem atraktorowym, co zapostulowano w [10]. Co ważne, zresumowana hydrodynamika dla wartości parametrów (57) w fizycznym obszarze parametru w (tj. dla $w \geq 0.5$) nie odbiega znacząco od uciętego rozwinięcia gradientowego, patrz także Rys. 15. Z tej perspektywy, pracę [10] można rozumieć jako pierwszy przykład uzasadniający stosowność uciętego rozwinięcia gradientowego do opisu reżimu hydrodynamicznego przy dużych gradientach.

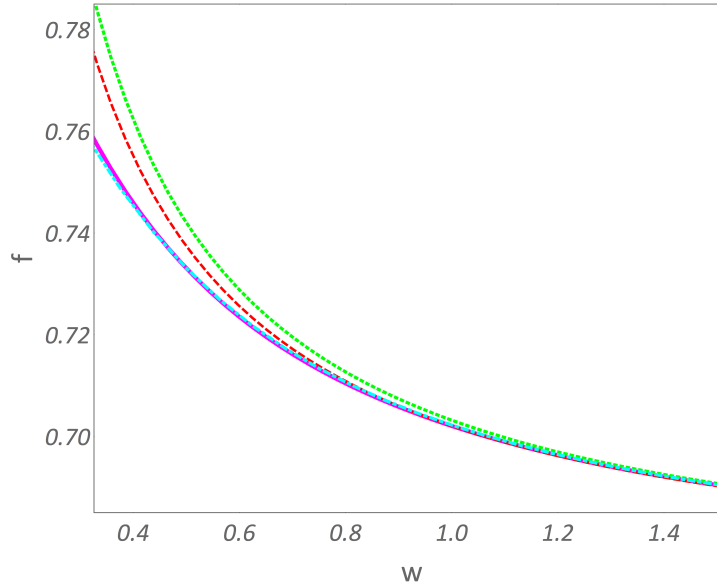
Praca [10] rozwiązuje również problem niejednoznaczności resumacji Borelowskiej w kontekście szeregu hydrodynamicznego. Czyniąc analogię do szeregów perturbacyjnych w teoriach kwantowych w których rozwinięcie w stałej sprzężenia odpowiada rozwinięciu w zmiennej $1/w$ i obiekty nieperturbacyjne (instantony, renormalony) odpowiadają modom kwazinormalnych, praca postuluje ogólne rozwiązanie równania (55) w postaci transszeregu [118]

$$f(w) = \sum_{m=0}^{\infty} c^m \Omega(w)^m \sum_{n=0}^{\infty} a_{m,n} w^{-n}, \quad (60)$$

gdzie $\Omega \equiv \exp\left(-\frac{3}{2C_{\tau\Pi}}w\right) w^{\frac{C_{\eta}-2C_{\lambda_1}}{C_{\tau\Pi}}}$, współczynniki $a_{m,n}$ to liczby wyrażone przez C_{η} , $C_{\tau\Pi}$ oraz C_{λ_1} , zaś stała c jest parametrem. Wkład od $m = 1$ pochodzi od modu kwazinormalnego w teorii MIS, natomiast wkłady wyższego rzędu w m wynikają z nieliniowości równania ruchu. Dla ustalonego m , szereg w zmiennej $1/w$ jest rozbieżny, podobnie jak szereg hydrodynamiczny dla $m = 0$. Parametr c zawiera fizyczny wkład rzeczywisty r odpowiadający wyborowi stałej całkowania w równaniu różniczkowym (55) oraz wkład zespolony związany z doбором konturu całkowania na powierzchni Riemanna reprezentującej strukturę analityczną transformaty Borela szeregu hydrodynamicznego. Stała r odpowiada za wybór rozwiązania, w szczególności pewna wartość r odpowiada atraktorowi (jak się okazuje atraktor wymaga $r \neq 0$, patrz także Rys. 15). Wyniki te opisane są w szczegółach w oryginalnej pracy. Fakt, że dobór jednego parametru zespolonego pozwala zniwelować dowolność doboru konturu całkowania dla dowolnej wartości w jest wyrazem zjawiska resurgencji, które polega na nietrywialnych relacjach pomiędzy różnymi wkładami do transszeregu (tj. wyrazami o różnym indeksie m w równaniu (60)).

Podsumowując, wyniki dostarczone w pracach [5, 10] demonstrują, że:

- Rozwinięcie gradientowe w hydrodynamice relatywistycznej jest rozbieżne. Fakt, że szereg hydrodynamiczny nie zbiega się można rozumieć jako wyjaśnienie możliwości występowania zjawiska hydrodynamizacji będącego przedmiotem prac [3, 4, 6, 7] i opisanego w sekcji 4.3.2, tj. znaczącej anizotropii tensora energii-pędu opisywanej bardzo dobrze przez (najniższy) człon gradientowy związany z lepkością [Q3, H5].
- Rozbieżność hydrodynamiki jest związana z obecnością wzbudzeń w plazmie które nie są opisywane przez rozwinięcie gradientowe – modami kwazinormalnymi – w bliskiej analogii z układami kwantowo-mechanicznymi i efektami nieperturbacyjnymi. W ramach tej analogii rozwinięcie gradientowe (tj. rozwinięcie w zmiennej $1/w$) to rozwinięcie perturbacyjne, zaś mody kwazinormalne odpowiadają efektom nieperturbacyjnym takim jak instantony czy renormalony (poprzez zachowanie typu $\exp(-\# w)$, patrz równanie (59)).



Rysunek 15: Atraktor dla teorii MIS z parametrami danymi równaniem (57) (różowa krzywa) wraz z rozwinięciem gradientowym uciętym w pierwszym (czerwona krzywa) i drugim (zielona krzywa) rzędzie rozwinięcia gradientowego. Niebieska przerywana krzywa to wynik resumacji trans-szeregu (aż do wyrazów $m = 2$ włącznie, patrz równanie (60)). Wykres sugeruje, że w obszarze fizycznym ($w \geq 0.5$) resumacja rozwinięcia gradientowego nie prowadzi do znaczącej zmiany w przewidywaniach nawet w stosunku do pierwszego rzędu rozwinięcia gradientowego. Wykres pochodzi z pracy [10].

- Nieskończone rozwinięcie gradientowe nie jest dobrze zdefiniowane poprzez dowolność w resumacji Borelowskiej i wymaga dodania członów nieperturbacyjnych które kasują dowolność z wyjątkiem kwestii doboru fizycznych warunków początkowych określających stan układu.
- Zresumowana hydrodynamika, przynajmniej w ramach teorii MIS, może zostać utożsamiona z atraktorem. W ramach tej teorii resumacja rozwinięcia gradientowego odpowiadająca rozwiązaniu atraktorowemu nie wydaje się prowadzić do znaczącej różnicy w stosunku do szeregu uciętego na wyrazie pierwszego rzędu w gradientach dla fenomenologicznie ciekawego zakresu w , tj. $w \approx 0.5$ i większych [Q4]. Mimo swoich naturalnych ograniczeń związanych z uproszczeniami teorii MIS, wynik ten pozwala patrzeć z optymizmem na oszacowania lepkości plazmy QCD bez potrzeby równoczesnego wyznaczenia współczynników transportu wyższych rzędów. Sytuacja odwrotna była przedmiotem m.in. pracy [41] i wyniki przedstawione w ramach cyklu sugerują, że jednak ona nie występuje.

4.3.5 Zderzenie dwóch relatywistycznych obiektów

Ostatnia część cyklu, zawarta w pracach [6,7], dotyczy modelowania zderzeń ultrarelatywistycznych obiektów w silnie sprzężonych kwantowych polach i można ją uznać za krok w kierunku modelowania centralnych zderzeń ultrarelatywistycznych ciężkich jonów w RHIC i LHC przy założeniu, że w procesie hydrodynamizacji w tych eksperymentach dominują efekty silnego sprzężenia. Obydwie prace skupiają się na analizie własności profilu $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ po zderzeniu do czasów niewiele późniejszych od czasu hydrodynamizacji dla centralnych wartości “rapidity”.

Punktem wyjścia do tych badań jest superpozycja 2 zbieżających ku sobie paczek energii i pędu reprezentowanych przez $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ zadany równaniem (35). W stosunku do wcześniejszej pracy [101] innych autorów kluczowa innowacja techniczna w artykułach [6, 7] wynikała z rozważenia wielu różnych stanów początkowych co doprowadziło do odkrycia niezmiernie bogatej fizyki nierównowagowej w tym układzie. W artykule [6] dane początkowe wyznaczone były przez parametr e dany równaniem (36), który w centralnych zderzeniach ciężkich jonów o tej samej liczbie atomowej zależałby w następujący sposób¹⁹ od czynnika Lorentza γ

$$e \sim \gamma^{-1/2}. \quad (61)$$

W ramach tej analogii zderzenia z małym parametrem e odpowiadają zderzeniom przy większych energiach, natomiast zderzenia w których parametr e jest duży odpowiadają zderzeniom przy mniejszych energiach. W pracy [6] rozważono 6 różnych wartości parametrów: $e = 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{16}$ oraz $\frac{1}{8} e_{CY}$, gdzie e_{CY} to wartość referencyjna użyta w artykule [101] i wynosząca w przybliżeniu 0.64. Z kolei praca [7] przedstawia analizę zderzenia superpozycji kilku paczek falowych co modeluje granularną strukturę jąder atomowych i było krokiem w kierunku badania zderzeń jąder atomowych o różnych rozmiarach, przy jednoczesnym zaniedbaniu dynamiki transversalnej. To ostatnie, niefizyczne, założenie było czysto technicznej natury i należy tu nadmienić, że już po upływie 1.5 roku od ukazania się pracy [7] pojawiły się pierwsze wyniki na temat zderzeń obiektów ze strukturą transversalną [119–121].

Rys. 16 przedstawia diagonalne składowe $\langle T^{\mu\nu} \rangle$,

$$(\mathcal{E}, \mathcal{S}, \mathcal{P}_L, \mathcal{P}_T) = \frac{2\pi^2}{N_c^2} \left(-\langle T_t^t \rangle, \langle T_z^z \rangle, \langle T_z^z \rangle, \langle T_{x\perp}^{x\perp} \rangle \right), \quad (62)$$

w dwóch skrajnych przypadkach rozważonych w pracy [6]: $e = 2 e_{CY}$ (zderzenia przy “niskich energiach”, wykresy po lewej) i $e = \frac{1}{8} e_{CY}$ (zderzenia “wysokoenergetyczne”, wykresy po prawej).

Żeby zrozumieć kryjącą się w nich fizykę, należy spojrzeć na stosowalność hydrodynamiki w płaszczyźnie t - z co przedstawia Rys. 17. Rysunek ten jasno pokazuje, że w przypadku zderzenia przy “niskich energiach” już sam proces zderzenia jest opisywany w sposób satysfakcjonujący przez hydrodynamikę z lepkością. W rezultacie, praktycznie natychmiastowym²⁰ wynikiem zderzenia jest zhydrodynamizowana materia, której późniejsza ekspansja wzdłuż osi zderzenia opisywana jest przez równania hydrodynamiki. Stwierdzenie to obejmuje zarówno procesy prowadzące do maksymalnej gęstości energii znacząco przekraczającej sumę maksimów gęstości energii zderzanych obiektów, jak i powstałe z tego maksimum oddalające się od siebie z prędkością mniejszą od prędkości światła wybrzuszenia w gęstości energii. W tym sensie zderzenia dla małych wartości czynnika Lorentza γ są pewną analogią modelu Landaua [122] (ang. “full-stopping”), z tym, że w rozważanym tu przypadku lepkość gra znaczącą rolę w dalszej ewolucji układu ze względu na zjawisko hydrodynamizacji.

Przechodząc do przypadku zderzenia “wysokoenergetycznego”, na odpowiadających mu wykresach z Rys. 16 i 17 widać duży obszar rozciągający się aż po brzeg stożka przyszłości w którym hydrodynamika się nie stosuje. W bezpośrednim otoczeniu stożka znajdują się w szczególności dwa maksima gęstości energii poruszające się z prędkością bardzo bliską prędkości światła. W przeciwieństwie do zderzenia przy “niskich energiach”, ich amplituda i kształt zaraz

¹⁹Należy tu podkreślić, że jest to oczywiście tylko analogia w ramach której szerokość naszej paczki energii i pędu zostaje związana z kontrakcją Lorentzowską. Paczki energii zadane równaniem (35) poruszają się dokładnie z prędkością światła.

²⁰Tj. kiedy zderzane paczki energii zupełnie się pokrywają.

po zderzeniu odpowiadają zderzanym paczkom energii (ang. “transparency”). W szczególności, maksymalna gęstość energii osiągnięta w całym procesie jest dwu-krotnością maksymalnej gęstości energii pojedynczego zderzanego obiektu. W okolicach brzegu stożka przyszłości, zaraz obok powoli zanikających zderzanych obiektów, znajduje się obszar gdzie gęstość energii jest ujemna. Jest to efekt kwantowo-mechaniczny dobrze znany w kwantowej teorii pola i odzwierciedla on wysoko-nierównowagową naturę modelowanego procesu. Ponadto, w nieco większym obszarze czasów własnych $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ okazuje się nie mieć żadnego czasowego wektora własnego. Jest to dość zaskakujące odkrycie które oznacza, że w danym punkcie czasoprzestrzeni nie istnieje lokalny układ odniesienia w którym wytworzona materia jest w spoczynku²¹. Również i ta obserwacja jest związana z wysoce nierównowagowym charakterem opisywanego procesu. Co do stosowalności hydrodynamiki w przypadku zderzeń “wysokoenergetycznych”, jest to kolejny, obok ekspansji Bjorkena z prac [3, 4] omówionej w rozdziale 4.3.2, przykład zjawiska szybkiej hydrodynamizacji. Dla centralnych wartości “rapidity”, hydrodynamika z lepkością stosuje się już dla czasów $t_{hyd} = 0.2/T_{hyd}$, przy czym anizotropia ciśnień jest na tyle duża, że ciśnienie podłużne $\mathcal{P}_L$ w pierwszych chwilach jej stosowalności jest bliskie 0, patrz Rys. 18.

Kolejnym tematem poruszonym w pracy [6] jest kwestia dystrybucji lokalnej gęstości energii na powierzchniach stałego czasu własnego τ w funkcji “rapidity” y . Jak się okazuje nie jest ona płaska lecz poszerza się porównując zderzenia przy “niskich” i “wysokich energiach”, patrz Rys. 19. Jak wynika z kolejnej pracy cyklu [7], co zostanie omówione w dalszej części tego rozdziału, wytworzona plazma w “najbardziej energetycznych” zderzeniach rozważonych w artykule [6] powinna być zbliżona²² do plazmy wytworzonej w zderzeniu obiektów charakteryzowanych przez tensor energii-pędu wyrażony przez deltę Diraca δ . To, że wynik zderzenia nie jest boost-niezmieniczny wynika z natury zderzanych obiektów dla których $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ transformuje się nietrywialnie przy boostach nawet gdy wzięta zostanie granica w której składowe $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ są deltami Diraca. Należy to skonstrastować z wynikami przy słabym sprzężeniu (CGC), gdzie zachowanie wiodącego rzędu jest boost-niezmienne ze względu na prąd ładunku kolorowego płynący po brzegu stożka o postaci delty Diraca δ co prowadzi do boost-niezmienicznego wyrażenia na tensor energii-pędu $\langle T^{\mu\nu} \rangle \sim \delta^2$. Faktycznie, wąska dystrybucja plazmy w “rapidity” okazuje się stanowić znaczący problem w zbyt dosłownym zastosowaniu wyników z pracy [6] do fenomenologii ultrarelatywistycznych zderzeń ciężkich jonów w RHIC i LHC [124]. W tym miejscu warto również zwrócić uwagę na nietypowo płaską dystrybucję gęstości energii układu laboratoryjnym w zderzeniach “wysokoenergetycznych” w funkcji położenia wzdłuż osi zderzenia.

Dodatkową cechą która odróżnia model zderzeń “wysokoenergetycznych” z pracy [6] od wyników CGC jest zachowanie gęstości energii dla małych czasów w centralnej “rapidity”. Wyniki przedstawione na Rys. 20 są konsystentne z interpretacją w języku wzoru (31) w ramach której gęstość energii wytworzonej materii rośnie od zera kwadratowo z czasem: n we wzorze (31) wynosi 2. Należy to skonstrastować z zachowaniem w ramach podejścia CGC, gdzie gęstość energii przyjmuje niezerową wartość już dla $\tau = 0^+$, patrz praca [49].

