Załącznik nr 2

Autoprezentacja osiągnięć naukowych (autoreferat)

1 Nazwisko

Tolga Altinoluk

2 Stopnie naukowe

- *maj 2011* - Doktorat z fizyki, University of Connecticut, CT, USA.
  Rozprawa: "*High Energy Evolution: from JIMWLK/KLWMIJ to QCD Reggeon Field Theory*"
  "*Ewolucja wysokoenergetyczna: od JIMWLK/KLWMIJ do Reggeonowej Teorii Pola QCD*"

- *marzec 2008* - magister (MSc in Physics), University of Connecticut, CT, USA.

3 Zatrudnienie w instytucjach akademickich

- adiunkt, Narodowe Centrum Badań Jądrowych, Świerk/Warszawa (Poland).
  luty 2017 - do chwili obecnej

- Staż podoktorski, CENTRA, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa (Portugalia)
  styczeń 2016 - luty 2017

- Staż podoktorski, Universidade de Santiago de Compostela (Hiszpania)
  listopad 2012 - styczeń 2016

- Staż podoktorski, CPHT, Ecole Polytechnique (Francja)
  wrzesień 2011 - listopad 2012

- Asystent, University of Connecticut (USA)
  maj 2011 - wrzesień 2011

4 Osiągnięcia naukowe

Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.)

a) Tytuł osiągnięcia naukowego – jednotematycznego cyklu publikacji

Particle production and correlations in the Color Glass Condensate

Produkcja cząstek i korelacje w podejściu Kondensatu Szkła Kolorowego (Color Glass Condensate)

b) Jednotematyczny cykl publikacji (w porządku chronologicznym)

[H1] T. Altinoluk, N. Armesto, G. Beuf, M. Martinez, C. A. Salgado, *Next-to-eikonal corrections in the CGC: gluon production and spin asymmetries in pA collisions*, JHEP **1407**, 068 (2014) [arXiv:1404.2219 [hep-ph]].

[H2] T. Altinoluk, N. Armesto, G. Beuf, A. Kovner, M. Lublinsky, *Single-inclusive particle production in proton-nucleus collisions at next-to-leading order in the hybrid formalism*, Phys. Rev. D **91**, no. 9, 094016 (2015) [arXiv:1411.2869 [hep-ph]].

[H3] T. Altinoluk, N. Armesto, G. Beuf, A. Kovner, M. Lublinsky, *Bose enhancement and the ridge*, Phys. Lett. B **751**, 448 (2015) [arXiv:1503.07126 [hep-ph]].

[H4] T. Altinoluk, N. Armesto, G. Beuf, A. Moscoso, *Next-to-next-to-eikonal corrections in the CGC*, JHEP **1601**, 114 (2016) [arXiv:1505.01400 [hep-ph]].

[H5] T. Altinoluk, N. Armesto, G. Beuf, A. Kovner, M. Lublinsky, *Hanbury-Brown-Twiss measurements at large rapidity separations, or can we measure the proton radius in p-A collisions?*, Phys. Lett. B **752**, 113 (2016) [arXiv:1509.03223 [hep-ph]].

[H6] T. Altinoluk, A. Dumitru, *Particle production in high-energy collisions beyond the shockwave limit*, Phys. Rev. D **94**, no. 7, 074032 (2016) [arXiv:1512.00279 [hep-ph]].

[H7] T. Altinoluk, N. Armesto, G. Beuf, A. Kovner, M. Lublinsky, *Quark correlations in the Color Glass Condensate: Pauli blocking and the ridge*, Phys. Rev. D **95**, no. 3, 034025 (2017) [arXiv:1610.03020 [hep-ph]].

[H8] T. Altinoluk, N. Armesto, A. Kovner, M. Lublinsky, E. Petreska, *Soft photon and two hard jets forward production in proton-nucleus collisions*, JHEP **1804**, 063 (2018) [arXiv:1802.01398 [hep-ph]].

[H9] T. Altinoluk, N. Armesto, A. Kovner, M. Lublinsky, *Double and triple inclusive gluon production at mid rapidity: quantum interference in p-A scattering*, Eur. Phys. J. C **78**, no. 9, 702 (2018) [arXiv:1805.07739 [hep-ph]].

c) Opis celów naukowych i wyników cyklu publikacji wraz z dyskusją ich możliwych zastosowań

4.1 Wstęp

Wysokoenergetyczne zderzenia hadronów i ciężkich jąder, były przez wiele lat jednym z najbardziej pociągających ale też trudnych przedmiotów badań fizyki. Były one przedmiotem badań teoretycznych jeszcze przed wprowadzeniem chromodynamiki kwantowej (QCD) jako kwantowej teorii pola opisującej oddziaływania silne. Badania doświadczalne procesów przy ekstremalnych warunkach kinematycznych wytwarzanych w zderzeniach ciężkich jonów (HICs) zapoczątkowano przed dekadami w Brookhaven National Laboratory (BNL) i w CERNie. Od roku 2000 dane doświadczalne pochodziły z Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) w BNL i dotyczyły zderzeń nukleon-nukleon z energiami 7-200 GeV, a od roku 2010 były otrzymywane w ramach programu badań z ciężkimi jonami prowadzonymi w Dużym Zderzaczu Hadronowym (Large Hadron Collider, LHC) w CERNie z energią zderzeń Pb-Pb i pPb w zakresie 2.7-5.1 TeV/nukleon. Umożliwiły one badania nowej fazy materii zwanej plazmą kwarkowo-gluonową (Quark-Gluon Plasma, QGP). Opis teoretyczny QGP dotyczył jej struktury partonowej wyrażonej przez elementarne pola QCD, czyli kwarki i gluony.

Opis danych doświadczalnych dotyczących wysokoenergetycznych zderzeń proton-proton (pp) j proton-jądro (pA) jest prowadzony w ramach teorii efektywnej zwanej kondensatem kolorowego szkła (Color Glass Condensate, CGC) która umożliwia opis efektów saturacji. W poniższym opisie moich osiągnięć naukowych przedstawiam krótki opis moich wkładów w otrzymane wyniki i ich wpływ na rozwój podejścia CGC.

Opis wyników jest ułożony w następujący sposób. Rozdział 4.2 wprowadza pojęcie saturacji gluonów oraz omawia podstawy podejścia CGC. W rozdziale 4.3 koncentruję się na opisie w ramach podejścia CGC przekroju czynnego na produkcję cząstki w zderzeniach pA. Opisuję problemy występujące przy opisie tej obserwabli jak i omawiam mój wkład do ich rozwiązania (podsumowanie wyników prac [H1], [H2], [H4], [H6] i [H8]). Rozdział 4.4 jest poświęcony opisowi w ramach tego samego podejścia oraz wyjaśnieniu efektu korelacji cząstek (podsumowanie wyników prac [H3], [H5], [H7] i [H9]). Na zakończenie, opisuję w rozdziale 4.5 wpływ otrzymanych wyników na rozwój podejścia CGC oraz dalszy rozwój mojego programu badań.

4.2 Pojęcie saturacji gluonowej i kondensatu kolorowego szkła (Color Glass Condensate)

Pojęcie saturacji gluonowej zostało wprowadzone w badaniach wysokoenergetycznej ewolucji hadronowych przekrojów czynnych. Rozdział ten zawiera omówienie postępu jaki dokonał się w minionych latach w badaniach wysokoenergetycznych procesów rozpraszania, które doprowadziły do pojawienia się pojęcia saturacji gluonowej przy opisie wysokoenergetycznych hadronowych przekrojów czynnych oraz innych istotnych obserwabli.

Zagadnienie obliczania wysokoenergetycznej ewolucji hadronowych przekrojów czynnych oraz innych obserwabli ma długą historię. Zapoczątkowały ją wczesne prace Gribova na temat reggeonowej teorii pola (reggeon field theory) [1] napisane nawet przed opracowaniem teorii oddziaływań silnych jaką jest chromodynamika kwantowa (Quantum Chromodynamics, QCD). W ramach QCD wysokoenergetyczne rozpraszanie można badać w dwóch różnych obszarach kinematycznych. W obszarze podczerwonym oddziaływanie pomiędzy pociskiem i tarczą opisywane jest przez "miękkie" zderzenia z małym pędem wymienianym pomiędzy pociskiem i tarczą oraz przy występowaniu dużej stałej sprzężenia teorii. Tak więc granica QCD z miękkim rozpraszaniem odpowiada teorii nieperturbacyjnej. Z drugiej strony, można rozważyć obszar kinematyczny w którym oddziaływania pomiędzy pociskiem i tarczą są "twardymi" procesami rozpraszania. W tym przypadku, przekaz pędu w czasie rozpraszania pomiędzy pociskiem i tarczą jest duży. Ponieważ QCD jest teorią pola asymptotycznie swobodną, jej stała sprzężenia staje się mniejsza przy wzroście wielkości pędów wymian. W rezultacie, opis rozpraszań w ramach teorii zaburzeń staje się coraz bardziej adekwatny.

Rozpraszanie głębokonieelastyczne (Deep Inelastic Scattering, DIS) z dużą wymianą pędu jest dobrze znanym procesem, do opisu którego w ramach QCD stosuje się z dużymi sukcesami teorię zaburzeń. W procesie tym, rys. 1, foton wirtualny emitowany przez elektron zderza się z hadronem. W ramach modelu partonowego proces ten opisywany jest w bardzo prosty sposób.

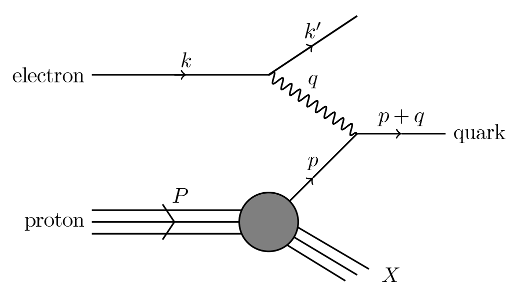

Figure 1: Rozpraszanie głębokonieelastyczne w QCD.

Ndalatujący elektron w stanie początkowym emituje foton wirtualny z czteropędem q_μ i wirtualnością $q^2 = -Q^2$, który rozprasza się na protonie niosącym pęd P_μ. W opisie tego procesu występują trzy niezmiennicze lorentzowsko wielkości, z których tylko dwie są niezależne. Pierwszą wielkością lorentzowsko niezmienniczą jest wirtualność fotonu. Drugim niezmiennikiem lorentzowskim jest ułamek pędu podłużnego niesionego przez parton wewnątrz hadronu, $x = Q^2/2P \cdot Q$. Ostatnim niezmiennikiem Lorentza w tym procesie jest energia zderzenia układu $\gamma - p$ zdefiniowana wzorem $s \simeq 2P \cdot Q$. Jednakże, jak już wyżej wspomniano, energia zderzenia układu $\gamma - p$ nie jest wielkością niezależną, gdyż można ją wyrazić przez dwie pozostałe wielkości niezmiennicze

$$s = \frac{Q^2}{x} \ . \tag{1}$$

Obraz fizyczny tego procesu w ramach modelu partonowego może być przedstawiony w następujący sposób. W układzie nieskończonego pędu foton można traktować jako małą sondę o wymiarach poprzecznych równych z grubsza $1/Q$. Aby nastąpiło jego rozpraszanie na protonie foton musi napotkać inny obiekt o podobnych wymiarach. Ponieważ kwarki niosą ładunek elektryczny i oddziaływują z fotonem, obiektem który napotyka foton jest kwark o wymiarze $1/Q$. Tak więc wielkość

Q można uważać za poprzeczną skalę rozdzielczości (transverse resolution scale).

Wzrost energii zderzającego się układu $\gamma - p$, Eq.(1), można osiągnąć na dwa sposoby. Pierwszy sposób nosi nazwę "granicy Bjorkena" i odpowiada zwiększaniu wartości Q^2 przy utrzymywaniu stałej wartości x. Zgodnie z obrazem fizycznym opisanym w powyższym paragrafie, zwiększaniu energii zderzającego się układu $\gamma - p$ w granicy Bjorkena odpowiada wzrost skali rozdzielczości i zmniejszanie rozmiaru sandy. Przy nowej wartości skali liczba partonów wzrasta, ponieważ jej większa wartość umożliwia odróżnienie dwóch partonów mających małe wymiary poprzeczne znajdujących się blisko siebie w płaszczyźnie pędu poprzecznego od jednego partonu mającego większy wymiar poprzeczny. Jednakże rozmiar rozróżnialnych partonów maleje dużo szybciej aniżeli wzrost ich liczby. W rezultacie, gęstość partonów w płaszczyźnie pędu poprzecznego maleje i układ staje się bardziej rozrzedzonym (dilute system) aniżeli ten na początkowy. Ewolucja układu wraz ze wzrostem Q^2 opisywana jest w QCD równaniami ewolucji Dokshitzera-Gribova-Lipatova-Altarelli'ego-Parisiego (DGLAP) [2, 3, 4]. Równania te opisują zmianę funkcji rozkładu partonów (Parton Distribution Functions, PDFs), $f_i(x, Q^2)$, przy wzroście Q^2 przy czym PDF jest formalnie zdefiniowana jako gęstość liczby partonów typu i w protonie widzianych przy poprzecznej skali rozdzielczości $1/Q^2$ i nosących ułamek pędu podłużnego x.