Punktem wyjścia do ostatniej omawianej pracy cyklu, artykułu [7], była obserwacja, że w rozważaniach coraz to bardziej “energetycznych” zderzeń otrzymano bardzo zbliżone profile gęstości energii wokół centralnej “rapidity” ($z = 0$). To spostrzeżenie doprowadziło do postawienia hipotezy, że dla zderzeń o odpowiednio dużym czynniku γ struktura podłużna zderzanych obiektów przestaje mieć znaczenie z punktu widzenia plazmy wytworzonej w centralnej “rapidity” i badanej w układzie środka masy. Wyniki opublikowane w artykule [7] jasno

²¹Tj. $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ nie ma czasowego wektora własnego który po unormowaniu definiuje prędkość plazmy u^μ w ramach warunku Landaua. Rozwinięcie tej obserwacji jest tematem późniejszych prac innych autorów [123].

²²Pewną subtelnością tej analizy może być kwestia ciągłości odpowiedniej granicy.

pokazują, że to zjawisko rzeczywiście ma miejsce. Dostarczone dane sugerują, że gdy struktura podłużna każdego ze zderzanych obiektów w układzie środka masy jest mniejsza niż ok. $0.26/T_{hyd}$, gdzie T_{hyd} to temperatura hydrodynamizacji w środku plazmy, nie ma ona wpływu na profil gęstości energii w funkcji t i z w centralnej “rapidity”. W szczególności, dotyczy to asymetrycznego zderzenia z Rys. 21 (wykres po lewej), które bardzo zgrubnie²³ modeluje zderzenie proton-jądro. Wyniki dostarczone w pracy [7] sugerują że przy silnym sprzężeniu nawet w bardzo asymetrycznych zderzeniach dla dużych wartości γ nie tylko stosuje się opis w języku hydrodynamiki relatywistycznej, ale również dystrybucja gęstości energii jest symetryczna w układzie środka masy a położenie jej maksimum w “rapidity” skaluje się w prosty sposób z liczbą atomową zderzanych obiektów.

Podsumowując ostatnią część cyklu, wyniki dostarczone w pracach [6, 7] można streścić w następujący sposób:

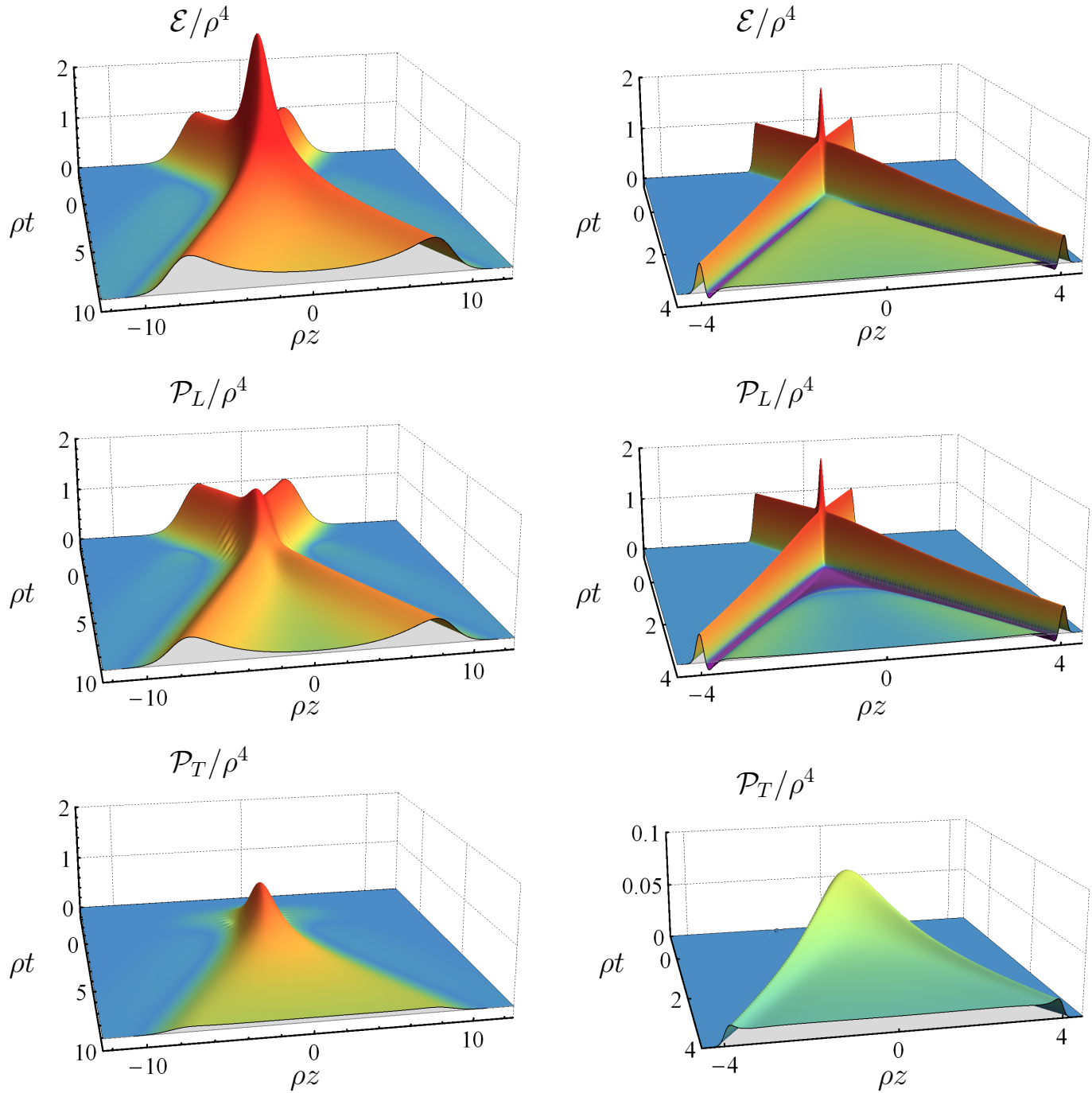
- Zderzania obiektów przy silnym sprzężeniu stanowią kolejny, obok przepływu boost-niezmienicznego, przykład zjawiska szybkiej hydrodynamizacji [**Q1**, **Q2**, **Q5**, **Q5'**].
- Postać $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ dla czasów rzędu czasu hydrodynamizacji wykazuje silną zależność od danych początkowych, którą interpretowano w pracy [6] w języku czynnika Lorentza γ . Zderzenia przy “niskich energiach” charakteryzowane są natychmiastową hydrodynamizacją, natomiast w zderzeniach przy “wysokich energiach” hydrodynamizacja następuje dopiero po etapie w którym układ jest bardzo daleko od równowagi.
- W tym ostatnim kontekście należy podkreślić występowanie dwóch nieoczekiwanych zjawisk: obszaru w którym gęstość energii jest ujemna oraz (większego) obszaru w którym nie można znaleźć lokalnego układu spoczynkowego.
- Wynik zderzenia, dla całej klasy stanów zadanej przez równanie (35), nie jest boost-niezmieniczny [**H8**].
- Sposób w jaki gęstość energii zachowuje się dla małych czasów w przypadku zderzeń “wysokoenergetycznych” przy silnym sprzężeniu odbiega od wyników CGC.
- W zderzeniach wysokoenergetycznych przy silnym sprzężeniu zachodzi zjawisko koherencji: struktura podłużna zderzanych obiektów nie jest widoczna w profilu gęstości energii powstałej plazmy [**H7**]. W układzie środka masy dystrybucja gęstości energii jest symetryczna. Jest to jeden z pierwszych wyników numerycznej holografii bezpośrednio motywowany wysokoenergetycznymi zderzeniami proton - jądro.

4.4 Syntetyczne podsumowanie najważniejszych wyników

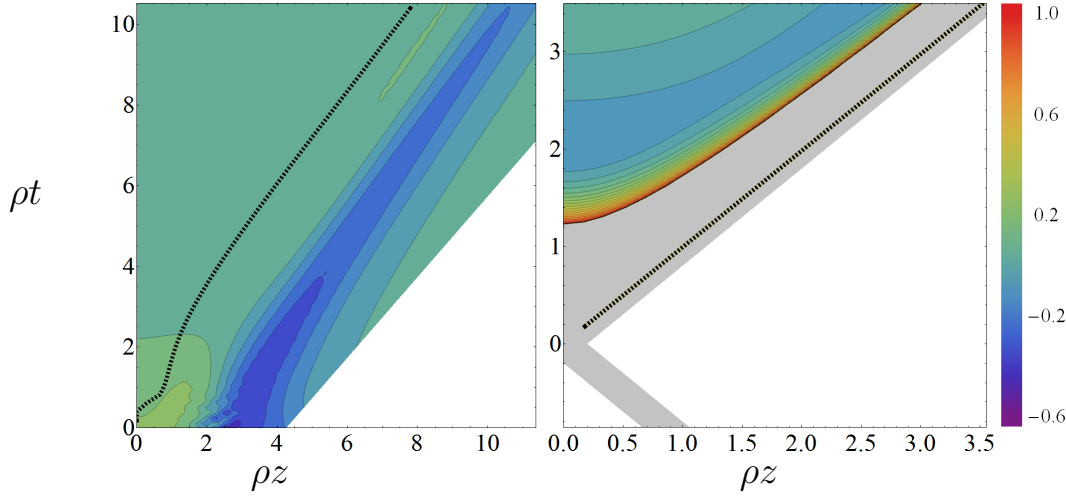
Najważniejsze wyniki dostarczone w ramach cyklu można syntetycznie zawrzeć w formie następujących konkluzji:

- W silnie sprzężonych teoriach cechowania temperatura w momencie stosowalności hydrodynamiki określa czas od zaburzenia po którym hydrodynamika z lepkością opisuje z dobrą dokładnością wartość oczekiwaną tensora energii-pędu.
- Stosowalność hydrodynamiki nie wymaga przybliżonej lokalnej izotropii. Dla podkreślenia tej kwestii, część literatury odnosi się do stosowalności hydrodynamiki jako do hydrodynamizacji ($\neq$ termalizacji).

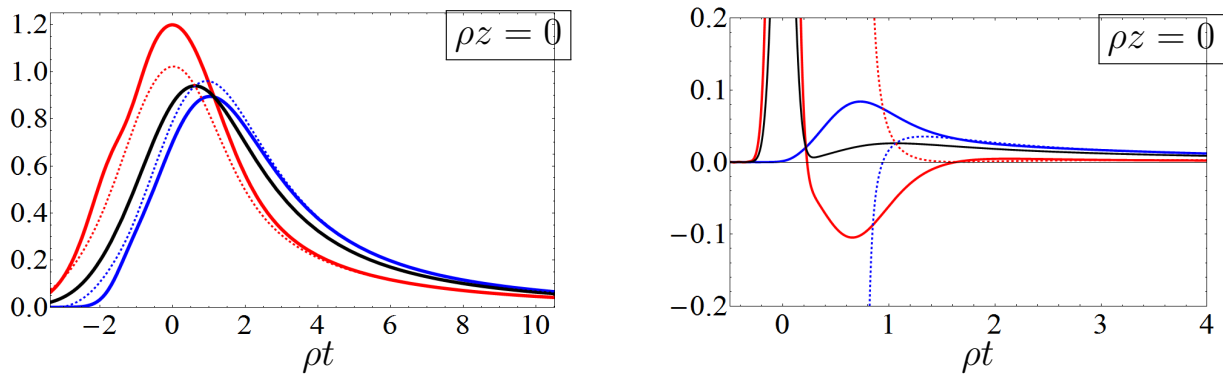
²³M.in. zaniedbując kluczową w takiej sytuacji dynamikę w płaszczyźnie transwersalnej.



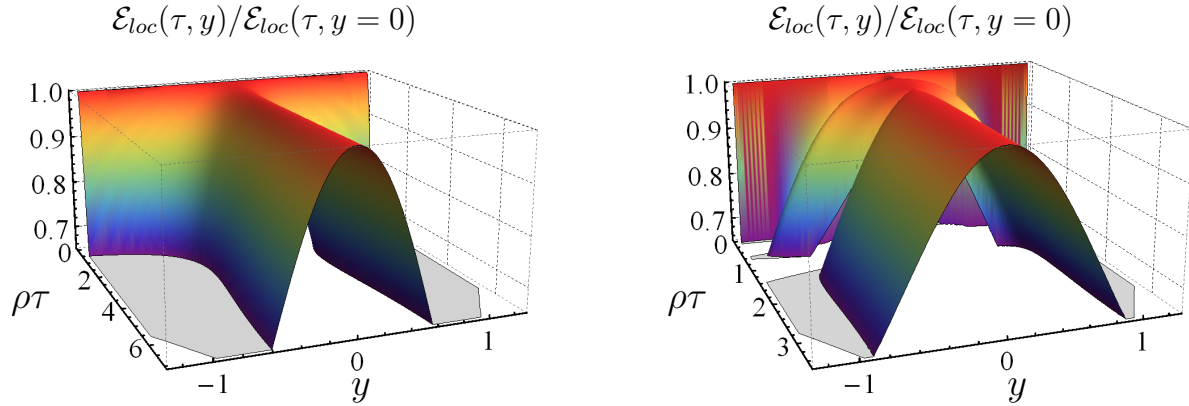
Rysunek 16: Gęstość energii i ciśnienia dla zderzeń paczek energii i pędu przy “niskich” (wykresy po lewej) i “wysokich energiach” (wykresy po prawej). Wszystkie wielkości są znormalizowane w ramach konwencji w której maksymalna gęstość energii przed zderzeniem wynosi 1. Ponadto, szara płaszczyzna odpowiada wartości 0 na pionowych osiach. Punkt 0 na osiach poziomych został wybrany tak, że oznacza miejsce gdzie spotkałyby się maksima paczek energii gdyby nie było między nimi żadnych oddziaływań. Wykresy pochodzą z pracy [6].



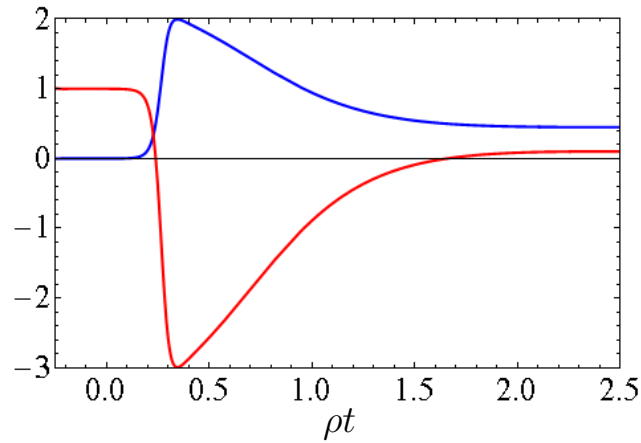
Rysunek 17: Jedna z miar stosowalności hydrodynamiki zdefiniowana jako stosunek różnicy lokalnego ciśnienia wzdłuż osi zderzenia pomiędzy wynikiem ab initio i przewidywaniem hydrodynamiki relatywistycznej z lepkością do ciśnienia w równowadze, $\Delta\mathcal{P}_L^{\text{loc}}/(\frac{1}{3}\mathcal{E}_{\text{loc}})$, dla zderzeń przy “niskich” (wykres po lewej) i “wysokich energiach” (wykres po prawej). Kropkowane krzywe oznaczają maksima przepływu energii. Kolor biały oznacza próżnię znajdującą się poza rejonem w kontakcie kauzalnym ze zderzeniem. Z kolei kolor szary oznacza rejony w których odstępstwa od hydrodynamiki w zastosowanej parametryzacji są większe niż 100%. W szczególności w zderzeniach przy “wysokich energiach” występują rejony w których nie można znaleźć lokalnego układu spoczynkowego, tj. $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ nie ma czasowego wektora własnego który po unormowaniu definiuje prędkość plazmy u^μ w ramach warunku Landaua. Rozwinięcie tej obserwacji jest tematem późniejszej pracy innych autorów [123]. Wykresy pochodzą z pracy [6].