Drugi sposób zwiększenia energii zderzenia układu $\gamma - p$ polega na rozważeniu tzw. "granicy Regge-Gribova". Granica ta odpowiada zwiększaniu tej energii w wyniku zmniejszania wartości zmiennej x przy utrzymaniu stałej wielkości Q^2. Pierwsze podejście do opisu struktury hadronowej przy małych wartościach x oparte jest na dobrze znanym równaniu Balitsky'ego-Fadina-Kuraeva-Lipatova (BFKL) [5, 6]. Jest to perturbacyjne, liniowe równanie ewolucji na nieprzecałkowaną gęstość gluonową $\phi(x, k)$, która jest powiązana z funkcją rozkładu gluonów (gluon PDF), $f_g(x, Q^2)$, następującym związkiem

$$x f_g(x, Q^2) = \int_0^{Q^2} \frac{d^2 k}{k^2}\, \phi(x, k)\ . \tag{2}$$

Równanie ewolucji BFKL było bardzo ważnym krokiem w badaniach wysokoenergetycznych procesów zderzeń, który przyczynił się do ich znacznego rozwoju zarówno teoretycznego jak i doświadczalnego. Jednakże zauważono, że przy bardzo wysokich energiach (lub, co równoważne, przy małych wartościach x) równanie BFKL natrafia na dwa poważne problemy. Pierwszy problem związany jest z naruszeniem ograniczenia Froissarta [7]. W dowolnej teorii pola z masywnymi polami całkowity przekrój czynny nie może rosnąć naruszając ograniczenie Froissarta $\sigma^{\rm total} < \frac{\pi}{m^2} Y^2$. Natomiast przekrój czynny obliczony w oparciu o rozwiązanie równania BFKL rośnie wykładniczo wraz ze wzrostem pośpieszności (rapidity), $\sigma^{\rm total} \sim e^{cY}$, naruszając to ograniczenie. Pomimo, że emitowane gluony w perturbacyjnej QCD są bezmasowe, liczba ich szybko wzrasta. Zwiększa to wykładniczo wymiar poprzeczny hadronu prowadząc do naruszenia ograniczenia Froissarta. Rozwiązanie tego problemu wymaga informacji dotyczącej podczerwonej skali QCD. Drugi ważny problem, który dotyczy równania BFKL jest związany z unitarnością prawdopodobieństwa zderzenia. Przy ewolucji BFKL prawdopodobieństwo zderzenia rośnie nieograniczenie i przekracza jedność przy pośpiesznościach rzędu $Y \sim \frac{1}{\alpha_s} \ln(1/\alpha_s)$. Niemniej, problemu tego można uniknąć uwzględniając efekty *saturacji* (*saturation effects*).

Obraz fizyczny zjawiska saturacji można przedstawić następująco. W "granicy Regge-Gribova" wzrost energii zderzającego się układu osiąga się w wyniku zmniejszania wartości x i utrzymywaniu stałej wartości wirtualności Q^2. Taka ewolucja prowadzi również do zwiększania się liczby partonów. Jednakże ten wzrost liczby partonów jest wynikiem rozszczepiania się jednego partonu na dwa, ponieważ skala rozdzielczości, w przeciwieństwie do ewolucji w "granicy Bjorkena", pozostaje niezmieniona. Rozszczepienie partonu następuje w kierunku podłużnym i skala poprzeczna nie ulega zmianie. Zatem partony powstałe w wyniku rozszczepienia mają taki same rozmiare poprzeczne jak rozmiary poprzeczne partonów matek. To prowadzi w naturalny sposób do wzrostu gęstości partonów w płaszczyźnie poprzecznej prowadząc ewentualnie do wystąpienia saturacji.

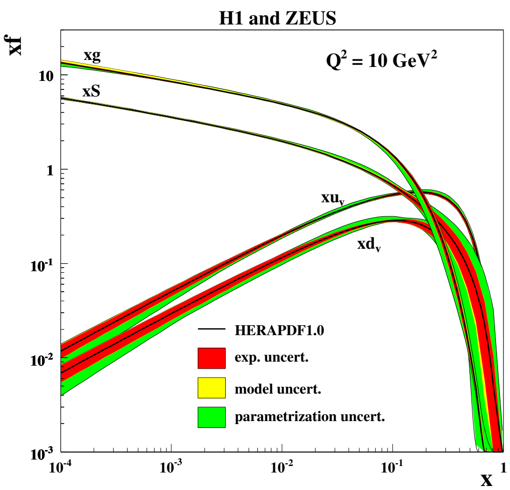

Figure 2: Rozkład partonów w protonie (rysunek wzięty z pracy [8]).

Wzrost gęstości partonów wraz ze zwiększaniem się energii procesu był zaobserwowany w DIS. Rysunek 2 kolaboracji HERA [8] przedstawia szybki wzrost funkcji rozkładu gluonów $xf_g(x, Q^2)$ jak funkcję zmiennej x przy ustalonej wartości $Q^2 = 10\,\mathrm{GeV}^2$. Dla wartości x mniejszych niż 10^{-2}, szybszy wzrost liczby gluonów w porównaniu ze wzrostem liczby kwarków czyni gluony głównym składnikiem hadronowej funkcji falowej. Innymi słowy, efekty kwarków przy bardzo wysokich energiach można zaniedbać i dominujący wkład do gęstości partonowej hadronu pochodzi od samych gluonów.

W procesie DIS elektron służy jako sonda. Głównym powodem jest to, że kwarki niosą ładunek elektryczny i tym samym oddziaływują z elektronem. Jednakże, jak wyjaśniono wyżej, w rezimie saturacji głównymi składowymi hadronu są gluony i pomija się kwarki. Ponieważ gluony przenoszą jedynie ładunek kolorowy, a nie elektromagnetyczny, uniemożliwia to wykorzystanie elektronu jako sondy. Tym samym, przy badaniu efektów saturacji należy, zamiast DIS, rozważać zderzenia hadron-hadron.

Idea posłużenia się saturacją gluonową w celu przywrócenia unitarności w opisie zderzeń hadron-hadron została opracowana przez Gribova, Levina i Ryskina (GLR) [9]. Jej istotą jest uwzględnienie nieliniowych efektów związanych z dużą gęstością gluonów w hadronowej funkcji falowej. Te efekty nieliniowe powinny spowolnić ewolucję fizycznych obserwabli przy wysokich energiach. Równanie

GLR opisujące zmianę funkcji rozkładu gluonów wraz ze zmniejszaniem się wartości x wzrostem Q^2 ma postać

$$\frac{\partial^2\, xf_g(x,Q^2)}{\partial\,\log(1/x)\partial\log(Q^2)} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi}\, xf_g(x,Q^2) - \frac{\alpha_s^2}{\pi^2 R^2}\,\frac{\left[xf_g(x,Q^2)\right]^2}{Q^2} \tag{3}$$

gdzie R które jest promieniem hadronu. Wyraz liniowy równania GLR odpowiada za zachowanie funkcji rozkładu, podobne do tego opisywanego równaniem BFKL i prowadzi do szybkiego wzrostu liczby gluonów wraz ze zmniejszaniem się x. Podczas ewolucji wyraz liniowy oraz wyraz nieliniowy osiągną przy pewnej wartości x porównywalną wielkość. Wyraz nieliniowy prowadzi do zatrzymania wzrostu liczby gluonów powodując wystąpienie *saturacji*. Zjawisko saturacji opisuje skala saturacji $Q_s(x)$, którą można interpretować jako miarę siły procesów oddziaływań gluonów występujących przy dużej gęstości gluonów. Skalę saturacji można zdefiniować używając funkcji rozkładu gluonów w postaci

$$Q_s^2(x) \sim xf_g(x,Q_s^2)\,\frac{\alpha_s}{\pi R^2} \tag{4}$$

Rysunek 3 przedstawia diagram fazowy ewolucji w x hadronu przy różnych wartościach skali pędu poprzecznego Q^2. Powyżej linii saturacji $Q_s(x)$ szybki wzrost liczby gluonów już nie występuje, czyli liczba gluonów w hadronie po saturacji pozostaje z grubsza stała.

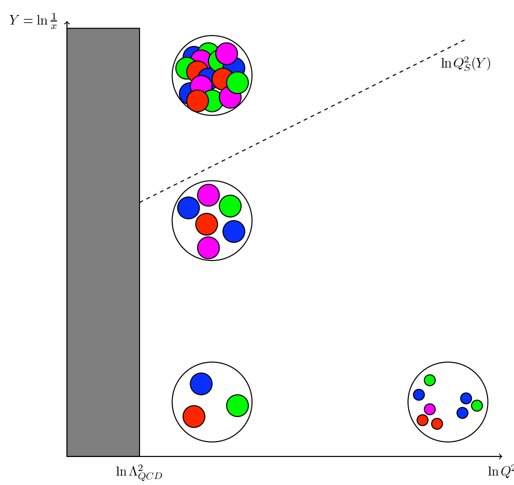

Figure 3: Szkic diagramu fazowego opisujący ewolucję hadronu w zmiennej x.

Należy podkreślić, że równanie GLR uwzględnia wpływ efektów saturacji i opisuje ewolucję funkcji rozkładu gluonów zarówno przy zmniejszaniu się x jak i przy wzroście Q^2. Natomiast, rzeczą ciekawszą byłoby wyprowadzenie równania ewolucji przy malejących wartościach x oraz przy ustalonym Q^2, które w jakimś sensie odpowiadałoby uogólnieniu równania BFKL służącemu do badania efektów saturacji.

Wprowadzając model kolorowych dipoli Mueller przyczynił się do dalszego rozwoju idei saturacji [10, 11, 12, 13]. W tym modelu, w wyniku pchnięcia (boost) wchodzącego dipola powodującego wzrost jego pośpieszności i energii, dipol emituje gluony. W granicy dużych wartości liczby kolorów N_c, linię gluonową opisuje para kwark-antykwark. Tym samym, w trakcie ewolucji pierwotnego dipola emituje on w każdym kroku ewolucji nowy dipol. W wyniku tego procesu powstaje kaskada dipoli, która ostatecznie oddziaływuje z tarczą. W ramach modelu kolorowych dipoli Mueller wiąże ideę saturacji z pomeronem opisywanym równaniem BFKL jak i z wierzchołkiem trójpomeronowym (triple Pomeron vertex).

McLerran i Venugopalan zauważyli, że praktycznym sposobem opisu saturacji gluonów jest badanie nieliniowej struktury klasycznej teorii Yanga-Millsa oraz jest posłużenie się metodą całek po trajektoriach [14, 15]. Obesrwacja ta doprowadziła do zaproponowania modelu McLerrana-Venugopalana (model MV). Model MV umożliwia opis procesów zderzeń w reżimie saturacji wykorzystując odpowiednie efektywne stopnie swobody. Te efektywne stopnie swobody są zdefiniowane w odniesieniu do obcięcia Λ^+ nałożonego na podłużny pęd partonów. Partony z pędem podłużnym większym niż Λ^+ są zdefiniowane przez ładunek kolorowy $J^\mu_a(x)$, będący pierwszym efektywnym stopniem swobody o postaci

$$J^\mu_a(x) = \delta^{\mu+}\delta(x^-)\rho_a(\mathbf{x}) \,, \tag{5}$$

gdzie $\rho_a(\mathbf{x})$ definiuje gęstość ładunku kolorowego na jednostkę powierzchni poprzecznej [1]. Gluony miękkie z pędem podłużnym mniejszym niż obcięcie Λ^+ są zdefiniowane przez kolorowe pole $A^\mu_a(x)$ stanowiące drugi efektywny stopień swobody w modelu MV. Sprzężenie między wolnymi i szybkimi stopniami swobody w działaniu tego modelu jest sprzężeniem eikonalnym mającym postać

$$\int d^4x J^\mu_a(x) A_{\mu a}(x) \,. \tag{6}$$

Wartość oczekiwana obserwabli $\mathcal{O}$ obliczana w ramach modelu MV jest funkcjonałem gęstości ładunku kolorowego ρ_a, zdefiniowanym jako

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \int \big[D\rho_a\big]\, W[\rho_a]\, \mathcal{O}\big[\rho_a\big] \,, \tag{7}$$

gdzie wielkość $W\big[\rho_a\big]$, odgrywająca rolę funkcjonału wagowego, jest funkcją rozkładu gęstości ładunku kolorowego ρ_a. Uzasadnienie takiej definicji jest całkiem proste. Gęstość ładunku kolorowego ρ_a opisuje rozkład partonów z pędem podłużnym większym niż obcięcie Λ^+. Jednakże rozkład ρ_a nie jest rozkładem statycznym, lecz zmienia się w czasie. W momencie zderzenia gęstość rozkładu ρ_a opisuje ten rozkład w tej szczególnej chwili i konieczne jest uśrednienie po możliwych rozkładach $W\big[\rho_a\big]$. Tak więc model MV sugeruje następujący przepis obliczania wartości oczekiwanej dowolnej obserwabli. W pierwszym kroku należy obliczyć wartość tej obserwabli dla dowolnej konfiguracji gęstości ładunku kolorowego. W reżimie saturacji, efekty nieliniowe w gęstości ładunku kolorowego ρ_a mogą być uwzględnione poprzez rozwiązanie klasycznych równań Yanga-Millsa

$$\big[D_\mu, F^{\mu\nu}\big] = J^\nu \tag{8}$$

Następnie, w drugim kroku, wartość oczekiwana obserwabli jest wynikiem uśrednienia po wszystkich możliwych konfiguracjach, zgodnie z równaniem (7).

Model MV opisuje poprawnie takie procesy jak DIS w przybliżeniu drzewowym. Natomiast wykazano, że ten model uwzględnieniający poprawki pętlowe dowolnego rzędu prowadzi do pojawienia się wyrazów zawierających logarytm obcięcia Λ^+ [16]. Problem ten rozwiązuje się zauważając, że

[1] W dalszej części używamy oznaczeń wytłuszczonych aby zaznaczyć poprzeczne składowe położeń i pędów.

wyrazu z logarytmem obcięcia Λ^+ można uniknąć poprzez przedefiniowanie funkcji rozkładu $W\big[\rho_a\big]$ gęstości ładunku kolorowego

$$W\big[\rho_a\big] \to W_{\Lambda^+}\big[\rho_a\big]\,. \tag{9}$$

Wkrótce po tej obserwacji wyprowadzono równanie ewolucji funkcji rozkładu zależnej od tego obcięcia [17, 18, 19, 20, 21, 23, 24]. Wyprowadzenie tego równania opiera się na zmianie wartości obcięcia Λ^+ nałożonego na pęd podłużny odpowiadającej przedziałowi pośpieszności ΔY, który można zapisać jako $\Delta Y = \ln\big(\Lambda_0^+/\Lambda^+\big)$. Można to zinterpretować w następujący sposób. Przy pewnej wartości pośpieszności początkowej Y_0 początkowa funkcja rozkładu wynosi $W_{\Lambda_0^+}$. Gdy pośpieszność początkowa ulega zmianie $Y_0 \to Y$, zmianie podlega też funkcja rozkładu $W_{\Lambda_0^+} \to W_{\Lambda^+}$. Równanie ewolucji funkcji rozkładu zapisuje się jako

$$\frac{\partial W_Y\big[\rho_a\big]}{\partial Y} = -\mathcal{H}_{\rm JIMWLK}\, W_Y\big[\rho_a\big] \tag{10}$$

Równanie to nosi nazwę równania ewolucji Jalilian-Mariana-Iancu-Weigerta-Leonidova-Kovnera-(JIMWLK) i jest uogólnieniem równania liniowego BFKL. Jądro $\mathcal{H}_{\rm JIMWLK}$ w równaniu (10) nosi nazwę hamiltonianu JIMWLK. Nie przedstawiamy tutaj jawnej postaci hamiltonianu JIMWLK ponieważ nie jest to teraz konieczne. Natomiast należy wspomnieć, że ewolucja opisywana równaniem JIMWLK ma ograniczony zakres stosowalności i można się nią posługiwać tylko przy opisie procesów zderzeń, w których jeden ze zderzających się obiektów jest obiektem rozrzedzonym, czyli z małą liczbą gluonów proporcjonalną do $O(g)$, zaś drugi jest obiektem gęstym, czyli z dużą liczbą gluonów proporcjonalną do $O(1/g)$, gdzie g jest małą stałą sprzężenia QCD. Więcej szczegółów o tym ograniczeniu oraz o postępie badań w ostatnich latach mających na celu rozszerzenie obszaru stosowalności tego równania omówię w rozdziale 5.

"*Kondensat kolorowego szkła*" ("*Color Glass Condensate*", CGC) jest efektywną teorią opisującą wysokoenergetyczne procesy zderzeń przy wykorzystaniu modelu MV w celu odseparowania wolnych od szybkich stopni swobody, poprzez wprowadzenie obcięcia na pęd podłużny (lub, co równoważne, na pośpieszność) oraz przy użyciu równania ewolucji JIMWLK opisującego ewolucję przy zmianie obcięcia. W przypadku prostego procesu $1 \to 1$ odpowiada to następującemu przepisowi: poruszający się szybko rozrzedzony pocisk opisuje pewny ładunek kolorowy $J^\mu(x)$ zdefiniowany równaniem (5). Z drugiej strony, gęstą tarczę opisuje pole kolorowe zdefiniowane równaniem

$$A_a^\mu(x) = \delta^{\mu -} A_a^-(x^+, \mathbf{x}) \tag{11}$$

przy czym zakłada się że wskutek skrócenia Lorentza pole kolorowe tarczy skoncentrowane jest w otoczeniu $x^+ = 0$. Ponadto, przyjmuje się że oddziaływanie pocisku i tarczy ma postać eikonalną. Przy zadanej pośpieszności prowadzi to do sytuacji, w której każdy parton pocisku wytworzony przez ładunek kolorowy pocisku zderza się z tarczą w sposób prowadząc do wystąpienia w opisie amplitudy rozpraszania tego procesu linii Wilsona, zdefiniowanej jako uporządkowany w zmiennej x^+ funkcjonał wykładniczy zależny of pola tarczy

$$U_{\mathcal{R}}(\mathbf{x}) = \mathcal{P}_+\, e^{ig\int dx^+\, T^a_{\mathcal{R}}\, A_a^-(x^+,\mathbf{x})} \tag{12}$$

Czynnik $T^a_{\mathcal{R}}$ w powyższy wzorze jest generatorem grupy $SU(N_c)$ w reprezentacji $\mathcal{R}$, która w przypadku kwarku jest reprezentacją fundamentalną, zaś w przypadku gluonu reprezentacją dołączoną.

Operator dipolowy definiuje wyrażenie

$$s_R(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \frac{1}{D_{\mathcal{R}}}\,\mathrm{tr}\Big[U_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})U^\dagger_{\mathcal{R}}(\mathbf{y})\Big] \tag{13}$$

występujące we wzorze na przekrój czynny. $D_{\mathcal{R}}$ jest wymiarem reprezentacji grupy koloru i obliczanie śladu wykonuje się po wskaźnikach grupy koloru. Jak wyjaśniono wcześniej, operator dipolowy oblicza się dla szczególnego rozkładu pól tarczy przy zadanej pośpieszności i należy go uśrednić po możliwych rozkładach pola tarczy. Tak więc należy go zapisać jako $\big\langle s_{Y_0}(\mathbf{x},\mathbf{y})\big\rangle$, gdzie Y_0 jest pośpiesznością początkową i $\langle\cdots\rangle$ oznacza uśrednianie po rozkładach pola tarczy, które służą jako warunek początkowy ewolucji w pośpieszności. Aby obliczyć ewolucję tej obserwabli należy wyznaczyć ewolucję w pośpieszności operatora dipolowego opisywaną równaniem ewolucji JIMWLK:

$$\frac{\partial\big\langle s_Y(\mathbf{x},\mathbf{y})\big\rangle}{\partial Y} = -\frac{\alpha_s\,N_c}{2\pi^2}\int d^2\mathbf{z}\frac{(\mathbf{x}-\mathbf{y})^2}{(\mathbf{x}-\mathbf{z})^2(\mathbf{y}-\mathbf{z})^2}\Big\{\big\langle s_Y(\mathbf{x},\mathbf{y})\big\rangle - \big\langle s_Y(\mathbf{x},\mathbf{z})s_Y(\mathbf{z},\mathbf{y})\big\rangle\Big\} \tag{14}$$

Występowanie drugiego wyrazu po prawej stronie równania (14) oznacza, że równanie JIMWLK ewolucji w pośpieszności pojedynczego dipola zawiera operator odpowiadający podwójnemu dipolowi. Uśrednianie po polach tarczy operatora podwójnego dipola odpowiada przypadkowi, w którym oba dipole $s(\mathbf{x},\mathbf{z})$ i $s(\mathbf{z},\mathbf{y})$ oddziaływują jednocześnie z tarczą. Jeżeli założymy, że częsci powierzchni tarczy na których następują oddziaływania dipoli nie są ze sobą skorelowane, wówczas możemy rozfaktoryzować wyrażenie na uśrednienie podwójnego dipola jako iloczyn dwóch oddzielnych uśrednień pojedynczego dipola:

$$\big\langle s_Y(\mathbf{x},\mathbf{z})s_Y(\mathbf{z},\mathbf{y})\big\rangle \to \big\langle s_Y(\mathbf{x},\mathbf{z})\big\rangle\big\langle s_Y(\mathbf{z},\mathbf{y})\big\rangle \tag{15}$$

Powyższe założenie powoduje, że równanie ewolucji JIMWLK przechodzi w równanie ewolucji Balitsky'ego-Kovchegova (BK) [25, 26, 27, 28].

Przedstawione wyżej metody stanowią w ostatnich latach podstawę badań fenomenologicznych fizyki efektów saturacji stosowanych przy opisie wysokoenergetycznych danych doświadczalnych. Jak już wspomniano wyżej, metody są poprawne tak długo dopóki jeden ze zderzających się obiektów jest rozrzedzony. Typowymi procesami, które można badać w ramach podejścia CGC są DIS na tarczy jądrowej, DIS na wysokoenergetycznym protonie, zderzenia proton-jądro (pA) oraz produkcja cząstki do przodu w zderzeniach proton-proton. W pozostałej części moyego autoreferatu opiszę szczególne zagadnienia, które były przedmiotem badań opartych na podejściu CGC, szczególnie w zderzeniach pA oraz mój wkład do globalnego wysiłku mającego na celu poszerzenie obszaru zastosowań wysokoenergetycznych badań opartych na podejściu CGC.

4.3 Produkcja cząstek w ramach podejścia CGC

W ostatnich dwóch dekadach obliczenia oparte na metodzie CGC były stosowane do opisu różnych aspektów danych doświadczalnych ze zderzaczy RHIC oraz LHC. Pomimo faktu, że opis oparty na podejściu CGC odniósł wiele sukcesów, konieczne są jego teoretyczne ulepszenia mające na celu zwiększenie precyzji przewidywań umożliwiających jednoznaczne wykazanie czy efekty saturacji znajdują potwierdzenie w danych doświadczalnych. Najczęściej używane testy zgodności fizyki saturacji z danymi dotyczącymi zderzeń proton-jądro i pochodzącymi z doświadczeń prowadzonych w zderzaczach RHIC i LHC wykorzystują dwie obserwable, którymi są produkcja cząstek w centralnym obszarze pośpieszności oraz ich produkcja z pośpiesznościami odpowiadającymi produkcji do przodu. W przypadku produkcji centralnej metoda obliczeń oparta jest na tzw. "faktoryzacji-k_t", podczas gdy w przypadku produkcji do przodu przy opisie procesu używa się "faktoryzacji hybrydowej". Moje osiągnięcia naukowe dotyczą udoskonaleń tych dwóch różnych podejść teoretycznych.

Plan pozostałej części tego podrozdziału jest następujący. W części 4.3.1 opisuję metodę faktoryzacji k_t wraz z moim wkładem w zwiększenie jej dokładności w przypadku realistycznych energii zderzeń. Koncentruję się przy tym na przykładzie inkluzywnej produkcji gluonu w zderzeniach pA. Ta część autoreferatu stanowi podsumowanie wyników przedstawionych w publikacjach [H1], [H4] i [H6] wymienionych w spisie jednotematycznych publikacji. Następnie, w części 4.3.2, omawiam zastosowanie podejścia faktoryzacji hybrydowej do opisu produkcji cząstki z pośpiesznościami do przodu i przedstawiam mój wkład do tego zagadnienia. Ta część autoreferatu jest podsumowaniem wyników prac [H2] i [H8] ze spisu jednotematycznych publikacji.