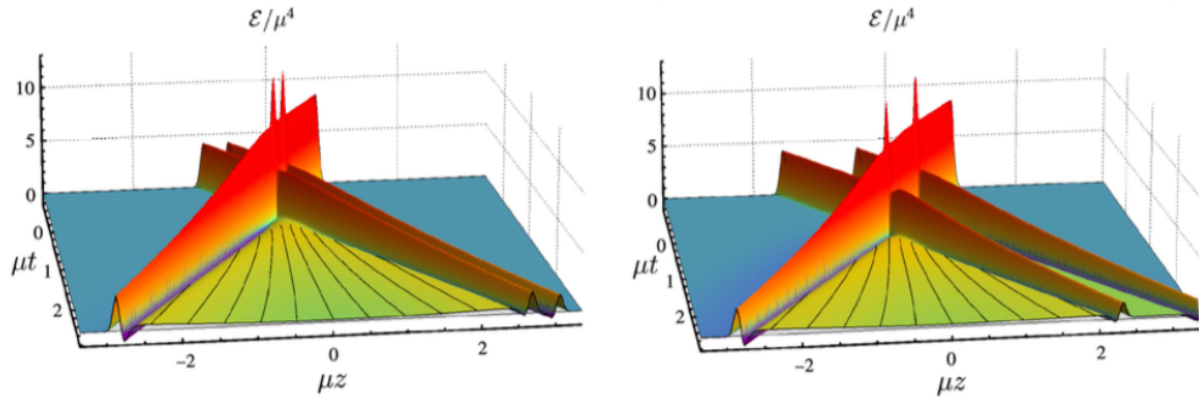
Rysunek 18: Wartości ciśnienia równowagowego odpowiadającego danej gęstości energii ($\mathcal{E}/3\rho^4$, czarny), ciśnienia podłużnego ($\mathcal{P}_L/\rho^4$, czerwony) i ciśnienia w płaszczyźnie transwersalnej ($\mathcal{P}_T/\rho^4$, niebieski) w funkcji czasu dla zderzenia “nisko-” (wykres po lewej) i “wysokoenergetycznego” (wykres po prawej). Wielkości mierzone są w centrum powstałej plazmy, tj. w $\rho z = 0$. Przerywane krzywe oznaczają przewidywania hydrodynamiki z lepkością. Wykresy pochodzą z pracy [6].



Rysunek 19: Gęstość energii w lokalnym układzie spoczynkowym funkcji “rapidity” y i czasu własnego τ dla zderzeń przy “niskich” (wykres po lewej) i “wysokich energiach” (wykres po prawej). Wykresy jasno pokazują trend w którym dystrybucja poszerza się ze wzrostem “energii zderzeń”, ale nie wypłaszcza się. Ponadto, dla zderzeń “wysokoenergetycznych” za nieciągłość wykresu odpowiedzialny jest brak lokalnego układu spoczynkowego. Wykresy pochodzą z pracy [6].



Rysunek 20: Stosunki $\mathcal{P}_L/\mathcal{E}$ (krzywa czerwona) i $\mathcal{P}_T/\mathcal{E}$ (krzywa niebieska) dla $z = 0$ w przypadku zderzenia przy “wysokich energiach”. Po krótkim czasie potrzebnym na przeniknięcie przez siebie zderzanych obiektów, co widzimy poprzez obydwa stosunki przyjmujące dokładnie wartości wynikające ze wzoru (35), ciśnienia stają się chwilowo równe, odpowiednio, $-3 \times \mathcal{E}$ oraz $2 \times \mathcal{E}$. Jest to konsyistentne z zachowaniem dla $n = 2$ we wzorze (31) wyprowadzonym dla przepływu boost-niezmienicznego. Wykresy pochodzą z pracy [6].



Rysunek 21: Przykłady asymetrycznych zderzeń widzianych w układzie środka masy odpowiadających małym (wykres po lewej) i dużym (wykres po prawej) wartościom czynnika Lorentza γ . W ramach analogii przedstawionej w tekście, zderzany obiekt o dwóch maksimach gęstości energii odpowiadałby dużemu jądru atomowemu (każde maksimum to “nukleon”), natomiast ten o pojedynczym protonowi. Gdy struktura podłużna każdego ze zderzanych obiektów zawiera się w $0.26/T_{hyd}$ (wykres po lewej), nie ma ona wpływu na dystrybucję gęstości energii dla centralnej “rapidity”. Zjawisko to nazwaliśmy koherencją, gdyż nie obserwujemy wtedy bezpośrednich efektów zderzeń pojedynczych “nukleonów”. Wykresy pochodzą z pracy [7].

- Hydrodynamiczne rozwinięcie gradientowe jest rozbieżne. Jego resumacja nie wprowadza jednak znaczących odstępstw od przewidywań hydrodynamiki pierwszego rzędu.
- Ultrarelatywistyczne zderzenia w silnie sprzężonych teoriach cechowania mają odmienne przewidywania od modeli opartych o rachunki przy słabym sprzężeniu w QCD.
- Istniejące sformułowania hydrodynamiki relatywistycznej z lepkością mają uogólnienia przybliżające oddziaływania hydrodynamicznych i wiodących niehydrodynamicznych stopni swobody w silnie sprzężonych układach.

Wyniki te oparte są o rachunki *ab initio*, tj. bez czynienia założeń upraszczających na temat mikroskopowej dynamiki, w ramach całej klasy silnie sprzężonych teorii pola. W kolejnych rozdziałach omówione są aspekty metodologiczne i przedstawiony jest wpływ cyklu na różne dziedziny fizyki teoretycznej w oparciu o prace innych badaczy.

4.5 Metodologia i jej nowatorskie aspekty

Znacząca większość wyników przedstawionych w ramach cyklu (z wyjątkiem prac [8, 10]) została otrzymana w ramach rozwiązań równań Einstein’a z ujemną stałą kosmologiczną (praca [9] rozważała także grawitację sprzężoną do pól materii) przy użyciu metod numerycznych.

Nowatorstwo wyników uzyskanych w ramach cyklu, a także wcześniejszych prac innych autorów [99–101] podsumowanych w [98], polega na użyciu technik numerycznego rozwiązywania równań Einsteina w przestrzeniach AdS zanim stało się to jednym z wiodących trendów badawczych w holografii. Numeryczne rozwiązywanie równań Einsteina do tamtej pory było domeną relatywistów rozwijaną głównie z myślą o przestrzeniach asymptotycznie płaskich. Kluczową własnością przestrzeni AdS jest obecność powierzchni czasowej pełniącej rolę brzegu w nieskończoności i wymagającej narzucenia warunku brzegowego który ma interpretację konfiguracji

źródeł w dualnej kwantowej teorii pola, patrz dyskusja w sekcji 4.2.2. Kwestia sposobu narzucenia tych warunków brzegowych, co naturalnie wynika z korespondencji AdS/CFT, i brak jasnych fizycznych motywacji do tego typu rachunków wydają się być kluczowymi czynnikami które sprawiły, że rozkwit numerycznej relatywistyki w przestrzeniach asymptotycznie AdS nastąpił dopiero w drugiej dekadzie XXI wieku.

Wszystkie rachunki w ramach cyklu zostały wykonane na komputerach osobistych (w znaczącej większości bez paralelizacji) i, z wyjątkiem prac [5–7], wygenerowanie danych (profilu $\langle T^{\mu\nu} \rangle(t)$ lub relacji dyspersji $\omega(k)$) zajmowało nie więcej niż kilkadziesiąt minut. Wynika to przede wszystkim z rozważania bogatych w fizykę sytuacji o wysokiej symetrii. Wraz z czasem zaczęły się jednak pojawiać prace, np. niedawne wyniki opisane w preprincie [125], które wymagały o wiele poważniejszych obliczeń numerycznych i z konieczności używały rachunków na klastrach komputerowych.

Co do szczegółów implementacji rachunków numerycznych, wszystkie prace wykorzystywały środowisko Mathematica, zaś do generowania wyników w pracach [3, 4] użyto programów napisanych w języku C++. Do implementacji kroku czasowego używano metod Rungego-Kutty w wysokich rzędach, natomiast do dyskretyzacji kierunków przestrzennych użyto metod pseudospektralnych [126]. Pozwoliło to otrzymać bardzo dobrą precyzję przy relatywnie niskiej liczbie punktów siatki (zazwyczaj kilkadziesiąt). Ponadto, rachunki w pracy [5] wymagały rozszerzonej precyzji (Mathematica prowadziła rachunki trzymając kilkaset cyfr znaczących w wynikach pośrednich) w związku z propagacją błędów w 240 krokach iteracji i sumowaniu bardzo dużej liczby wyrazów o nieustalonym znaku w wysokich rzędach rozwinięcia dualnej geometrii w gradientach.

Co do weryfikacji wyników, w przypadku problemów ewolucji czasowej w ramach równań Einsteina:

- Monitorowano znormalizowane równania więzów (prace [1–4, 6, 7]);
- Porównywano $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ z rozwinięciem dla małych czasów (prace [3, 4]);
- Porównywano $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ z przewidywaniami hydrodynamiki relatywistycznej (prace [3, 4, 6, 7]);
- Z profilu $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ odczytywano bardzo dokładnie znane częstości modów kwazinormalnych (prace [1, 2]);
- Porównywano $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ z danymi konkurującej grupy [98, 101] (prace [6, 7]).

W przypadku prac zajmujących się problemami eliptycznymi:

- Sprawdzono przewidywania numerycznie wygenerowanych współczynników transportu przy użyciu znanych wyników analitycznych dla niskich rzędów (praca [5]);
- Porównano częstości modów kwazinormalnych dla niekonforemnej plazmy ze znanym zachowaniem dla małych i dużych temperatur (praca [9]).

Wszystkie te testy zakończyły się sukcesem. Dodatkowo warto nadmienić, że w przypadku pracy [5] zdecydowania najbardziej nietrywialnym sprawdzianem jest odczytanie częstości modu kwazinormalnego z dokładnością pięciu cyfr znaczących z zachowania hydrodynamiki w wysokich rzędach.

Przechodząc do nowatorskich elementów metodologii prac cyklu wymienić należy zdecydowanie:

- Analizę wielu stanów nierównowagowych poprzez rozwiązanie równań więzów w opisie holograficznym w chwili początkowej [1–4, 6, 7]. Prace cyklu były pierwszymi artykułami które dyskutowały tę kwestię i jest to główny innowacyjny element w stosunku do wcześniejszych prac innych autorów [99–101] które dały początek numerycznym zastosowaniom holografii.
- Zaimplementowanie formalizmu ADM w kontekście zastosowań holografii [3, 4], co pozwoliło na ewolucję stanów nierównowagowych analizowanych wcześniej w pracy [21];
- Pionierskie rachunki wysokiego rzędu w hydrodynamice relatywistycznej możliwe dzięki bardzo precyzyjnej i szybkiej numeryce [5].
- Powiązane z powyższym, pionierskie użycie metod trans-szeregów w kontekście rozwinięcia gradientowego hydrodynamiki relatywistycznej i niehydrodynamicznych stopni swobody [10].
- Zainicjowanie²⁴ badań procesów termalizacji w silnie sprzężonych teoriach pola ze złamaną symetrią konforemną, co wymagało połączenia metod numerycznych ze znajomością nietrywialnych warunków brzegowych związanych z konfiguracją źródeł łamiących symetrię konforemną w ramach teorii $\mathcal{N} = 2^*$.

4.6 Syntetyczne omówienie wpływu osiągnięcia na dziedzinę

Pytania rozważane przez prace z cyklu dotyczą niesłuchanie aktualnej tematyki badawczej w zarówno w ramach holografii jak i teorii i fenomenologii oddziaływań silnych. W czasie realizacji przedstawionego programu badawczego, czyli na przestrzeni lat 2010-2015 a zwłaszcza po 2013 roku do kiedy ukazały się prawie wszystkie “numeryczne” prace cyklu, komputerowe generowanie rozwiązań równań Einsteina w przestrzeni AdS i analiza ich własności stały się jednym z wiodących trendów badawczych w holografii. W rezultacie prace [1, 3, 6] wchodzące w skład cyklu uznawane są w środowisku za standardowe referencje w tej nowo powstałej dziedzinie, co znajduje odzwierciedlenie w ich cytowaniach. Z punktu widzenia numerycznej holografii, główna rola tych prac to dostarczenie silnych przesłanek na temat uniwersalności czasu stosowalności hydrodynamiki z lepkością mierzonego w jednostkach temperatury efektywnej. Bezpośrednim rozwinięciem tej części cyklu jest np. artykuł [108]. W tym kontekście niezwykle ważna jest również jedna z ostatnich prac cyklu, [9], która inicjuje badania czasu relaksacji w teoriach bez symetrii konforemnej. W chwili obecnej jest to jeden z najaktywniejszych działów badawczych w ramach numerycznej holografii.

Praktycznie równolegle do rozwoju numerycznej holografii, dokonał się olbrzymi postęp w badaniu procesów termalizacji w słabo-sprężonym QCD w przybliżeniu klasycznej statystycznej teorii pola (patrz np. [52] i [51]) oraz w ramach efektywnej teorii kinetycznej (patrz np. [127]). Głównym celem tych wysiłków jest zrozumienie przejścia do hydrodynamiki startując z danych początkowych dla pól QCD typu CGC co odpowiadałoby zderzeniom ciężkich jonów przy asymptotycznie dużych energiach. Także i prace autorów z tej dziedziny wskazują wyniki otrzymane w ramach cyklu (zwłaszcza prace [3, 6]) jako standardowe referencje dotyczące problemu termalizacji w silnie sprzężonych teoriach cechowania. W kontekście fizyki samego stanu początkowego w zderzeniach ciężkich jonów w RHIC i LHC, kluczowe prace cyklu to artykuły [6, 7]. Najciekawsze wyniki tej części cyklu z obecnego punktu widzenia to niespodziewane efekty nierównowagowe w postaci ujemnej gęstości energii i braku układu spoczynkowego dla

²⁴Praca [9] ukazała się na serwisie arXiv tego samego dnia co konkurujące prace [112, 113] i dzień przed [110].

materii blisko stożka światła, różne od słabo-sprężonego QCD zachowanie tensora energii-pędu po zderzeniu oraz związek z modelem Landaua. W tym ostatnim kontekście, praca [6] cytowana jest m.in. przez artykuł [128]. Prace [6, 7] były bezpośrednio rozwijane przez innych autorów, co doprowadziło do wielu nowatorskich wyników w tym m.in. [111, 119–121, 123–125, 129, 130].

Kolejną dziedziną w której widać wpływ cyklu są badania hydrodynamiki relatywistycznej oraz efektywnych modeli dynamiki plazmy kwarkowo-gluonowej (takich jak anizotropowa hydrodynamika), które próbują opisać część efektów niehydrodynamicznych w zderzeniach ciężkich jonów w RHIC i LHC. W tym kontekście kluczowe prace cyklu to [3, 4] które bardzo czytelnie demonstrują zjawisko hydrodynamizacji oraz praca [5] demonstrująca asymptotyczny charakter hydrodynamicznego rozwinięcia gradientowego. Mimo, że hydrodynamizacja została dostrzeżona już w dwóch wcześniejszych pracach innych autorów [100, 101], wyniki cyklu z prac [3, 4], poprzez szczególnie czytelną parametryzację ewolucji $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ oraz analizę wielu danych początkowych, odegrały bardzo ważną rolę dla środowiska zajmującego się fizyką plazmy kwarkowo-gluonowej w RHIC i LHC oraz numeryczną holografią w rozróżnieniu zjawisk hydrodynamizacji i termalizacji. Co do fenomenologicznej roli pracy [5], zmienia ona sposób myślenia o rozwinięciu gradientowych w różnych teoriach hydrodynamicznych co zostało dostrzeżone przez innych autorów np. w pracy [131].