4.3.1 Produkcja cząstki w centralnym obszarze pośpieszności i poprawki nieeikonalne: Podsumowanie wyników publikacji [H1],[H4] i [H6]

Przy produkcji inkluzywnej gluonu w centralnym obszarze pośpieszności w zderzeniu pA zarówno pocisk jak i tarcza mają duże energie będące wynikiem transformacji pchnięcia z układu z pierwotnymi pośpiesznościami do obszaru centralnych pośpieszności w którym zachodzi proces. A zatem, w tym przypadku oba zderzające się obiekty można analizować w ramach podejścia CGC. Odpowiada to definicji pocisku przy użyciu ładunku kolorowego $J^\mu_a(x)$ danego wzorem (5). Z drugiej strony, tarczę opisuje pole kolorowe $A^\mu_a(x)$ dane równaniem (11). Chciałbym w tym miejscu przypomnieć, że wyrażenia te na ładunek kolorowy pocisku i pola kolorowego tarczy są zdefiniowane w ramach przybliżenia eikonalnego. W takim przypadku można łatwo obliczyć przekrój czynny na produkcję gluonu niosącego pęd poprzeczny $\mathbf{k}$ i pośpieszność η dany wzorem

$$\frac{d\sigma}{d^2\mathbf{k}d\eta} = \frac{1}{\mathbf{k}^2}\int \frac{d^2\mathbf{q}}{(2\pi)^2}\phi_P(\mathbf{q})(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2 \int d^2\mathbf{x}\, d^2\mathbf{y}\, e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{q})\cdot(\mathbf{x}-\mathbf{y})} s_A(\mathbf{x},\mathbf{y}) \tag{16}$$

gdzie $s_A(\mathbf{x},\mathbf{y})$ jest operatorem dipolowym w reprezentacji dołączonej danym wzorem (13) i ϕ_P jest nieprzecałkowanym rozkładem gluonu w pocisku. Jest to znane wyrażenie na przekrój czynny na produkcję, wyprowadzony w ramach faktoryzacji k_t. W granicy słabego pola można je przedstawić jako splot nieprzecałkowanych rozkładów gluonu oraz tarczy.

Posłużenie się przybliżeniem eikonalnym w przypadku pocisku oraz tarczy uzasadnia fakt, że oba zderzające się obiekty mają duże energie. Nawet jeśli dla rozrzedzonego pocisku przybliżenie eikonalne jest wiarygodne, to to samo przybliżenie w przypadku dużej tarczy może być słuszne tylko przy asymptotycznie dużych energiach. Przybliżeniu eikonalnemu w przypadku tarczy odpowiadają trzy warunki:

1. $A^\mu_a(x) \simeq \delta^{\mu -}A^-_a(x)$: Pomija się składowe $(+)$ oraz poprzeczne kolorowego pola tarczy.
2. $A^\mu_a(x) \simeq A^\mu_a(x^+,\mathbf{x})$: Pomija się zależność od składowej x^- kolorowego pola tarczy.
3. $A^\mu(x) \propto \delta(x^+)$: Zakłada się, że pole tarczy jest skoncentrowane w $x^+ = 0$ w wyniku skrócenia Lorentza, co nosi również nazwę przybliżenia fali uderzeniowej.

W rzeczywistych warunkach kinematycznych prowadzonych eksperymentów energie zderzających się obiektów nie są asymptotycznie duże i tym samym użycie przybliżenia eikonalnego nie jest zawsze uzasadnione. W przypadku obiektu rozrzedzonego jest ono słuszne nawet przy realistycznych warunkach kinematycznych procesu, natomiast nie jest tak w przypadku dużego jądra tarczy. Osłabienie któregokolwiek z powyższych przybliżeń oznacza konieczność oszacowania poprawek do przybliżenia eikonalnego. W przypadku dużej tarczy jądrowej dominujące poprawki są wynikiem osłabienia trzeciego przybliżenia i założenia że pole kolorowe tarczy posiada skończoną szerokość L^+ wzdłuż kierunku współrzędnej x^+. Jest to spowodowane tym, że efekty skończonej szerokości podłużnej tarczy są proporcjonalne do potęgi $A^{1/3}$ liczby masowej jądra A, a zatem wielkość tej poprawki jest wzmacniana w porównaniu z dwiema pozostałymi.

W pracach [H1] i [H4] opracowałem systematyczną metodę obliczania poprawek do przybliżenia eikonalnego w CGC. Te poprawki nieeikonalne są wynikiem przyjęcia skończonej szerokości podłużnej tarczy i można je uważać za efekty niewiodące w stosunku do sytuacji, w której tarcza poddana jest nieskończonemu skróceniu Lorentza.

Zanim omówię otrzymane wyniki chciałbym krótko przedstawić metodę użytą do wyprowadzenia poprawek nieeikonalnych. Rozważmy produkcję w centralnym obszarze pośpieszności pojedynczego gluonu z pędem poprzecznym $\mathbf{k}$ pędem podłużnym k^+ w zderzeniach pA. Rozrzedzony pocisk jest w dalszym ciągu opisywany w przybliżeniu eikonalnym i jest zdefiniowany przez gęstość ładunku $J^\mu_a(x)$ daną równaniem (5). Z drugiej strony, przybliżenie eikonalne jest osłabione przy opisie gęstej tarczy, którą definiuje pole kolorowe $A^\mu_a(x)$ zadane równaniem (11), jednakże zamiast założenia o koncentracji pola w $x^+ = 0$ przyjmuje się że jest ono zdefiniowane w skończonym przedziale od 0 do L^+ w kierunku podłużnym. W tym przypadku, przekrój czynny można zapisać jako kwadrat amplitudy na produkcję gluonu uśrednionej po rozkładach pocisku i tarczy oraz przecałkowany po parametrze zderzenia $\mathbf{B}$:

$$2k^+ \frac{d\sigma}{dk^+ d^2\mathbf{k}} = \int d^2\mathbf{B} \sum_\lambda \Big\langle \Big\langle |\mathcal{M}^a_\lambda(\underline{k}, \mathbf{B})|^2 \Big\rangle_P \Big\rangle_T \tag{17}$$

We wzorze tym λ, a i $\underline{k} = (k^+, \mathbf{k})$[2] oznaczają polaryzację, kolor i pęd wyprodukowanego gluonu. W przypadku tarczy o skończonej szerokości podłużnej, amplituda produkcji gluonu $\mathcal{M}^a_\lambda(\underline{k}, \mathbf{B})$ jest sumą trzech różnych wkładów odpowiadających: produkcji gluonu przed propagacją pocisku przez tarczę, produkcji gluonu podczas propagacji pocisku przez tarczę oraz produkcji gluonu po propagacji pocisku przez tarczę. W wiodącym rzędzie w g jest możliwe powiązanie pełnej amplitudy na produkcję z opóźnionym propagatorem gluonowym w polu tła przy użyciu wzoru redukcyjnego LSZ i rozwinięcia perturbacyjnego w stałej sprzężenia g pola kolorowego tarczy [31]. W cechowaniu na stożku świetlnym, w którym $A^+ = 0$, pełna amplituda na produkcję gluonu może być wyrażona przez współrzędne $(i-)$ opóźnionego propagatora gluonu w polu tła $G^{\mu\nu}_R(x, y)$ jako

$$\mathcal{M}^a_\lambda(\underline{k}, \mathbf{B}) = \epsilon^{i*}_\lambda (2k^+) \lim_{x^+ \to 0} \int d^2\mathbf{x} \int dx^- e^{ik\cdot x} \int d^4y \, G^{i-}_R(x, y)_{ab} \, J^+_b(y) \tag{18}$$

Ponieważ pole kolorowe tarczy nie zależy od x^-, można wprowadzić jednowymiarową transformatę Fouriera opóźnionego propagatora gluonu w polu tła i wyrazić go przez propagator skalarny w polu

[2] W dalszej części używamy oznaczeń podkreślonych aby zaznaczyć współrzędne $\underline{x} = (x^+, \mathbf{x})$, oraz pęd $\underline{k} = (k^+, \mathbf{k})$.

tła $\mathcal{G}^{\mu\nu}_{k^+}(\underline{x},\underline{y})$. Wówczas, składowa $(i-)$ opóźnionego propagatora w polu tła ma postać

$$G^{i-}_R(x,y)_{ab}\int\frac{dk^+}{2\pi}e^{-ik^+(x^--y^-)}\frac{i}{2(k^++i\epsilon)^2}\partial_{\mathbf{y}^i}\mathcal{G}^{ab}_{k^+}(\underline{x},\underline{y}) \tag{19}$$

Propagator skalarny w polu tła $\mathcal{G}^{ab}_{k^+}(\underline{x},\underline{y})$ spełnia skalarne równanie Greena którego rozwiązanie daje się formalnie przedstawić jako całkę po drogach

$$\mathcal{G}^{ab}_{k^+}(\underline{x},\underline{y})=\theta(x^+-y^+)\int_{\mathbf{z}(y^+)=\mathbf{y}}^{\mathbf{z}(x^+)=\mathbf{x}}\big[\mathcal{D}\mathbf{z}(z^+)\big]\,e^{\frac{ik^+}{2}\int_{y^+}^{x^+}dz^+\dot{\mathbf{z}}^2(z^+)}\,U^{ab}\Big(x^+,y^+;\big[\mathbf{z}(z^+)\big]\Big) \tag{20}$$

z linią Wilsona

$$U^{ab}\Big(x^+,y^+;\big[\mathbf{z}(z^+)\big]\Big)=\mathcal{P}_+\exp\bigg\{ig\int_{y^+}^{x^+}d\tilde{z}^+\,T^c\,A^-_c\Big(\tilde{z}^+,\mathbf{z}(z^+)\Big)\bigg\}^{ab} \tag{21}$$

zależną od trajektorii $\mathbf{z}(z^+)$ ruchu Browna. W granicy zerowej szerokości podłużnej, $x^+-y^+\to 0$, propagator skalarny w polu tła $\mathcal{G}^{ab}_{k^+}(\underline{x},\underline{y})$ przyjmuje postać standardowej linii Wilsona wprowadzonej w równaniu (12) w granicy eikonalnej. Tym samym, można bezpiecznie przyjąć, że wszystkie efekty nieeikonalne są zakodowane w postaci propagatora skalarnego w polu tła. To oznacza również, że można dokonać rozwinięcia eikonalnego propagatora $\mathcal{G}^{ab}_{k^+}(\underline{x},\underline{y})$, w którym pierwszy wyraz rozwinięcia odpowiada granicy eikonalnej, zaś wyrazy wyższych rzędów odpowiadają poprawkom nieeikonalnym.

Aby wykonać rozwinięcie eikonalne propagatora skalarnego w polu tła $\mathcal{G}^{ab}_{k^+}(\underline{x},\underline{y})$ należy go wpierw zdyskretyzować. W granicy eikonalnej stosunek $k^+/(x^+-y^+)$ jest dużo większy niż kwadrat dowolnej skali poprzecznej w danym zagadnieniu. W granicy dużych wartości k^+ jest rzeczą naturalną aby rozważyć ogólną trajektorię jako odstępstwo od klasycznej trajektorii ruchu swobodnego

$$\mathbf{z}_n=\mathbf{z}^{\rm cl}_n+\mathbf{u}_n \tag{22}$$

w której położenia poprzeczne $\mathbf{z}^{\rm cl}_n$ w kroku n leżą na prostej podzielonej na N części

$$\mathbf{z}^{\rm cl}_n=\mathbf{y}+\frac{n}{N}(\mathbf{x}-\mathbf{y}) \tag{23}$$

pomiędzy punktami początkowym i końcowym, a $\mathbf{u}_n$ są odchyleniami trajektorii od tej prostej, spełniające warunki brzegowe $\mathbf{u}_0=\mathbf{u}_N=0$ (patrz rysunek 4-A). Po przeprowadzeniu rozwinięcia wokół trajektorii klasycznej przy ustalonych położeniach początkowym i końcowym należy wykonać inne rozwinięcie w granicy $\mathbf{u}_n\to 0$, ponieważ w każdym kroku dyskretyzacji odległość poprzeczna pomiędzy drogą klasyczną i początkowym położeniem poprzecznym $\mathbf{y}$ jest mała (patrz rysunek 4-B).

Po wykonaniu tych dwóch rozwinięć do drugiego rzędu w skończonej szrokości podłużnej tarczy (x^+-y^+), propagator skalarny w polu tła $\mathcal{G}^{ab}_{k^+}(\underline{x},\underline{y})$ można przedstawić jako

$$\begin{aligned}\int d^2\mathbf{x}\,e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}\,\mathcal{G}^{ab}_{k^+}(\underline{x},\underline{y}) &= \theta(x^+-y^+)e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{y}}e^{-k^-(x^+-y^+)}\Big\{U(x^+,y^+;\mathbf{y})\\ &+\frac{(x^+-y^+)}{k^+}\Big[\mathbf{k}^iU^i_{[0,1]}(x^+,y^+;\mathbf{y})+\frac{i}{2}U_{[1,0]}(x^+,y^+;\mathbf{y})\Big]\\ &+\frac{(x^+-y^+)^2}{(k^+)^2}\Big[\mathbf{k}^i\mathbf{k}^jU^{ij}_{[0,2]}(x^+,y^+;\mathbf{y})+\frac{i}{2}\mathbf{k}^iU^i_{[1,1]}(x^+,y^+;\mathbf{y})-\frac{1}{4}U_{[2,0]}(x^+,y^+;\mathbf{y})\Big]\Big\}^{ab}\end{aligned} \tag{24}$$

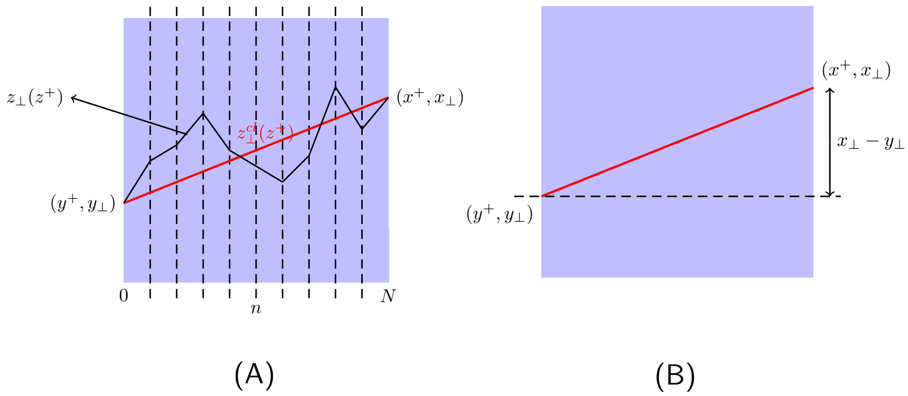

Figure 4: (A) Ilustracja rozwinięcia perturbacyjnego wokół trajektorii klasycznej. Linia czerwona odpowiada trajektorii klasycznej. W każdym kroku dyskretyzacji n, różnica między trajektorią ruchu Browna a trajektorią klasyczną równa się $\mathbf{u}_n$. Rozwinięcie perturbacyjne odpowiada rozwinięciu w szereg Taylora w granicy $\mathbf{u}_n \to 0$. (B) Ilustracja rozwinięcia w pobliżu początkowej współrzędnej poprzecznej. Pierwsze rozwinięcie jest wykonane przy ustalonych współrzędnych początkowej i końcowej. W granicy dużych wartości pędu podłużnego k^+ otrzymany wynik powinien być rozwinięty wokół początkowej współrzędnej, ponieważ w każdym kroku dyskretyzacji różnica $\mathbf{z}^{\mathrm{cl}}(z^+) - \mathbf{y}$ przyjmuje małe wartości.

Pierwszy wyraz po prawej stronie równania (24) jest standardową linią Wilsona zdefiniowaną wzorem (12), która występuje tylko w przybliżeniu eikonalnym. Wyraz rzędu $O\big[(x^+ - y^+)/k^+\big]$ jest poprawką pierwszego rzędu do wyrażeń w dokładnej granicy eikonalnej (next-to-eikonal order (NEik)). Podobnie, wyrazy rzędu $O\big[(x^+ - y^+)^2/(k^+)^2\big]$ są poprawkami drugiego rzędu (next-to-next-to-eikonal order (NNEik)). Wielkości oznaczone jako $U_{[\alpha,\beta]}(x^+, y^+; \mathbf{y})$ są *ozdobionymi* (*decorated*) liniami Wilsona, które występują jedynie w poprawkach do wyrażeń w dokładnym przybliżeniu eikonalnym. Pierwszy indeks α ozdobionej linii Wilsona oznacza rząd rozwinięcia wokół trajektorii klasycznej, podczas gdy indeks drugi β oznacza rząd rozwinięcia wokół początkowej współrzędnej poprzecznej $\mathbf{y}$. Powód dla którego nazywamy te wielkości ozdobionymi jest ich struktura. Wielkości te zawierają wstawki z pola tła w standardowej linii Wilsona. Na przykład, pierwsza ozdobiona linia Wilsona ma postać

$$\Big[U^i_{[0,1]}(x^+, y^+; \mathbf{y})\Big]^{ab} = \int_{y^+}^{x^+} dz^+ \frac{z^+ - y^+}{x^+ - y^+} U^{ac}(x^+, z^+; \mathbf{y}) \big[ig\, T^e_{cd}\, A^-_e(z^+, \mathbf{y})\big]\, U^{db}(z^+, y^+; \mathbf{y}) \tag{25}$$

Inne ozdobione linie Wilsona mają podobną strukturę i zawierają jedną bądź więcej wstawek pola tła. Nie przedstawiam tutaj struktury wszystkich ozdobionych linii Wilsona z uwagi na złożoność i długość ich wyrażeń (patrz prace [H1], [H4]). Korzystając z wyrażenia (19) na opóźniony propagator gluonu w polu tła oraz ze wzoru (24) na propagator skalarny w polu tła można łatwo otrzymać wyrażenie na amplitudę produkcji gluonu z dokładnością NNEik dane wzorem (18).

Opóźniony propagator gluonu w polu tła $G^{\mu\nu}_R(x, y)_{ab}$ i tym samym propagator skalarny w polu tła $\mathcal{G}^{ab}_{k^+}(\underline{x}, \underline{y})$ są głównymi narzędziami opisu zderzeń wysokoenergetycznych. W pracach [H1] i [H4] rozwinięcie eikonalne obliczone dla propagatora gluonu w pola tła zostało następnie zastosowane do opisu w ramach podejścia CGC wysokoenergetycznych procesów zderzeń pA. Zostały przeanalizowane dwie obserwable zderzeń w obszarze centralnym pośpieszności: przekrój czynny na inkluzywną produkcję gluonu oraz asymetrię względem spinu poprzecznego spolaryzowanej tarczy (target transverse spin asymmetry). W przypadku przekroju czynnego inkluzywnej produkcji gluonu wykazano, że wyrazy NEik dają w sumie zerowy wkład i że pierwsze niezerowe poprawki do wyrażeń w dokładnej granicy eikonalnej występują w rzędzie NNEik. Z drugiej strony, w przypadku asymetrii względem poprzecznego spinu tarczy pokazano, że zarówno wkład do asymetrii w dokładnej granicy eikonalnej jak i wyrazy NNEik dają zerowy wkład i że wiodącym wkładem do tej obserwabli są poprawki typu NEik.

W pracy [H6], wyniki otrzymane w publikacjach [H1] i [H4] dotyczące przekroju czynnego na produkcję inkluzywną gluonu uwzględniające poprawki NNEik zostały przebadane w granicy słabego pola. W tej granicy, z ozdobionych linii Wilsona zostały wydzielone wyrazy pierwszego rzędu w polu tła tarczy $A^-_a(z^+,\mathbf{y})$. Dla przykładu, w tej granicy ozdobiona linia Wilsona $\left[U^i_{[0,1]}(x^+,y^+;\mathbf{y})\right]^{ab}$ dana wzorem (25) redukuje się do wyrażenia

$$\left[U^i_{[0,1]}(x^+,y^+;\mathbf{y})\right]^{ab} \to \int_{y^+}^{x^+} dz^+ \,\frac{z^+-y^+}{x^+-y^+}\left[ig\,T^c_{ab}\,A^-_c(z^+,\mathbf{y})\right] \tag{26}$$

które pozwala obliczyć wierzchołek Lipatova. Po rozwinięciu wyrazów eikonalnego i nieeikonalnego do pierwszego rzędu w potędze pola tła, otrzymuje się wierzchołek Lipatova z dokładnością do wyrazów NNEik mający postać

$$L^i_{\mathrm{NNEik}}(\mathbf{p},\mathbf{k}) = -2\bigg(\frac{\mathbf{p}^i}{\mathbf{p}^2}-\frac{\mathbf{k}^i}{\mathbf{k}^2}\bigg)\mathbf{k}^2\bigg\{1+\frac{i}{2}\mathbf{p}^2\frac{z_2^+}{p^+}-\frac{1}{8}\bigg(\mathbf{p}^2\frac{z_2^+}{p^+}\bigg)^2\bigg\} \tag{27}$$

Chciałbym teraz zinterpretować poszczególne wyrazy w powyższym wzorze posługując się rysunkiem 5. Nadlatujący pocisk z pędem poprzecznym $\mathbf{k}$ oddziaływuje z tarczą mającą jakiś skończony rozmiar podłużny z_2^+. Poprzeczny przekaz pędu z tarczy wynosi $\mathbf{p}-\mathbf{k}$, zaś wyprodukowany gluon niesie pęd poprzeczny $\mathbf{p}$ i pęd podłużny p^+.

Pierwszy wyraz po prawej stronie równania (27) odpowiada wkładowi w granicy eikonalnej. Wyrazy drugi i trzeci są odpowiednio poprawkami NEik oraz NNEik. Struktura wierzchołka sugeruje, że poprawki do amplitudy związane ze skończoną szerokością tarczy mogą sumować się do funkcji wykładniczej [3]:

$$\bigg\{1+\frac{i}{2}\mathbf{p}^2\frac{z_2^+}{p^+}-\frac{1}{8}\bigg(\mathbf{p}^2\frac{z_2^+}{p^+}\bigg)^2\bigg\} \to \exp\bigg(i\frac{\mathbf{p}^2}{2p^+}z_2^+\bigg) \tag{28}$$

Niemniej jednak, ograniczmy się do wierzchołka Lipatova danego wzorem (27). Prowadzi to do następującego wyrażenia na przekrój czynny na produkcję inkluzywną gluonu:

$$\frac{d\sigma}{dp^+d^2\mathbf{p}} = 4\,N_c\,(N_c^2-1)S_\perp\frac{g^2}{p^2}\left[1-\frac{1}{6}\bigg(\frac{\mathbf{p}^2\lambda^+}{2p^+}\bigg)^2\right]\int\frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2}\phi_P(\mathbf{k}^2)\,\phi_T\big[(\mathbf{p}-\mathbf{k}^2)\big]\,, \tag{29}$$

w którym λ^+ jest długością korelacji kolorowych w tarczy, przyjmującą wielkości rzędu rozmiaru nukleonu. Wystąpienie zależności od λ^+ jest związane ze skończoną szerokością tarczy, gdyż w tym

[3] Fakt ten został później udowodnione w pracy [75].

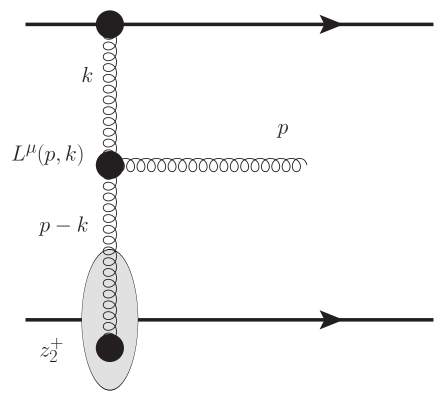

Figure 5: Diagram opisujący inkluzywną produkcję gluonu z wierzchołkiem Lipatova z poprawkami nieeikonalnymi.

przypadku w korelatorze dwóch pól kolorowych gęstości ich ładunków mogą mieć różne współrzędne podłużne. Prowadzi to w naturalny sposób do wystąpienia w obserwablach zależności od λ^+.

Wyraz rzędu $O(1)$ we wzorze (29) nosi nazwę inkluzywnego przekroju czynnego na produkcję cząstki w ramach faktoryzacji k_t. Wyrazy NEik będące rzędu $O[(\mathbf{p}^2\lambda^+)/p^+]$ nie występują w przekroju czynnym, podobnie jak to miało miejsce w poprzednim przypadku, gdy przekrój czynny był zapisany przy uwzględnieniu wkładów pola tła tarczy we wszystkich rzędach. Pierwsza poprawka do wkładu wiodącego otrzymanego w ramach faktoryzacji k_t występuje w rzędzie NNEik. Wzór (29) wyprowadzony w ramach faktoryzacji k_t z uwzględnieniem poprawek pochodzących spoza dokładnej granicy eikonalnej został wyprowadzony po raz pierwszy w pracy [H7].