Prace [5, 10] wchodzące w skład cyklu zainicjowały również nowy interdyscyplinarny kierunek badawczy: badania hydrodynamiki relatywistycznej w wysokich rzędach rozwinięcia gradientowego przy użyciu metod trans-szeregów. Techniki te znajdują obecnie szerokie zastosowania w analizie kwantowo-mechanicznych szeregów perturbacyjnych i praca [10] znakomicie wpasowuje się w ten aktywny trend badawczy otwierając jednocześnie nowe zastosowania dla tych metod matematycznych. Techniki te ilustruje artykuł przeglądowy [118], który jednocześnie cytuje pracę [5] wchodzącą w skład cyklu. Innym odzwierciedleniem tego stanu rzeczy są prace innych autorów [132] i [133] będące bezpośrednim rozwinięciem pracy [10] z cyklu, a napisane przy udziale wiodących specjalistów od resurgencji w kwantowej teorii pola i teorii strun. Dodatkowo wymienić tu należy również wysiłki w kierunku klasyfikacji współczynników transportów w wyższych rzędach rozwinięcia gradientowego dokonane przez innych autorów w artykule [134] dla których prace cyklu [5, 10] była jedną z motywacji.

Równie ważną miarą wpływu artykułów wchodzących w skład cyklu na innych badaczy jest ich obecność w artykułach przeglądowych. Prace cyklu są obszernie dyskutowane m.in. w następujących pozycjach:

- Książka [78] wydana nakładem prestiżowego Cambridge University Press obszernie omawia artykuły [1–4].
- Praca [76] omawia szeroko artykuły [3–5].
- Praca [38] poświęca dużo uwagi artykułom [3, 4].
- Książka “Quark-Gluon Plasma 5” wydana nakładem prestiżowego World Scientific²⁵ omawia obszernie artykuły [1–7] z cyklu.

Oprócz tego prace cyklu wymieniane są w wielu innych artykułach przeglądowych i podsumowaniach konferencyjnych, które ukazały się w serwisie arXiv w kategoriach [hep-th], [hep-ph], [nucl-th] i [gr-qc]. Oddaje to interdyscyplinarną naturę badań prowadzących do wyników cyklu i zasięg oddziaływania wyników. Badania prowadzone w ramach cyklu zostaną również dogłębnie omówione w artykule przeglądowym “New theories of relativistic hydrodynamics in

²⁵Odpowiedni rozdział dostępny jest on-line jako praca [135].

the LHC era” pisanym we współpracy z Michałem Spalińskim i Wojciechem Florkowskim dla Reports on Progress in Physics (Impact Factor 17.062).

5 Omówienie dorobku i działalności naukowej

5.1 Pozostałe publikacje naukowe

Okres po doktoracie (od września 2010)

11. A. Buchel, M. P. Heller and J. Noronha, “Beyond adiabatic approximation in Big Bang Cosmology: hydrodynamics, resurgence and entropy production in the Universe,” artykuł złożony w Phys. Rev. Lett., arXiv:1603.05344 [hep-th].
12. J. de Boer, M. P. Heller, R. C. Myers and Y. Neiman, “Holographic de Sitter Geometry from Entanglement in Conformal Field Theory,” Phys. Rev. Lett. 116, 061602 (2016), arXiv:1509.00113 [hep-th].
13. J. de Boer, M. P. Heller and N. Pinzani-Fokeeva, “Effective actions for relativistic fluids from holography,” JHEP 1508, 086 (2015), arXiv:1504.07616 [hep-th].
14. J. de Boer, M. P. Heller and N. Pinzani-Fokeeva, “Testing the membrane paradigm with holography,” Phys. Rev. D 91, 026006 (2015), arXiv:1405.4243 [hep-th].
15. V. Balasubramanian, B. D. Chowdhury, B. Czech, J. de Boer and M. P. Heller, “Bulk curves from boundary data in holography,” Phys. Rev. D 89, 086004 (2014), arXiv:1310.4204 [hep-th].
16. J. de Boer, B. D. Chowdhury, M. P. Heller and J. Jankowski, “Towards a holographic realization of the Quarkyonic phase,” Phys. Rev. D 87, 066009 (2013), arXiv:1209.5915 [hep-th].
17. I. Booth, M. P. Heller, G. Plewa, M. Spalinski, “On the apparent horizon in fluid-gravity duality,” Phys. Rev. D 83 (2011) 106005, arXiv:1102.2885 [hep-th].
18. I. Booth, M. P. Heller, M. Spalinski, “Black brane entropy and hydrodynamics,” Phys. Rev. D 83 (2011) 061901, arXiv:1010.6301 [hep-th].

Okres przed doktoratem (do sierpnia 2010)

19. I. Booth, M. P. Heller, M. Spalinski, “Black brane entropy and hydrodynamics: the boost-invariant case,” Phys. Rev. D 80 (2009) 126013, arXiv:0910.0748 [hep-th].
20. A. Buchel, M. P. Heller, R. C. Myers, “sQGP as hCFT,” Phys. Lett. B 680, 521 (2009), arXiv:0908.2802 [hep-th].
21. G. Beuf, M. P. Heller, R. A. Janik, R. Peschanski, “Boost-invariant early time dynamics from AdS/CFT,” JHEP 0910, 043 (2009), arXiv:0906.4423 [hep-th].
22. M. P. Heller, P. Surowka, R. Loganayagam, M. Spalinski and S. E. Vazquez, “Consistent Holographic Description of Boost-Invariant Plasma,” Phys. Rev. Lett. 102, 041601 (2009), arXiv:0805.3774 [hep-th].

23. M. P. Heller, R. A. Janik and T. Lukowski, “A new derivation of Luscher F-term and fluctuations around the giant magnon,” JHEP 0806, 036 (2008), arXiv:0801.4463 [hep-th].
24. P. Benincasa, A. Buchel, M. P. Heller and R. A. Janik, “On the supergravity description of boost invariant conformal plasma at strong coupling,” Phys. Rev. D 77, 046006 (2008), arXiv:0712.2025 [hep-th].
25. Michal P. Heller and Romuald A. Janik, “Viscous hydrodynamics relaxation time from AdS/CFT,” Phys. Rev. D 76 (2007) 025027, arXiv:hep-th/0703243.

Proceedingsy

26. M. P. Heller and P. Surowka, “AdS/CFT correspondence, viscous hydrodynamics and time-dependent D7-brane embedding,” Acta Phys. Polon. B 38, 3809 (2007).
27. M. P. Heller, “Second Order Viscous Hydrodynamics and AdS/CFT Correspondence,” eConf C 0706044, 08 (2007).
28. M. P. Heller, R. A. Janik and R. Peschanski, “Hydrodynamic Flow of the Quark-Gluon Plasma and Gauge/Gravity Correspondence,” Acta Phys. Polon. B 39, 3183 (2008), arXiv:0811.3113 [hep-th].

Razem z publikacjami wyszczególnionymi jako osiągnięcie habilitacyjne, w sumie 24 opublikowane artykuły naukowe i jeden preprint. Wśród nich 10 artykułów zostało opublikowanych w Physical Review Letters – najbardziej prestiżowym magazynie naukowym w dziedzinie fizyki teoretycznej wysokich energii. Od ukończenia studiów doktoranckich dorobek publikacyjny został powiększony o 18 pozycji w tym o dziewięć artykułów w Physical Review Letters. Wliczając trzy proceedingsy, wszystkie artykuły zdobyły w sumie 1037 cytowań wg. bazy danych INSPIRE HEP która jest standardowym narzędziem bibliometrycznym w fizyce wysokich energii. W skład dorobku publikacyjnego wchodzi w szczególności dwa artykuły cytowane ponad 100 razy, prace [3,25], oraz siedem innych cytowanych ponad 50 razy, prace [1,4,6,15,21,23,24]. Po odliczeniu autocytowań przez bazę danych INSPIRE HEP, co wyklucza cytowania prac przez któregośkolwiek z ich współautorów, pozostaje 869 niezależnych cytowań. Baza Google Scholar zanotowała do tej pory 1117 cytowań. Wszystkie dane statystyczne pochodzą z 31 maja 2016.

5.2 Prezentacja wyników

5.2.1 Kolokwia i konwersatoria

1. “String theory, thermalization and ultrarelativistic heavy ion collisions”, University of Western Ontario, London, 2015.
2. “Gauge fields out of equilibrium – a holographic approach”, University of Helsinki, 2014.
3. “Gauge fields out of equilibrium – a holographic approach”, Utrecht Universiteit, 2014.
4. “Gauge fields out of equilibrium – a holographic approach”, National Seminar Theoretical High Energy Physics organizowane przez Dutch Research School of Theoretical Physics, NIKHEF, Amsterdam, 2013.
5. “Gauge fields out of equilibrium – a holographic approach”, Konwersatorium im. Leopolda Infelda, FUW, Warszawa, 2013.

5.2.2 Wybrane seminaria w jednostkach badawczych

1. “Entanglement, Holography and Causal Diamonds”, Stanford University, Palo Alto, 2016.
2. “Entanglement, Holography and Causal Diamonds”, UC Berkeley, 2016.
3. “Hydrodynamics at large gradients”, McGill University, Montreal, 2015.
4. “Relativistic hydrodynamics and beyond”, Ohio State University, Columbus, 2015.
5. “Hydrodynamics beyond the gradient expansion: resurgence and resummation”, Kent State University, Kent, 2015.
6. “Hydrodynamics beyond the gradient expansion: resurgence and resummation”, MIT, Cambridge, 2015.
7. “Hydrodynamics beyond the gradient expansion: resurgence and resummation”, Brookhaven National Laboratory, Upton, 2015.
8. “Hydrodynamics beyond the gradient expansion: resurgence and resummation”, 2 seminaria: YITP and Nuclear Theory, State University of New York, Stony Brook, 2015.
9. “Non-dissipative hydrodynamics from linearized gravity in AdS”, Durham University, 2013.
10. “New lessons about hydrodynamics from gravity”, Perimeter Institute for Theoretical Physics, Waterloo, 2013.
11. “A hole-ographic spacetime”, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kioto, 2013.
12. “Holographic excursions beyond hydrodynamics”, CERN, Genewa, 2013.
13. “Holographic excursions beyond hydrodynamics”, Centre de Physique Theorique Saclay, Paryż, 2013.
14. “Recent lessons about hydrodynamics from holography & Towards holographic heavy ion collisions”, HKUST Institute for Advanced Studies, Hong Kong, 2013.
15. “Two interesting lessons about hydrodynamics from holography & Condensed matter physics of holographic QCD: a quest for the quarkyonic phase”, Universiteit Leiden, 2013.
16. “On the applicability of linearized Einstein’s equations in the studies of holographic isotropization”, VUB Brussels, 2012.
17. “Holographic thermalization – an update”, CP3-Origins, Odense, 2012.
18. “Strong coupling isotropization of non-Abelian plasmas simplified”, Niels Bohr Institute, Kopenhaga, 2012.
19. “Cold nuclear matter in $N_f = 1$ holographic QCD”, Uniwersytet Warszawski, 2011.
20. “The characteristics of thermalization of boost-invariant plasma from holography”, University of Crete, Heraklion, 2011.

21. “The characteristics of thermalization of boost-invariant plasma from holography”, Universitat de Barcelona, 2011.
22. “The characteristics of thermalization of boost-invariant plasma from holography”, Niels Bohr Institute, Copenhagen, 2011
23. “Gauge-gravity duality and near-equilibrium entropy production”, Uniwersytet Warszawski, 2011
24. “Black brane entropy and hydrodynamics”, Utrecht Universiteit, 2010.
25. “Applied string theory”, Uniwersytet Wrocławski, 2010.
26. “Transport properties of holographic conformal field theories: beyond $\eta/s = 1/(4\pi)$ ”, Uniwersytet Jagielloński, 2010.
27. “AdS/CFT, real-time dynamics at strong coupling and black holes”, Universiteit van Amsterdam, 2010.
28. “AdS/CFT, real-time dynamics at strong coupling and black holes”, Imperial College, Londyn, 2010.
29. “Black brane entropy and hydrodynamics: the boost-invariant case”, Oxford University, 2010.
30. “Black brane entropy and hydrodynamics: the boost-invariant case”, Princeton University, 2009.
31. “Boost-invariant early time dynamics from AdS/CFT correspondence”, Brown University, 2009.
32. “Boost-invariant flow from string theory”, Weizmann Institute of Science, Rehovot, 2009
33. “Boost-invariant hydrodynamics and AdS/CFT correspondence”, Stony Brook, 2008.
34. “Hydrodynamika w AdS/CFT”, Instytut Problemów Jądrowych im. A. Sołtana, Warszawa, 2008.
35. “From RHIC to non-equilibrium AdS/CFT”, University of British Columbia, Vancouver, 2008.

5.2.3 Wybrane wystąpienia konferencyjne

1. “Hydrodynamics at large orders,” Numerical methods for asymptotically AdS spaces, Technion, Hajfa, 2016.
2. “Equilibration processes in strongly-coupled gauge theories: timescales and models of heavy-ion collisions,” Mini workshop on collective effects in p+p, p+A and A+A, IFJ, Kraków, 2016.
3. “Entanglement Holography,” AdS/CFT and Quantum Gravity, University of Montreal, 2015.

4. “Entanglement Holography”, Quantum Information and Quantum Gravity II, Perimeter Institute, Waterloo, 2015.
5. “Relativistic Hydrodynamics at Large Gradients”, Equilibration Mechanisms in Weakly and Strongly Coupled Quantum Field Theory, Institute for Nuclear Theory, Seattle, 2015.
6. “Dynamical fields in de Sitter from CFT entanglement”, Benasque Gravity Meeting, 2015.
7. “Generalized Müller-Israel-Stewart theories of relativistic hydrodynamics and non-equilibrium degrees of freedom in strongly coupled quark-gluon plasma”, Conference on Non-equilibrium Phenomena in Condensed Matter and String Theory, ICTP, Trieste, 2014.
8. “The Approach to Equilibrium in Strongly Interacting Matter”, RBRC Workshop on The Approach to Equilibrium in Strongly Interacting Matter, Brookhaven National Lab, 2014.
9. “Numerical solutions of AdS gravity: new lessons about dual equilibration processes at strong coupling”, konferencja New frontiers in dynamical gravity, University of Cambridge, 2014.
10. “Holographic approach to non-equilibrium gauge theories: from new lessons about hydrodynamics to toy models of heavy ion collisions”, Strongly interacting field theories, Friedrich Schiller University Jena, 2013.
11. “Towards a holographic realization of the quarkyonic phase”, Holography & QCD - recent progress and challenges, Kavli IPMU, Kashiwa.
12. “Thermalization at strong coupling”, zaproszony plenarny referat przeglądowy na konferencji Initial State 2013, Santiago de Compostella.
13. “Holographic hydrodynamization”, Gauge/Gravity Duality Conference, Monachium, 2013.
14. “From full stopping to transparency in a holographic model of heavy ion collisions”, referat zaproszony w sesji równoległej Non-perturbative QFT and String Theory, konferencja EPS-HEP 2013, Sztokholm.
15. “Hydrodynamic gradient expansion in gauge theory plasmas”, Benasque Gravity Meeting, 2013.
16. “New insights about hydrodynamics from holography”, Workshop & Conference on Geometrical Aspects of Quantum States, ICTP, Trieste, 2013.
17. “What’s new in applications of AdS/CFT?”, stringtheory.pl/2013, Kraków, 2013.
18. “Holographic thermalization for expanding plasmas”, zaproszony referat przeglądowy na konferencji Holograv 2013, Helsinki.
19. “AdS/CFT out of equilibrium – review”, zaproszony referat przeglądowy na konferencji Iberian Strings, Lizbona, 2013.
20. “Holographic view on thermalization of strongly coupled matter”, Physics@FOM, Veldhoven (Holandia), 2013.