Jak już wspomniano powyżej, wkład poprawki NNEik jest tłumiony w wyniku występowania w niej dwóch potęg odwrotności składowej p^+ pędu na stożku świetlnym wyprodukowanego gluonu, lecz jest wzmacniany w wyniku występowania w nim pędu poprzecznego. Niemniej jednak, poprawka NNEik do produkcji inkluzywnej gluonu nie zawiera jądrowego czynnika wzmacniającego wkład $A^{1/3}$, gdyż występuje w niej skala korelacji kolorowych λ^+, a nie szerokość tarczy L^+. Jednak chciałbym podkreślić, że poprawki nieeikonalne proporcjonalne do długości korelacji kolorowych λ^+ mogą przyjmować całkiem spore wartości zależnie od kinematyki procesu. Dla realistycznych wartości $\lambda^+ \simeq 0.5$ fm, względna waga poprawek nieeikonalnych w stosunku do wkładu eikonalnego może się zmieniać w przedziale od 2 do 10 procentów [75].

4.3.2 Produkcja cząstek z pośpiesznościami do przodu: Podsumowanie wyników prac [H2] i [H8]

Produkcja cząstek z pośpiesznościami do przodu w zderzeniach pA jest inną obserwablą używaną do testowania zgodności przewidywań wyników obliczeń w ramach podejścia CGC z danymi doświadczeń prowadzonych w RHIC oraz LHC. Obliczanie tej obserwabli prowadzi się przy użyciu "formalizmu hybrydowego" [30]. W tym podejściu, funkcja falowa rozrzedzonego pocisku obliczana jest perturbacyjnie w ramach faktoryzacji kolinearnej bez przyjmowania żadnych przybliżeń, natomiast rozpraszanie partonów pocisku na polach tarczy opisuje się w w ramach metody CGC w przybliżeniu eikonalnym.

W ostatnich latach przedmiotem wielu badań były obliczenia inkluzywnej produkcji gluonu z niewiodącymi poprawkami radiacyjnymi (next-to-leading, NLO) [32, 33, 34, 35]. Jednakże badania numeryczne [36] pokazują, że poprawki NLO są bardzo duże co ma poważne konsekwencje. W szczególności, przekroje czynne przyjmują wartości ujemne przy umiarkowanych wartościach pędu poprzecznego. Problem ten bardzo wyraźnie ilustruje rysunek 6 wzięty z pracy [36].

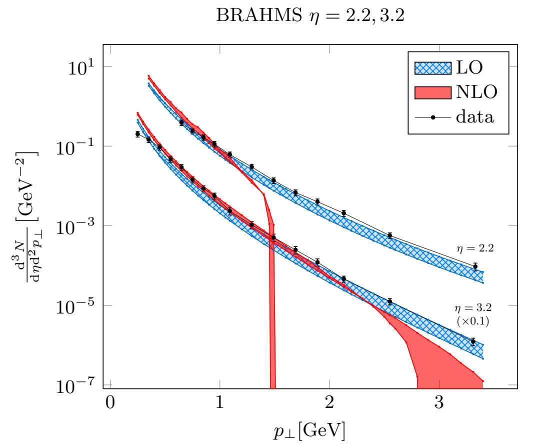

Figure 6: Rysunek wzięty z pracy [36]. Dane doświadczalne kolaboracji BRHAMS [37] dotyczące rozkładu liczby naładowanych hadronów jako funkcji pędu poprzecznego w zderzeniach dAu z pośpiesznościami $\eta = 2.2$ i $\eta = 3.2$, dla $\sqrt{s^{NN}} = 200\,GeV$. Dane porównane są z wynikami analizy numerycznej rozkładu gluonu w modelu rcBK (model BK z biegnącą stałą sprzężenia), zarówno w rzędzie LO jak i NLO. Pomimo tego, że wyniki w rzędzie LO opisują dane całkiem nieźle, to wyniki poprawek NLO wykazują występowanie niestabilności przy umiarkowanych wartościach pędu poprzecznego.

W pracy [H2] badałem produkcję cząstki do przodu z uwzględnieniem poprawek NLO w celu zidentyfikowania powodu problemu występowania ujemnych wartości przekroju czynnego i znalezienia rozwiązania tego problemu prowadzącego do stabilnych wielkości poprawek NLO. Dwoma ważnymi wynikami badań przedstawionych w pracy [H2] są: (i) wyznaczenie właściwego przedziału wartości pośpieszności dostępnych w trakcie ewolucji tarczy oraz (ii) poprawne uwzględnienie efektu produkcji par partonów, które mogą oddziaływać z tarczą w trakcie procesu zderzenia.

Jednym z najważniejszych czynników pozwalających ustalić powód występowania ujemnych wartości przekrojów czynnych tak, aby je poprawnie obliczać jest wybór układu kinematycznego w którym prowadzi się rachunki. Najwygodniejszy układem jest układ kinematyczny pocisku PROJ. Ten układ kinematyczny został pierwszy raz wprowadzony w pracy [H2], gdyż pozwolił uniknąć części wspomnianych wyżej problemów. W układzie tym pocisk porusza się dostatecznie szybko, aby występowały partony z ułamkiem pędu $x_p = p^+/P_P^+$ (część pędu podłużnego pocisku niesiona przez wyprodukowany parton). Z drugiej strony, również tarcza porusza się szybko i niesie większość energii procesu. W układzie PROJ całkowita energia (a ściślej jej kwadrat) s jest wyrażona poprzez duże pędy pocisku $P^+_{P,\,\mathrm{PROJ}}$ i tarczy $P^-_{T,\,\mathrm{PROJ}}$ jako

$$P^+_{P,\,\mathrm{PROJ}} = \frac{s}{2\,P^-_{T,\,\mathrm{PROJ}}} \tag{30}$$

W tym układzie kinematycznym duże pędy pocisku i tarczy skalują się z energią w odmienny sposób:

$$P^+_{P,\,\mathrm{PROJ}} = \text{constant} \;, \qquad\qquad P^-_{T,\,\mathrm{PROJ}} \propto s \tag{31}$$

Badanie ewolucji wymaga wprowadzenia również energii początkowej $s_0 = 2P^+_{P,\,\mathrm{PROJ}}\,P^{-0}_{T}$. Wynik końcowy nie zależy w jawny sposób od s_0. Aby osiągnąć energię początkową s_0 pocisk poddany zostaje transformacji pchnięcia z jego układu spoczynkowego o pośpieszności Y_P, zaś tarcza podlega podobnej transformacji pchnięcia z jej układu spoczynkowego daną przez pośpieszność Y_T^0. Podział całkowitej pośpieszności pomiędzy pociskiem i tarczą ilustruje rysunek 7. Po osiągnięciu pier-

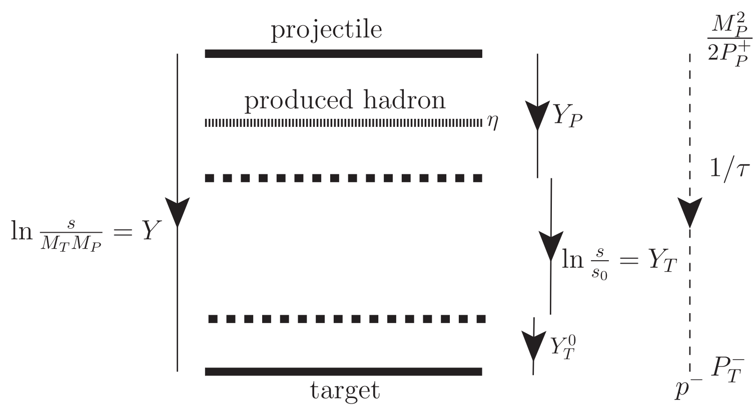

Figure 7: Szkic rozkładu pośpieszności i skal pędów w układzie PROJ .

wotnej energii s_0, energia procesu wzrasta w wyniku poddania tarczy przekształceniu pchnięcia z pośpiesznością Y_T daną wzorem

$$Y_T = \ln \frac{s}{s_0} \tag{32}$$

Ewolucja tarczy od pośpieszności Y_T^0 do końcowej pośpieszności Y_T jest dana równaniem ewolucji BK przedstawionym równaniem (14) wraz z równaniem (15). Warunek początkowy dla ewolucji funkcji falowej tarczy jest zadany przy wartości pośpieszności Y_T^0. Przedstawiony wyżej podział całkowitej pośpieszności pomiędzy pociskiem i tarczą oraz końcowa ewolucja w pośpieszności różni się od przepisu standardowego używanego w pracach [33, 34, 35, 36]. Przepis standardowy zakłada ewolucję tarczy do wartości pośpieszności $Y_g = \ln \frac{1}{x_g}$, przy której wyprodukowany jest gluon. Uzasadnieniem tego założenia jest przyjęcie, że energia na stożku świetlnym p^- produkowanego gluonu pochodzi od wymiany pojedynczego gluonu z tarczy niosącego ułamek pędu podłużnego tarczy $x_g = p^-/P^-$.

Jednakże takie rozumowanie pomija fakt, że tarcza jest obiektem gęstym. Parton pocisku doświadcza w trakcie procesu wielokrotnych zderzeń i dlatego jego pęd w stanie końcowym p^- nie jest wynikiem pojedynczej wymiany gluonu tarczy, lecz szeregu wymian. To oznacza, że x_g

jest górną granicą ułamka pędu tarczy niesioną przez gluon i tym samym Y_g oznacza tylko dolną granicę wartości pośpieszności, do których tarcza powinna podlegać ewolucji. A zatem, zamiast Y_g należy używać Y_T jako górną granicę pośpieszności przy ewolucji tarczy. Ten wniosek dotyczący wyznaczenia granic ewolucji w pośpieszności jest pierwszym wynikiem pracy [H2].

Oprócz zdefiniowania najbardziej wygodnego układu kinematycznego obliczeń oraz wyznaczenia przedziału pośpieszności przy ewolucji tarczy najważniejszą nową cechą obliczeń, które wykonałem w pracy [H2] jest uwzględnienie w trakcie obliczeń tzw. "*ograniczeń czasu Ioffego*" ("*Ioffe time restriction*"), które umożliwiają spójny opis konfiguracji partonowych (par partonów w rzędzie NLO), które są rozróżniane (resolved) w trakcie oddziaływania z tarczą. Ograniczenia te można wyjaśnić w następujący sposób. W kanale z kwarkowym, w wiodącym rzędzie wchodzący kwark zderza się z tarczą prowadząc do wytworzenia cząstki w stanie końcowym. W rzędzie NLO wchodzący kwark w funkcji falowej pocisku rozszczepia się na parę kwark-gluon i następnie rozprasza się na tarczy. W ramach formalizmu hybrydowego zderzenie pary kwark-gluon jest traktowane jako proces całkowicie eikonalny. Oddziaływanie każdego partonu z tarczą prowadzi do wystąpienia w jego opisie linii Wilsona. Jednakże przy początkowej energii s_0 tarcza ma skończoną szerokość podłużną. Dlatego oddziaływanie z nią pary kwark-gluon jest tylko możliwe, gdy czas jej życia jest dłuższy niż czas jej propagacji przez tarczę. Ten warunek można przedstawić w następującej postaci:

$$t_c = \frac{2\,\bar{\xi}\,\xi\,x_B P^+}{\mathbf{k}^2} > \tau \tag{33}$$

gdzie t_c jest czasem życia pary, τ jest ustaloną skalą czasową wyznaczoną przez podłużny rozmiar tarczy, $x_B P^+$ jest pędem podłużnym wchodzącego kwarku i ξ jest ułamkiem pędu podłużnego niesionego przez gluon ($\bar{\xi} = 1-\xi$) i $\mathbf{k}$ jest pędem poprzecznym wyemitowanego gluonu. Skala czasowa τ występuje w obliczeniach poprzez zależność od niej energii początkowej $P^+/\tau = s_0/2$. Tak więc gdy czas życia pary nie jest dostatecznie długi, oddziaływanie pary z tarczą nie pozwala sandować jej struktury partonowej. Tym samym nie można odróżnić pary partonów od pojedynczego pierwotnego kwarku.

.

Ograniczenie związane z czasem Ioffego uwzględnia się w konkretnych rachunkach poprzez zastąpienie standardowych pól Weiszackera-Williamsa $A^i(\mathbf{y}-\mathbf{z})$ polami zmodyfikowanymi $\mathcal{A}^i_\xi(\mathbf{y}-\mathbf{z})$:

$$A^i(\mathbf{y}-\mathbf{z}) = -\frac{1}{2\pi}\frac{(\mathbf{y}-\mathbf{z})^i}{(\mathbf{y}-\mathbf{z})^2} \to \mathcal{A}^i_\xi(\mathbf{y}-\mathbf{z}) = -\frac{1}{2\pi}\frac{(\mathbf{y}-\mathbf{z})^i}{(\mathbf{y}-\mathbf{z})^2}\left[1 - J_0\left(|\mathbf{y}-\mathbf{z}|\sqrt{2\xi\bar{\xi}\frac{x_B P^+}{\tau}}\right)\right] \tag{34}$$

gdzie J_0 jest funkcją Bessela pierwszego typu. W przypadku, gdy ograniczenia związane z czasem Ioffego nie są brane pod uwagę (czyli w granicy $P^+/\tau \to \infty$), zmodyfikowane pole Weiszackera-Williamsa redukuje się do pola standardowego.