21. “Holography for thermalization: transition to hydrodynamics and its features”, zaproszone wystąpienie plenarne na konferencji Strong and Electroweak Matter, Swansea, 2012.
22. “Strong coupling isotropization simplified”, workshop Novel Numerical Methods for Strongly Coupled Quantum Field Theory and Quantum Gravity, KITP UCSB, Santa Barbara, 2012.
23. “The characteristics of thermalization of boost-invariant plasma from holography”, referat zaproszony w sesji równoległej Non-perturbative QFT and String Theory, konferencja EPS-HEP 2011, Grenoble.
24. “Holografia AdS/CFT – wprowadzenie”, stringtheory.pl/2011, Warszawa, 2011
25. “Holographic approach to far-from-equilibrium dynamics of non-Abelian media”, First String Meeting: A String Theoretic Approach to Cosmology and Quantum Matter, Groningen, 2010.
26. “Quasilocal notions of horizons in the fluid/gravity duality”, ESI Programme on AdS Holography and the Quark-Gluon Plasma, Erwin Schrödinger Institute, Wiedeń, 2010.
27. “Gauge/gravity duality and dynamical properties of strongly coupled plasmas”, Krakowsko-Warszawskie Warsztaty LHC, Kraków, 2010.
28. “Boost-invariant dynamics – near and far from equilibrium physics and AdS/CFT”, Fluid/Gravity Correspondence, Monachium, 2009.
29. “Boost-invariant flow from string theory – near and far from equilibrium physics and AdS/CFT”, referat zaproszony na sesji równoległej konferencji String Phenomenology 2009, Warszawa;
30. “Boost-invariant hydrodynamics from AdS/CFT”, Young Enrage Meeting, Londyn, 2009
31. “Hydrodynamics from AdS/CFT”, workshop Black Holes: A Landscape of Theoretical Physics Problems, CERN, 2008.
32. “Second order viscous hydrodynamics from AdS/CFT”, workshop From Strings to Things, Institute for Nuclear Theory, Seattle, 2008.
33. “Second order viscous hydrodynamics from AdS/CFT”, konferencja Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Interactions, La Thuile, 2008.
34. “AdS/CFT and Second Order Viscous Hydrodynamics,” seminarium w ramach XLVII Cracow School of Theoretical Physics, Zakopane, 2007
35. “Viscous hydrodynamics relaxation time from AdS/CFT,” 9th Workshop on Non-Perturbative QCD, Paryż, 2007.

5.3 Udział w krajowych i zagranicznych projektach badawczych

1. Główny wykonawca w grantie NCN Opus *Zastosowanie metod holograficznych do badania silnie sprzężonej plazmy teorii Yanga-Millsa* (2013-2015), kierownik grantu: Michał Spaliński (NCBJ).

2. Grant własny NWO Veni *The gauge-gravity duality and its applications to the physics of strong interactions* finansujący pozycję na Universteit van Amsterdam oraz badania, 218k€ (2012-2014).
3. Wykonawca w grantcie FOM *A String Theoretic Approach to Cosmology and Quantum Matter* finansującym pozycję na Universteit van Amsterdam, kierownik grantu: Jan de Boer (Universteit van Amsterdam) (2010-2012).
4. Główny wykonawca w grantcie Ministestwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego *Badanie silnie sprzężonych kwantowych teorii pola w oparciu o zasadę holograficzną* (2010-2012), kierownik grantu: Michał Spaliński (NCBJ).
5. Wykonawca w grantcie Ministestwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego *Teoria strun i korespondencja AdS/CFT* (2008-2011), kierownik grantu: Romuald A. Janik (Uniwersytet Jagielloński).
6. Grant własny *Black holes in the AdS/CFT correspondence* w ramach Polish-British Young Scientists Program finansujący wizytę w Durham University (host: Mukund Rangamani), 2008.
7. Grant promotorski Ministestwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego *Badanie wybranych zagadnień dynamiki nieperturbacyjnej teorii cechowania metodami korespondencji AdS/CFT* (2008-2010).

5.4 Wybrana działalność w środowisku

Autor recenzji dla

1. *Narodowego Centrum Nauki*
2. *Austrian Academy of Sciences*
3. *Durham University (Junior Research Fellowship Scheme)*
4. *Physical Review Letters*
5. *Physical Review D*
6. *Journal of High Energy Physics (JHEP)*
7. *European Physical Journal C*
8. *Classical and Quantum Gravity*
9. *International Journal of Modern Physics A*
10. *Acta Physica Polonica B*.

5.5 Wybrana działalność organizacyjna

1. Pomysłodawca i główny organizator serii konferencji Kwantowa Grawitacja w Krakowie: *Kwantowa Grawitacja w Krakowie*, 12-13 stycznia 2008; *Quantum Gravity in Cracow*², 19-21 Grudnia 2008 i *Quantum Gravity in Cracow*³, 24-25 Kwietnia 2010.
2. Jeden z twórców inicjatywy *stringtheory.pl* skupiającej polskich naukowców zajmujących się teorią strun.
3. Współorganizator dorocznych spotkań krajowego środowiska teorii strun: konferencji *stringtheory.pl/2011* (Warszawa, 15-17 kwietnia 2011) i *stringtheory.pl/2013* (Kraków, 05-07 kwietnia 2013) oraz szkół *stringtheory.pl/2012* (Wrocław, 13-15 kwietnia 2012) i *stringtheory.pl/2014* (Warszawa, 25-27 kwietnia 2014).
4. Członek komitetu organizacyjnego *Amsterdam String Workshop 2012*, Universiteit van Amsterdam, Holandia, 02-13 lipca 2012.
5. Pomysłodawca i członek komitetu organizacyjnego workshopu *Holographic thermalization*, Lorentz Center, Holandia, 08-12 października 2012.
6. Członek komitetu organizacyjnego workshopu *Holography and QCD - Recent progress and challenges*, Kavli IPMU, University of Tokyo, Japonia, 24-28 września 2013.
7. Członek komitetu organizacyjnego workshopu *CERN-CKC TH Institute on Numerical Holography*, CERN, Szwajcaria, 08-18 grudnia 2014.

5.6 Dłuższe pobyty badawcze

1. *Universitat de Barcelona, Hiszpania* (sierpień i wrzesień 2014, 4.5 tygodnia): wizyta badawcza (host: David Mateos).
2. *CERN, Szwajcaria* (sierpień 2013, 2.5 tygodnia): wizyta badawcza (host: Urs Wiedemann).
3. *Hong Kong Institute for Advanced Studies, Chiny* (czerwiec 2013, 2 tygodnie): wizyta badawcza (host: Gary Shiu).
4. *Niels Bohr Institute, Dania* (sierpień 2011, sierpień 2012, w sumie 2 tygodnie): wizyta badawcza (host: Niels Obers).
5. *Oxford University, Wielka Brytania* (styczeń 2010): staż badawczy (host: Andrei Starinets).
6. *MIT, USA* (październik-grudzień 2009, 8 tygodni): staż badawczy (host: Hong Liu).
7. *Weizmann Institute of Science, Izrael* (kwiecień-maj 2009, 6 tygodni): staż badawczy (host: Ofer Aharony).
8. *Perimeter Institute for Theoretical Physics, Kanada* (styczeń-luty 2008, lipiec 2008, luty 2009, w sumie 8 tygodni): staż badawczy (host: Alex Buchel).
9. *Durham University, Wielka Brytania* (październik-listopad 2008, styczeń 2009, w sumie 8 tygodni): staż badawczy (host: Mukund Rangamani).

10. *Service de physique theorique du CEA/SACLAY, Francja* (listopad-grudzień 2008, 4 tygodnie): staż badawczy (host: Robi Peschanski).

6 Wybrana działalność dydaktyczna i popularyzatorska

6.1 Zaawansowane wykłady i zajęcia monograficzne

LVI Krakowska Szkoła Fizyki Teoretycznej, Zakopane

Holography, Thermalization and Heavy Ion Collisions (maj 2016, 3 godziny): seria zaproszonych wykładów wprowadzających do tematyki cyklu skierowana do zaawansowanych doktorantów i zainteresowanych naukowców z całego świata i Polski.

Summer School on String Theory and Holography, Instituto Superior Técnico (Lizbona)

Holographic collisions (lipiec 2014, 4 godziny): seria zaproszonych wykładów dla doktorantów i młodych postdoców wprowadzająca do tematyki prezentowanej jako osiągnięcie habilitacyjne; w wykładach wzięło udział ok. 80 osób, głównie z Europy.

Helsinki University

Introduction to numerical holography (maj 2014, 15 godzin): wygłoszenie, na zaproszenie Keijo Kajantie i Alexiego Vuorinena, kursu wprowadzającego zaawansowanych studentów i doktorantów do tematyki prezentowanej jako osiągnięcie habilitacyjne, w szczególności materiału poruszanego w publikacjach [1, 2].

Universität Regensburg

Introduction to numerical holography (wrzesień 2013, 6 godzin): poprowadzenie, na zaproszenie Andreasa Schäffera, workshopu pokazującego jak napisać symulację komputerową ewoluującą czasoprzestrzeń dualną do jednorodnej izotropizacji z prac [1, 2]; grupę docelową stanowili zaawansowani doktoranci, postdocowie oraz samodzielni pracownicy naukowcy zainteresowani napisaniem własnych symulacji numerycznych równań Einstein'a z ujemną stałą kosmologiczną.

Hong Kong University of Science and Technology

Crash course on applied AdS/CFT (czerwiec 2013, 9 godzin): podstawowy kurs na temat korespondencji AdS/CFT z punktu widzenia jej zastosowań w QCD i fizyce materii skondensowanej z ćwiczeniami, skierowany do początkujących doktorantów specjalizujących się w teorii strun.

Paris-Amsterdam-Brussels Ph.D. School

Crash course on applied AdS/CFT (grudzień 2012, 6 godzin): przeprowadzenie segmentu większego kursu na temat zastosowań AdS/CFT, który rozważał najprostsze rozwiązania równań Einstein'a z ujemną stałą kosmologiczną i ich własności.

Practical course on applications of AdS/CFT correspondence (grudzień 2011, 15 godzin): autorski kurs wprowadzający początkujących doktorantów teorii strun z całej Europy w tematykę zastosowań korespondencji AdS/CFT.

Uniwersytet Warszawski

Crash course on applied AdS/CFT (grudzień 2011, 9 godzin): 3-godzinny wykład przeglądowy skierowany do studentów ostatnich lat studiów, doktorantów oraz samodzielnych pracowników naukowych specjalizujących się w fizyce teoretycznej wprowadzający korespondencje AdS/CFT i jej zastosowania oraz 2 3-godzinne bloki ćwiczeniowe dla zaawansowanych studentów i doktorantów.

6.2 Zajęcia na poziomie studiów licencjackich i magisterskich

Universiteit van Amsterdam

String theory (kwiecień-maj 2012, ok. 15 godzin): poprowadzenie połowy ćwiczeń do kursu z teorii strun prowadzonego przez Kostasa Skenderisa oraz wygłoszenie, w zastępstwie, dwugodzinnego wykładu na temat D-bran i T-dualności.

Uniwersytet Jagielloński

Warsztaty metod fizyki teoretycznej (2007-2008): nowatorskie zajęcia dydaktyczne zaproponowane i przeprowadzone razem z Janem Kaczmarczykiem, które zamiast standardowych wykładów, przedstawiały wybrane zagadnienia fizyki teoretycznej w formie problemów przypominających te z Olimpiady Fizycznej; uczestnicy, studenci lat II-V, pracowali w grupach nad wypracowaniem rozwiązania oraz prowadzili dyskusje z prowadzącymi; zajęcia te zostały opisane w Postępiach Fizyki (patrz sekcja 6.4) i były kontynuowane w latach 2008-2009 oraz 2011-2012; materiały z *Warsztatów* dostępne są online²⁶; w 2011 roku na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego przeprowadzono zajęcia *Problem Solving* wzorowane na *Warsztatach Fizyki Teoretycznej*²⁷.

6.3 Praca z utalentowaną młodzieżą

Przedszkole Fizyki 2016 zorganizowane przez Uniwersytet Jagielloński w Zakopanem

“Najlepsze szeregi są rozbieżne – fizyka z Wolfram Programming Lab”: 1.5-godzinny warsztat dla utalentowanych uczniów liceum przybliżający kwestię szeregów asymptotycznych na przykładzie pracy [10] wchodzącej w skład cyklu habilitacyjnego.

V Liceum Ogólnokształcące im. A. Witkowskiego w Krakowie oraz Uniwersytet Jagielloński

Kółko fizyczne: (2006-2009) Zainicjowanie, razem z Janem Kaczmarczykiem, kółka fizycznego przygotowującego zdolnych uczniów krakowskich liceów do Olimpiady Fizycznej; przeprowadzenie ponad kilkuset godzin zajęć w latach 2006-2009; kółko odbywa się

²⁶<https://sites.google.com/site/kaczek/warsztaty>

²⁷<http://skfiz.fuw.edu.pl/problem-solving>

do dzisiaj i jest prowadzone przez studentów i doktorantów Wydziału Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Jagiellońskiego²⁸.

Krajowy Fundusz na rzecz Dzieci

Warsztaty badawcze na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego (2009): przygotowanie i poprowadzenie, razem z Michałem Spalińskim z Narodowego Centrum Badań Jądrowych, 90 godzinnych zajęć z elementów teorii strun dla wybitnie zdolnej młodzieży w ramach dorocznych warsztatów fizycznych.

Spotkanie na Kresach w Reszlu (2008): Przygotowanie warsztatów z metod matematycznych wykorzystywanych w fizyce dla wybitnie zdolnej młodzieży.

Oboz Naukowy w Świdrze (2008): 4-godzinne warsztaty z elementów fizyki wysokich energii dla wybitnie uzdolnionych licealistów.

6.4 Działania popularyzatorskie

Inicjatywy popularyzatorskie

1. *blog Świat: jak to działa?* (2008-2009): udział w prowadzeniu bloga popularnonaukowego z fizyki i dziedzin pokrewnych pod patronatem Onetu i Tygodnika Powszechnego. Działalność ta przyniosła autorom zbiorowe wyróżnienie w konkursie Popularyzator Nauki 2008. Blog jest ciągle dostępny online²⁹.
2. *Uniwersytet dla szkół* (2007-2008): pomysłodawca i główny organizator serii cotygodniowych wykładów z fizyki, biologii, biotechnologii oraz informatyki (często interdyscyplinarnych) dla uczniów szkół średnich z całego Krakowa; akcji patronował Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Jagiellońskiego. Wykłady odbywały się w V Liceum Ogólnokształcącym im. A. Witkowskiego w Krakowie. W sumie odbyło się ponad 20 spotkań.

Odczyty i prelekcje

1. "The power of fantasy", symposium Viva Fysica, Universiteit van Amsterdam, luty 2013.
2. "O fizyce jako o sztuce opisu rzeczywistości", Akademia Sztuk Pięknych w Krakowie, Wydział Form Przemysłowych, styczeń 2013.
3. "Dlaczego fizyka teoretyczna jest super?", Obserwatorium Astronomiczne w Olsztynie, styczeń 2009.

Artykuły popularnonaukowe

1. Michał P. Heller, "Najdoskonalszy płyn w przyrodzie", Forum Akademickie nr 02/2009.
2. Michał P. Heller, "Fizyka de Lux", Tygodnik Powszechny Nr 48 (3151), 29 listopada 2009.

²⁸<http://www.fais.uj.edu.pl/dla-szkol/warsztaty-z-fizyki/szkoly-ponadgimnazjalne>

²⁹<http://swiat-jaktodziala.blog.onet.pl/>

3. Michał P. Heller, “Wypatrywanie Ziemi”, Tygodnik Powszechny Nr 10 (3113), 8 marca 2009.
4. Michał P. Heller, “Ile jest Wszechświatów?”, Tygodnik Powszechny Nr 9 (3112), 1 marca 2009.
5. Michał P. Heller, “Czas przewrotów”, Tygodnik Powszechny Nr 38 (3089), 21 września 2008.

Artykuły dydaktyczne

1. Michał P. Heller, Jan Kaczmarczyk, “Nowa forma zajęć z fizyki”, Postępy Fizyki Tom 59, rocznik 2008.
2. Michał P. Heller, Jan Kaczmarczyk, “O kółku fizycznym”, Fizyka w Szkole 04, 2007.

7 Studenci

1. *Natalia Pinzani-Fokeeva* (Universiteit van Amsterdam): promotor pomocniczy (promotor główny: Jan de Boer, drugi promotor pomocniczy: Marika Taylor) pracy doktorskiej “Holography in the interior of space”. Natalia Pinzani-Fokeeva kontynuuje karierę naukową jako postdoc w grupie Amosa Yaroma w Instytucie Technologii Technion w Hajfie (2015-2018).
2. *Jakub Jankowski* (Uniwersytet Wrocławski): promotor pomocniczy (promotor główny: Michał Spaliński) pracy doktorskiej “A holographic perspective on strongly interacting matter properties at finite temperatures and densities” obronionej w czerwcu 2013. Projekt badawczy zwieńczony dwoma publikacjami, w tym [16]. Jakub Jankowski kontynuuje karierę naukową jako postdoc w grupie Romualda Janika na Uniwersytecie Jagiellońskim w ramach projektu NCN Fuga *Holografia: zastosowania i podstawy* (2013-2016).
3. *Jewel Kumar Ghosh* (Perimeter Institute for Theoretical Physics): opiekun (daily supervisor) pracy magisterskiej “Entanglement and holography” której obrona planowana jest na czerwiec 2016. Od jesieni 2016 roku Jewel Kumar Ghosh będzie pracował nad doktoratem z teorii strun pod kierunkiem Eliasa Kiritsisa na Paris Diderot University.
4. *Miquel Triana* (Universiteit van Amsterdam): opiekun (daily supervisor) pracy magisterskiej “Strongly coupled anisotropic plasmas in the gauge-gravity duality” obronionej w lipcu 2013. Projekt badawczy zakończył się publikacją [2]. Miquel Triana kontynuuje badania jako doktorant Davida Mateosa w ramach projektu badawczego ERC Starting Grant *Holography for the LHC era* realizowanego na Universitat de Barcelona (2013-2017).
5. *Stanislav Fort* (Perimeter Institute for Theoretical Physics): współopiekun letniego projektu badawczego dla zaawansowanych studentów fizyki dotyczącego niestabilności przestrzeni AdS i trwającego przez osiem tygodni wakacji 2015 roku. Stanislav kończy obecnie Mathematical Tripos w Cambridge i od jesieni 2016 roku rozpocznie studia doktoranckie na Stanford University.

W latach 2010-2014, nie będąc formalnym opiekunem, pracowałem także z następującymi doktorantami:

3. *Przemysław Witaszczyk* (Uniwersytet Jagielloński): doktorant Romualda Janika, współautor prac [3–5].
4. *Wilke van der Schee* (Utrecht Universiteit): były doktorant Gleba Arutyunova, współautor prac [1, 2, 6, 7]. Od października 2014 roku postdoc na MIT.

8 Przebieg kariery naukowej

8.1 Okres przed uzyskaniem tytułu doktora

W roku 2003 rozpocząłem studia wyższe w ramach Międzywydziałowych Indywidualnych Studiów Matematyczno-Przyrodniczych na Uniwersytecie Jagiellońskim. W czasie studiów byłem trzykrotnie laureatem stypendium Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego (2004–2007). W roku 2007 obroniłem pracę magisterską z teoretycznej fizyki wysokich energii napisaną pod kierunkiem prof. dr hab. Romualda A. Janika. Praca ta przedstawiała pierwszy rachunek współczynnika transportu w drugim rzędzie hydrodynamicznego rozwinięcia gradientowego w silnie sprężonej plazmie kwarkowo-gluonowej i została wyróżniona nagrodą II stopnia w konkursie Polskiego Towarzystwa Fizycznego na najlepsze prace magisterskie. Opublikowany na ten temat artykuł [25] jest jedną z moich najważniejszych i jednocześnie najbardziej cytowanych publikacji. Wyniki te odegrały dużą rolę w pokazaniu, że szeroko używana teoria Müllera-Israela-Stewart’a jest niekompletna [39] jak i w powstaniu “fluid-gravity duality” [97].

W latach 2007–2010 uczestniczyłem w studiach doktoranckich na Wydziale Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Jagiellońskiego, gdzie kontynuowałem współpracę z prof. dr hab. Romualdem A. Janikiem. Pierwsze wyniki dostarczone w tamtym okresie opublikowane w pracach [22, 24] dotyczyły bardzo ważnej kwestii konsystencji rozwiązań grawitacyjnych opisujących hydrodynamikę i doprowadziły do pierwszej publikacji w *Physical Review Letters* [22]. W pracy tej zwrócono uwagę, że prawdziwe osobliwości grawitacyjne (tj. obszary o dużej krzywiznie nie osłonięte horyzontem zdarzeń) należy odróżnić od osobliwości rozwinięcie które przybliża rozwiązanie dokładne. Wynik ten jest jednym z najważniejszych w dotychczasowej karierze. Drugim znaczącym wynikiem w dostarczonym w latach 2007–2010 było rozwiązanie dynamiki boost-niezmienniczej silnie sprężonej plazmy teorii Yanga-Millsa dla małych czasów, tj. w reżimie bardzo dalekim od równowagi [21]. Choć zastosowane rozwinięcie nie pozwoliło, ze względu na skończony promień zbieżności, zaobserwować wystąpienia opisu hydrodynamicznego (patrz sekcja 4.2), praca ta jako jedna z pierwszych na świecie zastosowała metody holograficzne do opisu stanu początkowego w zderzeniach ciężkich jonów. Oprócz tych dwóch prac, dorobek studiów doktoranckich obejmuje również zagadnienia grawitacji z poprawkami wyższego rzędów w krzywiznach [20], fizyki horyzontów czarnych bran [19], a także całkowalności [23].

Jednym z najważniejszych doświadczeń studiów doktoranckich było zorganizowanie serii konferencji *Kwantowa Grawitacja w Krakowie* (*Quantum Gravity in Cracow*) skupiających całe krajowe środowisko fizyków zajmujących się kwantowaniem grawitacji i tematami pokrewnymi. Spotkania te doprowadziły do konsolidacji krajowego środowiska teorii strun i zawiązania w 2011 roku inicjatywy *stringtheory.pl – teoria strun w Polsce*, która prężnie funkcjonuje do dzisiaj. W jej ramach odbyły się już trzy krajowe konferencje (*stringtheory.pl/2011* w Warszawie, *2013* w Krakowie oraz *2015* we Wrocławiu) i trzy międzynarodowe szkoły (*stringtheory.pl/2012* we Wrocławiu, *2014* w Warszawie oraz *2016* w Zakopanem jako *LVI Krakowska Szkoła Fizyki Teoretycznej* oraz spotkanie europejskiej sieci badań holografii i grawitacji Holograv).

W ostatnich dwóch latach studiów doktoranckich zostałem laureatem stypendium START

Fundacji na rzecz Nauki Polskiej (2009 i 2010) oraz rozpocząłem pracę w Narodowym Centrum Badań Jądrowych w Warszawie (od kwietnia 2010), gdzie jestem obecnie adiunktem.

8.2 Okres po doktoracie do chwili obecnej

Pierwszy staż podoktorski odbyłem na Universteit van Amsterdam w jednej z największych grup specjalizujących się w teorii strun (2010-2014). W roku 2012 otrzymałem prestiżowy holenderski grant Veni przyznawany przez NWO³⁰ ok. 15% najlepszych naukowców w początkowym stadium kariery. W roku 2013 zostałem nominowany do pierwszej edycji ogólnopolskiego plebiscytu *Polacy z werwą* w kategorii nauka i zająłem w nim drugie miejsce. Jesienią 2014 roku rozpocząłem pracę w Perimeter Institute for Theoretical Physics w Kanadzie, największym na świecie instytucie fizyki teoretycznej.

Moja tematyka badawcza skupia się wokół fizyki czarnych dziur, zarówno w związku z zastosowaniami AdS/CFT do QCD jak i bardziej fundamentalnymi kwestiami takimi jak własności horyzontów czy mikroskopowa interpretacja czasoprzestrzeni w języku niegrawitacyjnych stopni swobody.

W ten pierwszy nurt badawczego wpisują się wyniki przedstawione w cyklu habilitacyjnym oraz praca [16]. W artykule [16] przeanalizowano możliwość występowania tzw. fazy quarkyonic [136] w holograficznym QCD (model Sakai-Sugimoto [81, 82]). Faza quarkyonic to hipotetyczna faza niskotemperaturowego QCD przy umiarkowanym barionowym potencjale chemicznym w której uwięzienie kwarków występuje razem z odtworzoną symetrią chiralną³¹. Oryginalnie, faza quarkyonic została zapostulowana dla QCD w granicy dużego N_c . Występowanie tej fazy w QCD z $N_c = 3$ miałoby doniosłe znaczenie dla struktury diagramu fazowego oddziaływań silnych, mogłoby prowadzić do obserwowalnych efektów w zderzeniach ciężkich jonów, a także niesłoby ze sobą implikacje astrofizyczne. Motywacją dla poszukiwań fazy quarkyonic w holograficznym QCD był z jednej strony brak wyników bazujących na podejściu ab initio w ramach QCD, a z drugiej fakt, że do jej istnienia używano argumentów bazujących na granicy dużego N_c , która realizowana jest również w holograficznym QCD. Wyniki zawarte w artykule [16] weszły w skład rozprawy doktorskiej Jakuba Jankowskiego, której byłem promotorem pomocniczym (patrz sekcja 7).

W pracach [17, 18] rozwijających idee przedstawione wcześniej w artykule [19] zajmowałem się własnościami horyzontów czarnych dziur w kontekście ich interpretacji hydrodynamicznej. W pracy [18] pokazano w ramach AdS/CFT że kwestia istnienia prądu entropii w rozwinięciu hydrodynamicznym w teorii pola jest zupełnie równoważna stosowalności twierdzenia o przyroście powierzchni dla hiperpowierzchni reprezentującej entropię w dualnym opisie grawitacyjnym. W pracy [17] rozważono tzw. horyzont pozorny (ang. “apparent horizon”, a dokładniej tzw. “future outer trapping horizon” [138]) dla długofalowych perturbacji czarnych bran, który jest przykładem hiperpowierzchni spełniającej twierdzenie o przyroście (ang. area theorem) w teoriach grawitacji. Horyzonty pozorne w przeciwieństwie do horyzontów zdarzeń są kauzalne, tj. ewoluują wtedy gdy absorbują fale grawitacyjne lub materię [138]. W związku z tym są atrakcyjne pojęciowo jako definicje granicy czarnych dziur pod kątem symulacji numerycznych zderzeń czarnych dziur, a także jako ew. nośniki entropii tych obiektów. Praca [17] jest jednym z najbardziej zaawansowanych przykładów analitycznego rachunku wyznaczającego położenie horyzontu pozornego oraz jego pole powierzchni (“entropię”).

³⁰Holenderski odpowiednik Narodowego Centrum Nauki.

³¹De facto, scenariusz z [136] okazuje się wymagać modyfikacji ze względu na występujące w nim niestabilności łamiące zarówno niezmienniczość translacyjną jak i odtworzoną symetrię chiralną [137].

Wyniki przedstawione w pracy [14] również wpisują się w powyższy nurt rozważający kwestię granicy czarnych dziur i dotyczą tzw. membrane paradigm [139, 140]. Membrane paradigm to uproszczony sposób opisu dynamiki czarnej dziury w którym zamiast horyzontu zdarzeń rozważa się membranę położoną tuż nad nim (na tzw. stretched horizon) i mającą bardzo proste właściwości fizyczne takie jak stała przewodność. W pracy [14] pokazałem ze współautorami, że ten prosty sposób opisu czarnej dziury zawodzi w kilku sytuacjach i zapostulowałem, że membrana w ogólnej sytuacji powinna znajdować się dokładnie na horyzoncie zdarzeń (a nie jak do tej pory sądzono na stretched horizon). Badania te następnie kontynuowałem w artykule [13], który opisuje jak otrzymać zasadę wariacyjną dla hydrodynamiki relatywistycznego płynu doskonałego z dualnego opisu grawitacyjnego w ramach holografii.

Co do mikroskopowej interpretacji czasoprzestrzeni w języku niegrawitacyjnych stopni swobody, w pracy [15] zapostulowałem ze współautorami wzór który w ramach AdS_3/CFT_2 wiąże długość pewnej klasy zamkniętych krzywych na hiperpowierzchni stałego czasu z kombinacją liniową entropii splątania pewnych odcinków w dualnej teorii pola. Praca ta spotkała się z dużym zainteresowaniem i doczekała się kilku uogólnień, m.in. do wyższej liczby wymiarów [141, 142] czy przypadku zależnego od czasu [143]. Wyniki przedstawione w [15] wpisują się w nurt postulujący, że w kwantowej grawitacji w przybliżeniu semi-klasycznym wydzielenie objętości nie prowadzi do podziału przestrzeni Hilberta mikroskopowych stopni swobody na iloczyn prosty, co ma znaczenie dla paradoksu Hawkinga [144] (kwestia utraty informacji w trakcie parowania czarnych dziur) i jego najnowszej inkarnacji w postaci tzw. firewalls [145, 146] (postulowanemu załamaniu opisu geometrycznego w pobliżu tego, co standardowo nazwalibyśmy horyzontem zdarzeń odpowiednio starej czarnej dziury).

Najciekawszy wynikiem, poza pracami wchodzącymi w skład cyklu habilitacyjnego, otrzymanym przeze mnie podczas pobytu w Perimeter Institute for Theoretical Physics jest praca [12]. W tej publikacji, motywowani wynikami pracy [147], opisujemy ze współautorami niespodziewaną relację między geometrią przestrzeni de Sittera, a entropią splątania w konforemnych teoriach pola. Wyniki te spotkały się już z kilkoma uogólnieniami, w szczególności [148–150], i dalsze badania tej relacji stanowią główną część moich obecnych wysiłków badawczych.

9 Wybrane wyróżnienia i nagrody

1. II miejsce w kategorii Nauka w plebiscycie *Polacy z Werwą*, który ma na celu promowanie najzdolniejszych Polaków i ich osiągnięć, 2013,
2. Nagroda Dyrekcji Narodowego Centrum Badań Jądrowych za osiągnięcie naukowe (wspólnie z Michałem Spalińskim) za serię prac [17–19], 2012,
3. Dwukrotny laureat Stypendium START Fundacji na rzecz Nauki Polskiej dla młodych naukowców < 30, 2009 i 2010,
4. Stypendium z Funduszu im. Adama Krzyżanowskiego dla najlepszego doktoranta, Uniwersytet Jagielloński, 2009.
5. I miejsce w konkursie Skomplikowane i Proste organizowanym przez Forum Akademickie za najlepszy artykuł popularnonaukowy o własnych badaniach prowadzonych przez naukowców < 35, 2009,
6. Stypendium z Funduszu im. Florentyny Kogutowskiej, Uniwersytet Jagielloński, 2008,

7. II nagroda w konkursie na najlepszą pracę magisterską z fizyki organizowanym przez Polskie Towarzystwo Fizyczne, 2007.
8. Stypendium Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego na II, III i ostatnim, IV, roku studiów, 2004-2007.
9. Uczestnik programu pomocy dzieciom wybitnie uzdolnionym Krajowego Funduszu na Rzecz Dzieci, 2002-2003.
10. Finalista (2002) i laureat (XIII miejsce w 2003 roku) Krajowej Olimpiady Fizycznej.

Literatura

- [1] M. P. Heller, D. Mateos, W. van der Schee, and D. Trancanelli, “Strong Coupling Isotropization of Non-Abelian Plasmas Simplified,” *Phys.Rev.Lett.* **108** (2012) 191601, [arXiv:1202.0981 \[hep-th\]](#).
- [2] M. P. Heller, D. Mateos, W. van der Schee, and M. Triana, “Holographic isotropization linearized,” *JHEP* **1309** (2013) 026, [arXiv:1304.5172 \[hep-th\]](#).
- [3] M. P. Heller, R. A. Janik, and P. Witaszczyk, “Characteristics of thermalization of boost-invariant plasma from holography,” *Phys.Rev.Lett.* **108** (2012) 201602, [arXiv:1103.3452 \[hep-th\]](#).
- [4] M. P. Heller, R. A. Janik, and P. Witaszczyk, “A numerical relativity approach to the initial value problem in asymptotically Anti-de Sitter spacetime for plasma thermalization - an ADM formulation,” *Phys.Rev.* **D85** (2012) 126002, [arXiv:1203.0755 \[hep-th\]](#).
- [5] M. P. Heller, R. A. Janik, and P. Witaszczyk, “Hydrodynamic Gradient Expansion in Gauge Theory Plasmas,” *Phys.Rev.Lett.* **110** (2013) no. 21, 211602, [arXiv:1302.0697 \[hep-th\]](#).
- [6] J. Casalderrey-Solana, M. P. Heller, D. Mateos, and W. van der Schee, “From full stopping to transparency in a holographic model of heavy ion collisions,” *Phys.Rev.Lett.* **111** (2013) 181601, [arXiv:1305.4919 \[hep-th\]](#).
- [7] J. Casalderrey-Solana, M. P. Heller, D. Mateos, and W. van der Schee, “Longitudinal Coherence in a Holographic Model of Asymmetric Collisions,” *Phys.Rev.Lett.* **112** (2014) 221602, [arXiv:1312.2956 \[hep-th\]](#).
- [8] M. P. Heller, R. A. Janik, M. Spaliński, and P. Witaszczyk, “Coupling hydrodynamics to nonequilibrium degrees of freedom in strongly interacting quark-gluon plasma,” *Phys.Rev.Lett.* **113** (2014) no. 26, 261601, [arXiv:1409.5087 \[hep-th\]](#).
- [9] A. Buchel, M. P. Heller, and R. C. Myers, “Equilibration rates in a strongly coupled nonconformal quark-gluon plasma,” *Phys. Rev. Lett.* **114** (2015) no. 25, 251601, [arXiv:1503.07114 \[hep-th\]](#).
- [10] M. P. Heller and M. Spalinski, “Hydrodynamics Beyond the Gradient Expansion: Resurgence and Resummation,” *Phys. Rev. Lett.* **115** (2015) no. 7, 072501, [arXiv:1503.07514 \[hep-th\]](#).