Z pomocą opisanych wyżej dwóch modyfikacji obliczyłem przekrój czynny na produkcję kwarku z poprawkami NLO w ramach formalizmu hybrydowego i wykazałem, że wyrazy NLO w przekroju czynnym dają dwa wkłady

$$\left.\frac{d\sigma^{q\to H}}{d^2\mathbf{p}d\eta}\right|_{\text{NLO}} = \left.\frac{d\sigma^{q\to H}}{d^2\mathbf{p}d\eta}\right|^{\text{lit.}}_{\text{NLO}} + L_q \tag{35}$$

Wyraz pierwszy po prawej stronie równania (35) stanowi częśc wkładu NLO znanego wcześniej w literaturze (patrz dla przykładu prace [33, 34, 35]) i nie zależy on od ograniczeń związanych z czasem

Ioffego. Z drugiej strony, wyraz L_q jest nowym wkładem kodującym ograniczenia związane z czasem Ioffego. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku kanału gluonowego, kiedy obliczany nowy wkład L_g uwzględnia ograniczenia związane z czasem Ioffego. Z uwagi na długość tych wyrażeń nie przedstawiam tutaj ich jawnych postaci, które można znaleźć w pracy [H2] (równanie (3.8)).

Wkrótce po opublikowaniu pracy [H2] nowe wkłady L_q i L_g zostały odtworzone w publikacji [38] w ramach nieco innego podejścia zwanego "podejściem dokładnie kinematycznym ("exact kinematical approach"). Analiza numeryczna przedstawiona w pracy [38] wykazała, że nowe wkłady L_q i L_g biorące pod uwagę ograniczenia związane z czasem Ioffego zmniejszają w istotny sposób konsekwencje występowania ujemnych wkładów poprawek NLO do przekroju czynnego, co widać wyraźnie na rysunku 8.

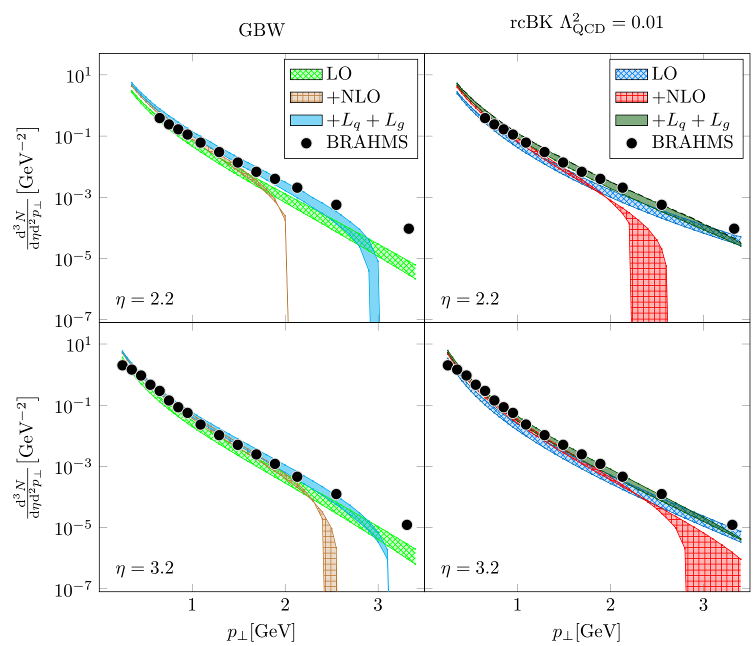

Figure 8: Rysunek pochodzi z pracy [38]. Przedstawia on porównanie danych kolaboracji BRHAMS [37] dotyczące rozkładu liczby naładowanych hadronów jako funkcji pędu poprzecznego w zderzeniach dAu z pośpiesznościami $\eta = 2.2$ i $\eta = 3.2$, dla $\sqrt{s^{NN}} = 200\,GeV$. Dane porównane są z wynikami analizy numerycznej rozkładu gluonu w modelu GBW oraz w modelu rcBK (model BK z biegnącą stałą sprzężenia),

Jak już omówiłem w rozdziale 4.2, część nieperturbacyjna hadronowego różniczkowego przekroju czynnego zależna od struktury hadronów jest opisana w ramach podejścia CGC funkcjami rozkładu partonów (PDFs), które zależą od pędu podłużnego partonu w hadronie. PDFs są obiektani uniwersalnymi. W przypadku pewnych procesów równie ważną zmienną jest pęd poprzeczny partonów, co wymaga uogólnienia PDFs na funkcje rozkładu partonów z pędem poprzecznym (transverse momentum dependent distribution functions, TMDs), zawierające też zależność od pędu poprzecznego. W odróżnieniu od PDFs funkcje TMDs zależą od procesu rozpraszania i są one przedmiotem dużego zainteresowania, ponieważ ich pomiar umożliwia wgląd w strukturę trójwymiarową hadronów.

Oprócz produkcji inkluzywnej cząstki formalizm hybrydowy jest również używany przy opisie produkcji do przodu dwóch dżetów (dijets) w zderzeniach pA [39]. Proces ten jest szczególnie interesujący z uwagi na fakt, że może on być opisywany w ramach standardowej faktoryzacji TMD (wprowadzając hadronowe elementy macierzone iloczynów dwóch operatorów lokalnych zawierających linie Wilsona) oraz w ramach podejścia CGC. Wyniki otrzymane przy zastosowaniu tych dwóch metod opisu powinny pokrywać się w przypadku założenia w obu przypadkach szczególnych warunków kinematycznych. Ostatnio wykazano, że granica wysokoenergetyczna przekroju czynnego na produkcję dwóch dżetów wyznaczona w ramach faktoryzacji TMD pokrywa się wyrażeniem dla przekroju czynnego otrzymanym w ramach podejścia CGC w granicy korelacyjnej (kiedy wyprodukowane dżety mają przeciwne pędy poprzeczne) [40, 41, 42, 43]. Wniosek ten sugeruje, że oba podejścia są równoważne w wiodącym rzędzie i w szczególnych granicach kinematycznych oraz dowodzi, że wykonując obliczenia w ramach podejścia CGC można w przypadku tych szczególnych procesów otrzymać cały zbiór różnych rozkładów TMDs.

W pracy [H8] przebadałem produkcję trzech cząstek w stanie końcowym w zderzeniach pA uwzględniając modyfikacje obliczeń w ramach standardowego formalizmu hybrydowego przedstawione w publikacji [H2]. Mianowicie, rozważanym procesem jest produkcja do przodu miękkiego fotonu z pędem poprzecznym $|\mathbf{q_1}| \sim Q_s$ i dwóch twardych dżetów z pędami poprzecznymi $|\mathbf{q_2}|, |\mathbf{q_3}| \gg Q_s$:

$$p(p_p) + A(p_A) \to \gamma(q_1) + g(q_2) + q(q_3) + X \tag{36}$$

Dwa najważniejsze wyniki otrzymane w pracy [H8] można podsumować następująco. Po pierwsze, jest to pierwsza analiza która wyprowadza wyrażenie na przekrój czynny na produkcję trzech cząstek w formalizmie hybrydowym. Ponadto, w badanym procesie jedną z wyprodukowanych cząstek jest foton zaś obserwable z udziałem fotonu mają kluczowe znaczenie w badaniach prowadzonych w przyszłych zderzaczach takich jak Zderzacz Elektronów i Jonów (Electron-Ion Collider, EIC) oraz Duży Zderzacz Hadronów i Elektronów (Large Hadron electron Collider, LHeC). Po drugie, otrzymany w ramach podejścia CGC końcowy wynik tej pracy dostarcza w granicy korelacyjnej wyrażenie, które pozwala testować zasadę korespondencji z wynikiem otrzymanym w ramach faktoryzacji TMD w procesie produkcji do przodu dwóch dżetów, będącym bardziej złożonym procesem niż proste procesy $1 \to 2$, przejścia jednej cząstki w dwie.

Obliczenia przekroju czynnego na produkcję trzech cząstek były przeprowadzone zgodnie ze strategią przedstawioną w pracy [H2]. W rzędzie g_e wchodzący stan kwarkowy zawiera wyemitowany z niego foton. W rzędzie g_s stan kwarku zawiera wyemitowany z niego gluon. Ponieważ przedmiotem naszego zainteresowania jest produkcja trzech cząstek w stanie końcowym potrzebne jest również stan "ubranego" kwarku w rzędzie $g_e g_s$, zawierający wyemitowane gluon wraz z fotonem. W tym rzędzie należy uwzględnić dwa różne wkłady: z emisją fotonu przed lub po emisji gluonu (patrz rysunek 9).

"Ubrany" stan kwarkowy obliczony do rzędu $g_e g_s$, a zatem zawierający składowe złożone z samego kwarku, kwarku i fotonu, kwarku i gluonu oraz z kwarku, gluonu i fotonu, ulega następnie rozproszeniu na tarczy prowadząc do wytworzenia stanu końcowego, co prowadzi do wystąpienia w jego opisie linii Wilsona (w reprezentacji dołączonej grupy koloru w przypadku gluonu i w reprezentacji podstawowej w przypadku kwarku). Istotną składową stanu końcowego przy produkcji trzech

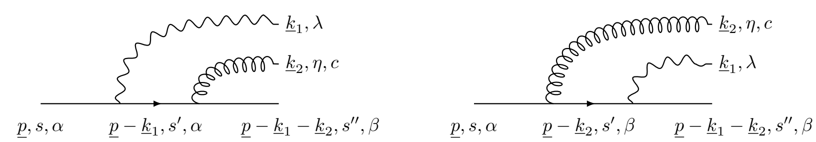

Figure 9: Dwie składowe stanu ubranego kwarku w rzędzie $O(g_e g_s)$ odpowiadające dwóm możliwym uporządkowaniom emisji fotonu i gluonu z kwarku.

cząstek jest składowa złożona z kwarku, gluonu i fotonu (przy obliczaniu przekroju czynnego w przybliżeniu drzewowym pozostałe składowe dają zerowy wkład). Ponadto, dominującym mechanizmem produkcji miękkiego fotonu jest jego kolinearna emisja z wchodzącego kwarku, która jest możliwa tylko w przypadku, gdy ma ona miejsce przed emisją gluonu. Tak więc można pominąć wkład drugiego uporządkowania wspomnianego poprzednio. W ten sposób wytworzony jest stan końcowy i przekrój czynny na produkcję miękkiego fotonu i dwóch twardych dżetów można otrzymać w prosty sposób. Końcowe wyrażenie na przekrój czynny jest przedstawione w pracy [H8] (równanie 2.25). Ważność tego wyniku polega na tym, że stanowi on pierwszy krok w kierunku opisu produkcji pary foton-dżet z poprawkami NLO i ewentualnie wykonania obliczeń w ramach formalizmu hybrydowego przekroju czynnego na produkcję fotonu uwzględniających wszystkie poprawki NLO.