- [11] A. Buchel, M. P. Heller, and J. Noronha, “Beyond adiabatic approximation in Big Bang Cosmology: hydrodynamics, resurgence and entropy production in the Universe,” [arXiv:1603.05344 \[hep-th\]](#).
- [12] J. de Boer, M. P. Heller, R. C. Myers, and Y. Neiman, “Holographic de Sitter Geometry from Entanglement in Conformal Field Theory,” *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) no. 6, 061602, [arXiv:1509.00113 \[hep-th\]](#).
- [13] J. de Boer, M. P. Heller, and N. Pinzani-Fokeeva, “Effective actions for relativistic fluids from holography,” *JHEP* **08** (2015) 086, [arXiv:1504.07616 \[hep-th\]](#).
- [14] J. de Boer, M. P. Heller, and N. Pinzani-Fokeeva, “Testing the membrane paradigm with holography,” *Phys. Rev.* **D91** (2015) no. 2, 026006, [arXiv:1405.4243 \[hep-th\]](#).
- [15] V. Balasubramanian, B. D. Chowdhury, B. Czech, J. de Boer, and M. P. Heller, “Bulk curves from boundary data in holography,” *Phys.Rev.* **D89** (2014) 086004, [arXiv:1310.4204 \[hep-th\]](#).
- [16] J. de Boer, B. D. Chowdhury, M. P. Heller, and J. Jankowski, “Towards a holographic realization of the Quarkyonic phase,” *Phys.Rev.* **D87** (2013) no. 6, 066009, [arXiv:1209.5915 \[hep-th\]](#).
- [17] I. Booth, M. P. Heller, G. Plewa, and M. Spalinski, “On the apparent horizon in fluid-gravity duality,” *Phys.Rev.* **D83** (2011) 106005, [arXiv:1102.2885 \[hep-th\]](#).
- [18] I. Booth, M. P. Heller, and M. Spalinski, “Black Brane Entropy and Hydrodynamics,” *Phys.Rev.* **D83** (2011) 061901, [arXiv:1010.6301 \[hep-th\]](#).
- [19] I. Booth, M. P. Heller, and M. Spalinski, “Black brane entropy and hydrodynamics: The Boost-invariant case,” *Phys.Rev.* **D80** (2009) 126013, [arXiv:0910.0748 \[hep-th\]](#).
- [20] A. Buchel, M. P. Heller, and R. C. Myers, “sQGP as hCFT,” *Phys.Lett.* **B680** (2009) 521–525, [arXiv:0908.2802 \[hep-th\]](#).
- [21] G. Beuf, M. P. Heller, R. A. Janik, and R. Peschanski, “Boost-invariant early time dynamics from AdS/CFT,” *JHEP* **0910** (2009) 043, [arXiv:0906.4423 \[hep-th\]](#).
- [22] M. P. Heller, P. Surowka, R. Loganayagam, M. Spalinski, and S. E. Vazquez, “Consistent Holographic Description of Boost-Invariant Plasma,” *Phys.Rev.Lett.* **102** (2009) 041601, [arXiv:0805.3774 \[hep-th\]](#).
- [23] M. P. Heller, R. A. Janik, and T. Lukowski, “A New derivation of Luscher F-term and fluctuations around the giant magnon,” *JHEP* **0806** (2008) 036, [arXiv:0801.4463 \[hep-th\]](#).
- [24] P. Benincasa, A. Buchel, M. P. Heller, and R. A. Janik, “On the supergravity description of boost invariant conformal plasma at strong coupling,” *Phys.Rev.* **D77** (2008) 046006, [arXiv:0712.2025 \[hep-th\]](#).
- [25] M. P. Heller and R. A. Janik, “Viscous hydrodynamics relaxation time from AdS/CFT,” *Phys.Rev.* **D76** (2007) 025027, [arXiv:hep-th/0703243 \[HEP-TH\]](#).

- [26] M. P. Heller and P. Surowka, “AdS/CFT correspondence, viscous hydrodynamics and time-dependent D7-brane embedding,” *Acta Phys.Polon.* **B38** (2007) 3809–3817.
- [27] M. P. Heller, “Second Order Viscous Hydrodynamics and AdS/CFT Correspondence,” *eConf* **C0706044** (2007) 08.
- [28] M. P. Heller, R. A. Janik, and R. Peschanski, “Hydrodynamic Flow of the Quark-Gluon Plasma and Gauge/Gravity Correspondence,” *Acta Phys.Polon.* **B39** (2008) 3183–3204, [arXiv:0811.3113 \[hep-th\]](#).
- [29] E. Shuryak, “Heavy Ion Collisions: Achievements and Challenges,” [arXiv:1412.8393 \[hep-ph\]](#).
- [30] U. A. Wiedemann, “Introductory Overview of Quark Matter 2012,” *Nucl.Phys.* **A904-905** (2013) 3c–10c, [arXiv:1212.3306 \[hep-ph\]](#).
- [31] G. Policastro, D. T. Son, and A. O. Starinets, “The Shear viscosity of strongly coupled N=4 supersymmetric Yang-Mills plasma,” *Phys.Rev.Lett.* **87** (2001) 081601, [arXiv:hep-th/0104066 \[hep-th\]](#).
- [32] P. Huovinen, “Hydrodynamics at RHIC and LHC: What have we learned?,” *Int.J.Mod.Phys.* **E22** (2013) 1330029, [arXiv:1311.1849 \[nucl-th\]](#).
- [33] W. Broniowski, M. Chojnacki, W. Florkowski, and A. Kisiel, “Uniform Description of Soft Observables in Heavy-Ion Collisions at $s(NN)^{1/2} = 200$ GeV,” *Phys.Rev.Lett.* **101** (2008) 022301, [arXiv:0801.4361 \[nucl-th\]](#).
- [34] P. B. Arnold, “Quark-Gluon Plasmas and Thermalization,” *Int. J. Mod. Phys.* **E16** (2007) 2555–2594, [arXiv:0708.0812 \[hep-ph\]](#).
- [35] R. Baier, A. H. Mueller, D. Schiff, and D. T. Son, “‘Bottom up’ thermalization in heavy ion collisions,” *Phys. Lett.* **B502** (2001) 51–58, [arXiv:hep-ph/0009237 \[hep-ph\]](#).
- [36] S. Mrowczynski, “Plasma instability at the initial stage of ultrarelativistic heavy ion collisions,” *Phys.Lett.* **B314** (1993) 118–121.
- [37] P. B. Arnold, J. Lenaghan, G. D. Moore, and L. G. Yaffe, “Apparent thermalization due to plasma instabilities in quark-gluon plasma,” *Phys.Rev.Lett.* **94** (2005) 072302, [arXiv:nucl-th/0409068 \[nucl-th\]](#).
- [38] M. Strickland, “Thermalization and isotropization in heavy-ion collisions,” *Pramana* **84** (2015) no. 5, 671–684, [arXiv:1312.2285 \[hep-ph\]](#).
- [39] R. Baier, P. Romatschke, D. T. Son, A. O. Starinets, and M. A. Stephanov, “Relativistic viscous hydrodynamics, conformal invariance, and holography,” *JHEP* **0804** (2008) 100, [arXiv:0712.2451 \[hep-th\]](#).
- [40] P. Romatschke, “Relativistic Viscous Fluid Dynamics and Non-Equilibrium Entropy,” *Class.Quant.Grav.* **27** (2010) 025006, [arXiv:0906.4787 \[hep-th\]](#).
- [41] M. Lublinsky and E. Shuryak, “How much entropy is produced in strongly coupled Quark-Gluon Plasma (sQGP) by dissipative effects?,” *Phys.Rev.* **C76** (2007) 021901, [arXiv:0704.1647 \[hep-ph\]](#).

- [42] I. Muller, “Zum Paradoxon der Wärmeleitungstheorie,” *Z.Phys.* **198** (1967) 329–344.
- [43] W. Israel and J. Stewart, “Transient relativistic thermodynamics and kinetic theory,” *Annals Phys.* **118** (1979) 341–372.
- [44] P. Kostadt and M. Liu, “Causality and stability of the relativistic diffusion equation,” *Phys.Rev.* **D62** (2000) 023003.
- [45] C. Gale, S. Jeon, and B. Schenke, “Hydrodynamic Modeling of Heavy-Ion Collisions,” *Int.J.Mod.Phys.* **A28** (2013) 1340011, [arXiv:1301.5893 \[nucl-th\]](#).
- [46] J. Jia, “Event-shape fluctuations and flow correlations in ultra-relativistic heavy-ion collisions,” *J.Phys.* **G41** (2014) no. 12, 124003, [arXiv:1407.6057 \[nucl-ex\]](#).
- [47] J. Noronha and G. S. Denicol, “Transient Fluid Dynamics of the Quark-Gluon Plasma According to AdS/CFT,” [arXiv:1104.2415 \[hep-th\]](#).
- [48] M. Strickland, “Anisotropic Hydrodynamics: Three lectures,” *Acta Phys.Polon.* **B45** (2014) 2355–2393, [arXiv:1410.5786 \[nucl-th\]](#).
- [49] T. Lappi and L. McLerran, “Some features of the glasma,” *Nucl. Phys.* **A772** (2006) 200–212, [arXiv:hep-ph/0602189 \[hep-ph\]](#).
- [50] P. Romatschke and R. Venugopalan, “Collective non-Abelian instabilities in a melting color glass condensate,” *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 062302, [arXiv:hep-ph/0510121 \[hep-ph\]](#).
- [51] J. Berges, K. Boguslavski, S. Schlichting, and R. Venugopalan, “Turbulent thermalization process in heavy-ion collisions at ultrarelativistic energies,” *Phys. Rev.* **D89** (2014) no. 7, 074011, [arXiv:1303.5650 \[hep-ph\]](#).
- [52] T. Epelbaum and F. Gelis, “Pressure isotropization in high energy heavy ion collisions,” *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 232301, [arXiv:1307.2214 \[hep-ph\]](#).
- [53] J. M. Maldacena, “The Large N limit of superconformal field theories and supergravity,” *Int.J.Theor.Phys.* **38** (1999) 1113–1133, [arXiv:hep-th/9711200 \[hep-th\]](#).
- [54] L. Susskind and E. Witten, “The Holographic bound in anti-de Sitter space,” [arXiv:hep-th/9805114 \[hep-th\]](#).
- [55] G. ’t Hooft, “Dimensional reduction in quantum gravity,” [arXiv:gr-qc/9310026 \[gr-qc\]](#).
- [56] L. Susskind, “The World as a hologram,” *J.Math.Phys.* **36** (1995) 6377–6396, [arXiv:hep-th/9409089 \[hep-th\]](#).
- [57] O. Aharony, S. S. Gubser, J. M. Maldacena, H. Ooguri, and Y. Oz, “Large N field theories, string theory and gravity,” *Phys.Rept.* **323** (2000) 183–386, [arXiv:hep-th/9905111 \[hep-th\]](#).
- [58] S. El-Showk and K. Papadodimas, “Emergent Spacetime and Holographic CFTs,” *JHEP* **1210** (2012) 106, [arXiv:1101.4163 \[hep-th\]](#).

- [59] G. 't Hooft, “A Planar Diagram Theory for Strong Interactions,” *Nucl.Phys.* **B72** (1974) 461.
- [60] N. Beisert, C. Ahn, L. F. Alday, Z. Bajnok, J. M. Drummond, *et al.*, “Review of AdS/CFT Integrability: An Overview,” *Lett.Math.Phys.* **99** (2012) 3–32, [arXiv:1012.3982 \[hep-th\]](#).
- [61] Z. Bajnok and R. A. Janik, “Four-loop perturbative Konishi from strings and finite size effects for multiparticle states,” *Nucl.Phys.* **B807** (2009) 625–650, [arXiv:0807.0399 \[hep-th\]](#).
- [62] K. Pilch and N. P. Warner, “N=2 supersymmetric RG flows and the IIB dilaton,” *Nucl.Phys.* **B594** (2001) 209–228, [arXiv:hep-th/0004063 \[hep-th\]](#).
- [63] A. Buchel and J. T. Liu, “Thermodynamics of the N=2* flow,” *JHEP* **0311** (2003) 031, [arXiv:hep-th/0305064 \[hep-th\]](#).
- [64] A. Buchel, J. G. Russo, and K. Zarembo, “Rigorous Test of Non-conformal Holography: Wilson Loops in N=2* Theory,” *JHEP* **1303** (2013) 062, [arXiv:1301.1597 \[hep-th\]](#).
- [65] R. Myers and S. Vazquez, “Quark Soup al dente: Applied Superstring Theory,” *Class.Quant.Grav.* **25** (2008) 114008, [arXiv:0804.2423 \[hep-th\]](#).
- [66] A. Czajka and S. Mrowczynski, “N=4 Super Yang-Mills Plasma,” *Phys.Rev.* **D86** (2012) 025017, [arXiv:1203.1856 \[hep-th\]](#).
- [67] S. S. Gubser and A. Nellore, “Mimicking the QCD equation of state with a dual black hole,” *Phys.Rev.* **D78** (2008) 086007, [arXiv:0804.0434 \[hep-th\]](#).
- [68] U. Gursoy and E. Kiritsis, “Exploring improved holographic theories for QCD: Part I,” *JHEP* **0802** (2008) 032, [arXiv:0707.1324 \[hep-th\]](#).
- [69] U. Gursoy, E. Kiritsis, and F. Nitti, “Exploring improved holographic theories for QCD: Part II,” *JHEP* **0802** (2008) 019, [arXiv:0707.1349 \[hep-th\]](#).
- [70] S. I. Finazzo, R. Rougemont, H. Marrochio, and J. Noronha, “Hydrodynamic transport coefficients for the non-conformal quark-gluon plasma from holography,” *JHEP* **1502** (2015) 051, [arXiv:1412.2968 \[hep-ph\]](#).
- [71] P. M. Chesler, M. Lekaveckas, and K. Rajagopal, “Heavy quark energy loss far from equilibrium in a strongly coupled collision,” *JHEP* **1310** (2013) 013, [arXiv:1306.0564 \[hep-ph\]](#).
- [72] P. M. Chesler and K. Rajagopal, “Jet quenching in strongly coupled plasma,” *Phys.Rev.* **D90** (2014) no. 2, 025033, [arXiv:1402.6756 \[hep-th\]](#).
- [73] A. Ficnar, S. S. Gubser, and M. Gyulassy, “Shooting String Holography of Jet Quenching at RHIC and LHC,” *Phys.Lett.* **B738** (2014) 464–471, [arXiv:1311.6160 \[hep-ph\]](#).
- [74] J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal, and U. A. Wiedemann, “Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions,” [arXiv:1101.0618 \[hep-th\]](#).

- [75] A. Adams, L. D. Carr, T. Schäfer, P. Steinberg, and J. E. Thomas, “Strongly Correlated Quantum Fluids: Ultracold Quantum Gases, Quantum Chromodynamic Plasmas, and Holographic Duality,” *New J.Phys.* **14** (2012) 115009, [arXiv:1205.5180 \[hep-th\]](#).
- [76] O. DeWolfe, S. S. Gubser, C. Rosen, and D. Teaney, “Heavy ions and string theory,” *Prog.Part.Nucl.Phys.* **75** (2014) 86–132, [arXiv:1304.7794 \[hep-th\]](#).
- [77] N. Brambilla, S. Eidelman, P. Foka, S. Gardner, A. Kronfeld, *et al.*, “QCD and Strongly Coupled Gauge Theories: Challenges and Perspectives,” *Eur.Phys.J.* **C74** (2014) no. 10, 2981, [arXiv:1404.3723 \[hep-ph\]](#).
- [78] J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal, and U. A. Wiedemann, *Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions*. June, 2014.
- [79] A. Karch, E. Katz, D. T. Son, and M. A. Stephanov, “Linear confinement and AdS/QCD,” *Phys.Rev.* **D74** (2006) 015005, [arXiv:hep-ph/0602229 \[hep-ph\]](#).
- [80] M. Kruczenski, D. Mateos, R. C. Myers, and D. J. Winters, “Towards a holographic dual of large N(c) QCD,” *JHEP* **0405** (2004) 041, [arXiv:hep-th/0311270 \[hep-th\]](#).
- [81] T. Sakai and S. Sugimoto, “Low energy hadron physics in holographic QCD,” *Prog.Theor.Phys.* **113** (2005) 843–882, [arXiv:hep-th/0412141 \[hep-th\]](#).
- [82] T. Sakai and S. Sugimoto, “More on a holographic dual of QCD,” *Prog.Theor.Phys.* **114** (2005) 1083–1118, [arXiv:hep-th/0507073 \[hep-th\]](#).
- [83] M. Piai, “Lectures on walking technicolor, holography and gauge/gravity dualities,” *Adv.High Energy Phys.* **2010** (2010) 464302, [arXiv:1004.0176 \[hep-ph\]](#).
- [84] S. A. Hartnoll, “Horizons, holography and condensed matter,” [arXiv:1106.4324 \[hep-th\]](#).
- [85] S. Bhattacharyya, R. Loganayagam, I. Mandal, S. Minwalla, and A. Sharma, “Conformal Nonlinear Fluid Dynamics from Gravity in Arbitrary Dimensions,” *JHEP* **0812** (2008) 116, [arXiv:0809.4272 \[hep-th\]](#).
- [86] S. Gubser, I. R. Klebanov, and A. M. Polyakov, “Gauge theory correlators from noncritical string theory,” *Phys.Lett.* **B428** (1998) 105–114, [arXiv:hep-th/9802109 \[hep-th\]](#).
- [87] E. Witten, “Anti-de Sitter space and holography,” *Adv.Theor.Math.Phys.* **2** (1998) 253–291, [arXiv:hep-th/9802150 \[hep-th\]](#).
- [88] K. Skenderis and B. C. van Rees, “Real-time gauge/gravity duality,” *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 081601, [arXiv:0805.0150 \[hep-th\]](#).
- [89] S. de Haro, S. N. Solodukhin, and K. Skenderis, “Holographic reconstruction of space-time and renormalization in the AdS / CFT correspondence,” *Commun.Math.Phys.* **217** (2001) 595–622, [arXiv:hep-th/0002230 \[hep-th\]](#).
- [90] R. A. Janik and R. B. Peschanski, “Asymptotic perfect fluid dynamics as a consequence of AdS/CFT,” *Phys.Rev.* **D73** (2006) 045013, [arXiv:hep-th/0512162 \[hep-th\]](#).

- [91] J. Bjorken, “Highly Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions: The Central Rapidity Region,” *Phys.Rev.* **D27** (1983) 140–151.
- [92] I. Amado, C. Hoyos-Badajoz, K. Landsteiner, and S. Montero, “Hydrodynamics and beyond in the strongly coupled $N=4$ plasma,” *JHEP* **0807** (2008) 133, [arXiv:0805.2570 \[hep-th\]](#).
- [93] D. T. Son and A. O. Starinets, “Minkowski space correlators in AdS / CFT correspondence: Recipe and applications,” *JHEP* **0209** (2002) 042, [arXiv:hep-th/0205051 \[hep-th\]](#).
- [94] P. K. Kovtun and A. O. Starinets, “Quasinormal modes and holography,” *Phys.Rev.* **D72** (2005) 086009, [arXiv:hep-th/0506184 \[hep-th\]](#).
- [95] S. Nakamura and S.-J. Sin, “A Holographic dual of hydrodynamics,” *JHEP* **0609** (2006) 020, [arXiv:hep-th/0607123 \[hep-th\]](#).
- [96] R. A. Janik, “Viscous plasma evolution from gravity using AdS/CFT,” *Phys.Rev.Lett.* **98** (2007) 022302, [arXiv:hep-th/0610144 \[hep-th\]](#).
- [97] S. Bhattacharyya, V. E. Hubeny, S. Minwalla, and M. Rangamani, “Nonlinear Fluid Dynamics from Gravity,” *JHEP* **0802** (2008) 045, [arXiv:0712.2456 \[hep-th\]](#).
- [98] P. M. Chesler and L. G. Yaffe, “Numerical solution of gravitational dynamics in asymptotically anti-de Sitter spacetimes,” *JHEP* **1407** (2014) 086, [arXiv:1309.1439 \[hep-th\]](#).
- [99] P. M. Chesler and L. G. Yaffe, “Horizon formation and far-from-equilibrium isotropization in supersymmetric Yang-Mills plasma,” *Phys.Rev.Lett.* **102** (2009) 211601, [arXiv:0812.2053 \[hep-th\]](#).
- [100] P. M. Chesler and L. G. Yaffe, “Boost invariant flow, black hole formation, and far-from-equilibrium dynamics in $N = 4$ supersymmetric Yang-Mills theory,” *Phys.Rev.* **D82** (2010) 026006, [arXiv:0906.4426 \[hep-th\]](#).
- [101] P. M. Chesler and L. G. Yaffe, “Holography and colliding gravitational shock waves in asymptotically AdS_5 spacetime,” *Phys.Rev.Lett.* **106** (2011) 021601, [arXiv:1011.3562 \[hep-th\]](#).
- [102] D. Grumiller and P. Romatschke, “On the collision of two shock waves in $AdS(5)$,” *JHEP* **0808** (2008) 027, [arXiv:0803.3226 \[hep-th\]](#).
- [103] P. Bizon and A. Rostworowski, “On weakly turbulent instability of anti-de Sitter space,” *Phys. Rev. Lett.* **107** (2011) 031102, [arXiv:1104.3702 \[gr-qc\]](#).
- [104] A. Buchel, S. Deakin, P. Kerner, and J. T. Liu, “Thermodynamics of the $N=2^*$ strongly coupled plasma,” *Nucl. Phys.* **B784** (2007) 72–102, [arXiv:hep-th/0701142 \[hep-th\]](#).
- [105] A. Buchel and J. T. Liu, “Universality of the shear viscosity in supergravity,” *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 090602, [arXiv:hep-th/0311175 \[hep-th\]](#).
- [106] A. Buchel, R. C. Myers, and A. Sinha, “Beyond $\eta/s = 1/4 \pi$,” *JHEP* **03** (2009) 084, [arXiv:0812.2521 \[hep-th\]](#).

- [107] A. Buchel and A. Day, “Universal relaxation in quark-gluon plasma at strong coupling,” [arXiv:1505.05012 \[hep-th\]](#).
- [108] J. Jankowski, G. Plewa, and M. Spalinski, “Statistics of thermalization in Bjorken Flow,” *JHEP* **12** (2014) 105, [arXiv:1411.1969 \[hep-th\]](#).
- [109] L. Bellantuono, P. Colangelo, F. De Fazio, and F. Giannuzzi, “On thermalization of a boost-invariant non Abelian plasma,” [arXiv:1503.01977 \[hep-ph\]](#).
- [110] T. Ishii, E. Kiritsis, and C. Rosen, “Thermalization in a Holographic Confining Gauge Theory,” [arXiv:1503.07766 \[hep-th\]](#).
- [111] P. M. Chesler, N. Kilbertus, and W. van der Schee, “Universal hydrodynamic flow in holographic planar shock collisions,” *JHEP* **11** (2015) 135, [arXiv:1507.02548 \[hep-th\]](#).
- [112] R. A. Janik, G. Plewa, H. Soltanpanahi, and M. Spalinski, “Linearized nonequilibrium dynamics in nonconformal plasma,” *Phys. Rev.* **D91** (2015) no. 12, 126013, [arXiv:1503.07149 \[hep-th\]](#).
- [113] J. F. Fuini and L. G. Yaffe, “Far-from-equilibrium dynamics of a strongly coupled non-Abelian plasma with non-zero charge density or external magnetic field,” *JHEP* **07** (2015) 116, [arXiv:1503.07148 \[hep-th\]](#).
- [114] V. Balasubramanian, A. Bernamonti, J. de Boer, B. Craps, L. Franti, *et al.*, “Inhomogeneous Thermalization in Strongly Coupled Field Theories,” *Phys.Rev.Lett.* **111** (2013) 231602, [arXiv:1307.1487 \[hep-th\]](#).
- [115] B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale, “Elliptic and triangular flow in event-by-event (3+1)D viscous hydrodynamics,” *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 042301, [arXiv:1009.3244 \[hep-ph\]](#).
- [116] L. Keegan, A. Kurkela, P. Romatschke, W. van der Schee, and Y. Zhu, “Weak and strong coupling equilibration in nonabelian gauge theories,” *JHEP* **04** (2016) 031, [arXiv:1512.05347 \[hep-th\]](#).
- [117] W. van der Schee, P. Romatschke, and S. Pratt, “Fully Dynamical Simulation of Central Nuclear Collisions,” *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) no. 22, 222302, [arXiv:1307.2539](#).
- [118] D. Dorigoni, “An Introduction to Resurgence, Trans-Series and Alien Calculus,” [arXiv:1411.3585 \[hep-th\]](#).
- [119] P. M. Chesler and L. G. Yaffe, “Holography and off-center collisions of localized shock waves,” *JHEP* **10** (2015) 070, [arXiv:1501.04644 \[hep-th\]](#).
- [120] P. M. Chesler, “Colliding shock waves and hydrodynamics in small systems,” *Phys. Rev. Lett.* **115** (2015) no. 24, 241602, [arXiv:1506.02209 \[hep-th\]](#).
- [121] P. M. Chesler, “How big are the smallest drops of quark-gluon plasma?,” *JHEP* **03** (2016) 146, [arXiv:1601.01583 \[hep-th\]](#).

- [122] L. D. Landau, “On the multiparticle production in high-energy collisions,” *Izv. Akad. Nauk Ser. Fiz.* **17** (1953) 51–64.
- [123] P. Arnold, P. Romatschke, and W. van der Schee, “Absence of a local rest frame in far from equilibrium quantum matter,” *JHEP* **10** (2014) 110, [arXiv:1408.2518 \[hep-th\]](#).
- [124] W. van der Schee and B. Schenke, “Rapidity dependence in holographic heavy ion collisions,” *Phys. Rev.* **C92** (2015) no. 6, 064907, [arXiv:1507.08195 \[nucl-th\]](#).
- [125] M. Attems, J. Casalderrey-Solana, D. Mateos, D. Santos-Oliván, C. F. Sopena, M. Triana, and M. Zilhão, “Collisions in Non-conformal Theories: Hydrodynamization without Equilibration,” [arXiv:1604.06439 \[hep-th\]](#).
- [126] P. Grandclement and J. Novak, “Spectral methods for numerical relativity,” *Living Rev. Rel.* **12** (2009) 1, [arXiv:0706.2286 \[gr-qc\]](#).
- [127] A. Kurkela and Y. Zhu, “Isotropization and hydrodynamization in weakly coupled heavy-ion collisions,” *Phys. Rev. Lett.* **115** (2015) no. 18, 182301, [arXiv:1506.06647 \[hep-ph\]](#).
- [128] A. Sen, J. Gerhard, G. Torrieri, K. Read, and C.-Y. Wong, “Longitudinal hydrodynamics from event-by-event Landau initial conditions,” *Phys. Rev.* **C91** (2015) no. 2, 024901, [arXiv:1403.7990 \[nucl-th\]](#).
- [129] S. S. Gubser and W. van der Schee, “Complexified boost invariance and holographic heavy ion collisions,” *JHEP* **01** (2015) 028, [arXiv:1410.7408 \[hep-th\]](#).
- [130] D. Fernández, “Towards Collisions of Inhomogeneous Shockwaves in AdS,” *JHEP* **07** (2015) 126, [arXiv:1407.5628 \[hep-th\]](#).
- [131] D. Bazow, U. W. Heinz, and M. Strickland, “Second-order (2+1)-dimensional anisotropic hydrodynamics,” *Phys. Rev.* **C90** (2014) no. 5, 054910, [arXiv:1311.6720 \[nucl-th\]](#).
- [132] G. Basar and G. V. Dunne, “Hydrodynamics, resurgence, and transasymptotics,” *Phys. Rev.* **D92** (2015) no. 12, 125011, [arXiv:1509.05046 \[hep-th\]](#).
- [133] I. Aniceto and M. Spaliński, “Resurgence in Extended Hydrodynamics,” *Phys. Rev.* **D93** (2016) no. 8, 085008, [arXiv:1511.06358 \[hep-th\]](#).
- [134] S. Grozdanov and N. Kaplis, “Constructing higher-order hydrodynamics: The third order,” *Phys. Rev.* **D93** (2016) no. 6, 066012, [arXiv:1507.02461 \[hep-th\]](#).
- [135] P. M. Chesler and W. van der Schee, “Early thermalization, hydrodynamics and energy loss in AdS/CFT,” *Int. J. Mod. Phys.* **E24** (2015) no. 10, 1530011, [arXiv:1501.04952 \[nucl-th\]](#).
- [136] L. McLerran and R. D. Pisarski, “Phases of cold, dense quarks at large $N(c)$,” *Nucl. Phys.* **A796** (2007) 83–100, [arXiv:0706.2191 \[hep-ph\]](#).
- [137] T. Kojo, Y. Hidaka, L. McLerran, and R. D. Pisarski, “Quarkyonic Chiral Spirals,” *Nucl. Phys.* **A843** (2010) 37–58, [arXiv:0912.3800 \[hep-ph\]](#).

- [138] I. Booth, “Black hole boundaries,” *Can.J.Phys.* **83** (2005) 1073–1099, [arXiv:gr-qc/0508107](#) [gr-qc].
- [139] T. Damour, “Black Hole Eddy Currents,” *Phys.Rev.* **D18** (1978) 3598–3604.
- [140] R. Price and K. Thorne, “Membrane Viewpoint on Black Holes: Properties and Evolution of the Stretched Horizon,” *Phys.Rev.* **D33** (1986) 915–941.
- [141] R. C. Myers, J. Rao, and S. Sugishita, “Holographic Holes in Higher Dimensions,” *JHEP* **1406** (2014) 044, [arXiv:1403.3416](#) [hep-th].
- [142] B. Czech, X. Dong, and J. Sully, “Holographic Reconstruction of General Bulk Surfaces,” [arXiv:1406.4889](#) [hep-th].
- [143] V. E. Hubeny, “Covariant Residual Entropy,” [arXiv:1406.4611](#) [hep-th].
- [144] S. Hawking, “Particle Creation by Black Holes,” *Commun.Math.Phys.* **43** (1975) 199–220.
- [145] S. L. Braunstein, S. Pirandola, and K. Życzkowski, “Better Late than Never: Information Retrieval from Black Holes,” *Phys.Rev.Lett.* **110** (2013) no. 10, 101301, [arXiv:0907.1190](#) [quant-ph].
- [146] A. Almheiri, D. Marolf, J. Polchinski, and J. Sully, “Black Holes: Complementarity or Firewalls?,” *JHEP* **1302** (2013) 062, [arXiv:1207.3123](#) [hep-th].
- [147] B. Czech, L. Lamprou, S. McCandlish, and J. Sully, “Integral Geometry and Holography,” *JHEP* **10** (2015) 175, [arXiv:1505.05515](#) [hep-th].
- [148] C. T. Asplund, N. Callebaut, and C. Zukowski, “Equivalence of Emergent de Sitter Spaces from Conformal Field Theory,” [arXiv:1604.02687](#) [hep-th].
- [149] B. Czech, L. Lamprou, S. McCandlish, B. Mosk, and J. Sully, “A Stereoscopic Look into the Bulk,” [arXiv:1604.03110](#) [hep-th].
- [150] M. J. S. Beach, J. Lee, C. Rabideau, and M. Van Raamsdonk, “Entanglement entropy from one-point functions in holographic states,” [arXiv:1604.05308](#) [hep-th].