Niemniej jednak, złożony wzór końcowy na przekrój czynny upraszcza się w przypadku produkcji dżetów z pędami poprzecznymi $|\mathbf{q}_2|$ i $|\mathbf{q}_3|$ które są dużo większe aniżeli skala saturacji tarczy (the saturation scale of the target) $|\mathbf{q}_2|, |\mathbf{q}_3| \gg Q_s$. Źródłem dużych pędów produkowanych dżetów jest duży względny pęd poprzeczny kwarku i gluonu pary występującej w funkcji falowej. W takim przypadku przekaz pędu poprzecznego pomiędzy tarczą i tą parą kwark-gluon jest mały. Tym samym dżety w stanie końcowym mają prawie przeciwne pędy poprzeczne. Mała wartość sumy pędów dżetów w stanie końcowym $|\mathbf{q}_2+\mathbf{q}_3|$ jest więc czuła na wartości pędów poprzecznych gluonów w tarczy, których wartości są rzędu wielkości skali saturacji, czyli $|\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3| \sim Q_s$. Tak więc, w granicy korelacyjnej będącej przedmiotem naszego zainteresowania spełnione są następujące warunki kinematyczne:

$$|\mathbf{q}_2|, |\mathbf{q}_3|, |\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3| \gg |\mathbf{q}_1|, |\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3| \sim Q_s \tag{37}$$

W takiej sytuacji, rozmiar poprzeczny w przestrzeni położeń wyprodukowanej pary kwark-gluon jest mały. To pozwala posłużyć się przybliżeniem małych dipoli i rozwinąć wynik końcowy w szereg potęgowy rozmiarów dipoli. W wyniku takiego postępowania można wyrazić partonowy przekrój czynny poprzez dwa pierwsze gluonowe rozkłady TMD:

$$\frac{d\sigma^{qA\to q\gamma g+X}}{d^3\underline{q}_1 d^3\underline{q}_2 d^3\underline{q}_3} \propto \alpha_s^2 \alpha_{em} \frac{1}{\mathbf{q}_1^2} \left\{ \left[\xi_2^2 - \frac{\bar{\xi}_2^2}{N_c^2} \right] \mathcal{F}_{qg}^{(1)}(x_2, P_T) + \mathcal{F}_{qg}^{(2)}(x_2, P_T) \right\} \tag{38}$$

Pełne wyrażenie na tą wielkość przedstawia równanie (3.14) w pracy [H8]. W powyższym wzorze $P_T = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3$ i jak poprzednio $\xi_2 = q_2^+/p^+$. Funkcje $\mathcal{F}_{qg}^{(1)}(x_2, P_T)$ i $\mathcal{F}_{qg}^{(2)}(x_2, P_T)$ są dwoma pierwszymi gluonowymi rozkładami TMD [42] zdefiniowanymi wzorami

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_{qg}^{(1)}(x_2, P_T) &= \frac{4}{g^2}\int d^2\mathbf{b}\, d^2\mathbf{b}'\, e^{iP_T\cdot(\mathbf{b}-\mathbf{b}')} \Big\langle \mathrm{tr}\big[\big(\partial^i U_{\mathbf{b}}\big)\big(\partial^i U^\dagger_{\mathbf{b}'}\big)\big]\Big\rangle_{x_2}\\ \mathcal{F}_{qg}^{(2)}(x_2, P_T) &= -\frac{4}{g_2}\int d^2\mathbf{b}\, d^2\mathbf{b}'\, e^{iP_T\cdot(\mathbf{b}-\mathbf{b}')} \Big\langle \mathrm{tr}\big[\big(\partial^i U_{\mathbf{b}}\big)U^\dagger_{\mathbf{b}'}\big(\partial^i U_{\mathbf{b}'}\big)U^\dagger_{\mathbf{b}}\big]\,\mathrm{tr}\big[U_{\mathbf{b}}U^\dagger_{\mathbf{b}'}\big]\Big\rangle_{x_2}\end{aligned} \tag{39}$$

w których $\langle\cdots\rangle_{x_2}$ oznacza uśrednianie po polach tarczy poddanej transformacji pchnięcia z pośpiesznością $\ln(1/x_2)$.

Wynik końcowy w granicy korelacyjnej wyrażony poprzez gluonowe rozkłady TMD jest bardzo podobny do wyrażenia otrzymanego w tej samej granicy w przypadku produkcji dwóch dżetów [42] (z dokładnością do czynników kinematycznych związanych z emisją dodatkowego miękkiego fotonu). Wyrażenia te są identyczne w granicy małych wartości zmiennej x wzorów z rozkładami TMD [39, 42] w przekrywających się obszarach ważności obu wzorów. Przekrój czynny na produkcję miękkiego fotonu i dwóch twardych dżetów jest oczywiście tłumiony z uwagi na występowanie w nim potęgi α_{em} w porównaniu z wyrażeniem dla produkcji do przodu dwóch dżetów. Jest on jednak wzmocniony z uwagi na występowanie w jego wzorze w granicy korelacyjnej odwrotności pędu poprzecznego miękkiego fotonu. A zatem, tłumienie czynnikiem α_{em} może zostać skompensowane małością pędu poprzecznego miękkiego fotonu, co wskazuje, że ta obserwabla może być ciekawym przedmiotem badań doświadczalnych. Równanie (38) ponadto wykazuje, że występowanie miękkiego fotonu nie powoduje zmiany struktury wyrażenia z funkcjami TMD co widać na przykładzie produkcji do przodu dwóch dżetów. To pokazuje też, że zasada korespondencji między metodą analizy z rozkładami TMD i podejściem CGC jest słuszna nie tylko w przypadku procesu z prostym przejściem $1 \to 2$ lecz także gdy analizujemy bardziej złożone procesy. Wniosek ten jest głównym wynikiem pracy [H8].

4.4 Opis korelacji cząstek w podejściu CGC: Podsumowanie wyników [H3], [H5], [H7] i [H9]

Szczególnie przy badaniach procesów zderzeń pp i pA dane doświadczalne z LHC odsłaniają niektóre bardzo zaskakujące i nieoczekiwane własności dynamiki QCD. Jedna z najbardziej emocjonujących obserwacji, zrobiona przez kolaborację CMS już podczas pierwszego etapu badań procesów zderzeń pp o dużej krotności, to odkrycie korelacji pomiędzy wyprodukowanymi cząstkami. Korelacje te występują w dużym przedziale pośpieszności cząstek i osiągają maksimum dla zerowej wartości względnego kąta azymutalnego [44, 45, 46]. Zaobserwowana struktura została nazwana "strukturą grzbietową" ("ridge") z uwagi na kształt korelacji na wykresie w zmiennych kąt azymutalny-pośpieszność. Podobna struktura grzbietowa w danych została później też zaobserwowana w zderzeniach pPb badanych w LHC przez cztery duże kolaboracje [47, 48, 49, 50]. Maksimum w korelacjach występuje również przy wartości kąta azymutalnego równej π. Podobne korelacje były wcześniej obserwowane w zderzeniach Au-Au badanych w RHIC [51, 52, 53]. Występowanie w procesach produkcji kolektywnych cech tego typu jest zaskakujące, ponieważ ma to miejsce w przypadku procesów, w których stan końcowy ma rozmiar pojedynczego protonu, a co do których uważano, że nie powinny one wykazywać cech kolektywnego zachowania podobnego do tego, które występuje w zderzeniach ciężkich jonów (heavy ion collisions, HICs). Wcześniejsze obserwacje struktury grzbietowej w HICs

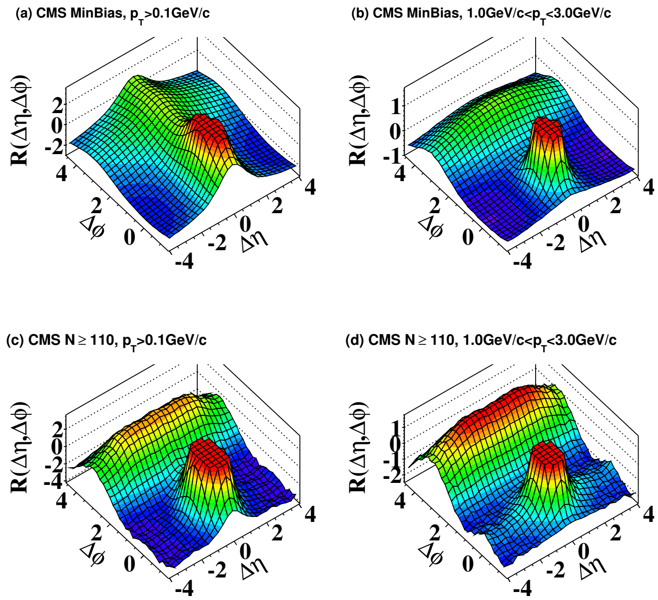

Figure 10: Rysunek wzięty z pracy [44]. Dwuwymiarowy wykres opisujący dwucząstkowe funkcje korelacji dla zderzeń pp przy energii 7 TeV. (a) przypadki z małą krotnością (MinBias) $p_t > 0.1$ GeV/c, (b) przypadki z małą krotnością (MinBias) z $1 < p_t < 3$ GeV/c, (c) przypadki z dużą krotnością z $p_t > 0.1$ GeV/c, (d) przypadki z dużą krotnością z $1 < p_t < 3$ GeV/c. Struktura grzbietowa jest widoczna na rysunku (d).

w RHIC dopuszczały wyjaśnienie ich występowania jako wywołane kolektywnym przepływem (collective flow) wywołanym silnymi oddziaływaniami w stanie końcowym, a którego opis prowadzi się zwykle w ramach relatywistycznej hydrodynamiki z lepkością. W przypadku zderzeń pp tego typu wyjaśnienia są nieprzekonywujące z kilku powodów, w szczególności z powodu małych rozmiarów zderzających się cząstek. Tym niemniej, dane doświadczalne można dobrze opisać w ramach hydrodynamiki. To naturalnie rodzi podstawowe pytanie: czy dynamika oddziaływań silnych może prowadzić do wystąpienia efektów kolektywnych nawet w przypadku zderzeń cząstek o małych rozmiarach lub czy pochodzenie korelacji odpowiedzialnych za strukturę grzbietową w zderzeniach pp i pPb jest inne niż w HICs?

Istotna część moich osiągnięć naukowych jest związana z chęcią zrozumienia czy struktura stanu początkowego może w zderzeniach pp i pA sama powodować wystąpienie takich korelacji, bez konieczności uwzględniania silnych oddziaływań w stanie końcowym. W ciągu ostatniej dekady zaproponowanych było w ramach podejścia CGC szereg mechanizmów prowadzących do korelacji ze strukturą grzbietową. Najbardziej pomyślnym wydaje się podejście używające tzw, "diagramów glasmowych" ("glasma graph" approach) [54, 55, 56]. Pomimo faktu, że ta metoda miała dużo osiągnięć przy opisie danych [57, 58, 59, 60, 61, 62] nie były jasne jej podstawy fizyczne.

W pracy [H3] przebadałem korelacje dwucząstkowe opisywane w ramach podejścia opartego na diagramach glasmowych. Wykazałem w niej, że wzmocnienie Bosego (Bose enhancement (BE)) gęstości gluonowych w funkcji falowej pocisku prowadzi w tym podejściu do wystąpienia korelacji w stanie końcowym. Jest to mój główny wynik przedstawiony w pracy [H3].

Ideę wzmocnienia Bosego w przypadku ogólnego układu kwantowego można wyjaśnić następująco. Rozważmy stan N rodzajów bozonów z różnymi pędami i z ustalonymi liczbami obsadzeń $\{n_i(p)\}$. Z dokładnością do czynnika normalizacyjnego stan ten można opisać wyrażeniem

$$\big|\{n_i(p)\}\big\rangle \propto \prod_{i,p} \left[a_i^\dagger(p)\right]^{n_i(p)} |0\rangle \tag{40}$$

gdzie $a_i^\dagger(p)$ jest operatorem kreacji bozonu i oraz $i = 1, 2, \ldots, N$. Średnia gęstość cząstek jest zdefiniowana jako wartość oczekiwana operatora liczby cząstek w takim stanie:

$$\tilde{n} \equiv \big\langle \{n_i(p)\}\big| \sum_j a_j^\dagger(x) a_j(x) \big|\{n_i(p)\}\big\rangle = \sum_{i,p} n_i(p) \tag{41}$$

Korelator dwucząstkowy w przestrzeni pędu $D(p, k)$ zdefiniowany jest w podobny sposób i może być łatwo obliczony:

$$D(p, k) = \Big[\sum_i n_i(p)\Big] \Big[\sum_j n_j(k)\Big] + \delta(p - k) \sum_i \big[n_i(p)\big]^2 \tag{42}$$

Pierwszy wyraz po prawej stronie wzoru (42) jest kwadratem średniej gęstości cząstek, zaś wyraz drugi jest wyrazem odpowiadającym wzmocnieniu Bosego. Wyraz ten jest równy zeru gdy pędy dwóch bozonów są różne, natomiast gdy pędy dwóch bozonów są takie same występuje wkład wzmacniający rzędu $O(1/N)$. Wyraz wzmocnienia Bosego jest rzędu $O(1/N)$, gdyż jego wyrażenie zawiera pojedynczą sumę po wskaźniku opisującym rodzaje cząstek. Interpretacja fizyczna opiera się na obserwacji, że tylko bozony tego samego rodzaju mogą podlegać korelacjom.

Chciałbym teraz opisać jak wzmocnienie Bosego pojawia się w opisie CGC i prowadzi do wystąpienia korelacji w stanie końcowym. W tym celu rozważmy produkcję inkluzywną dwóch gluonów opisywaną metodą z diagramami glazmowymi. Zaklada ona, że każdy wytworzony gluon jest produkowany przez różną gęstość ładunku kolorowego w funkcji falowej pocisku. Dla naszych celów te gęstości ładunku kolorowego można wygodnie opisać z pomocą operatorów kreacji i anihilacji gluonów w funkcji falowej wchodzącego pocisku. Po wykonaniu uśrednienia po polach tarczy wkład diagramów glazmowych ma postać sumy trzech typów diagramów (patrz rysunek 11). Diagram typu A opisuje przypadek, kiedy dwa gluony z pędami poprzecznymi $\mathbf{k}_1$ i $\mathbf{k}_2$ rozpraszają się niezależnie na gluonach tarczy niosących pędy poprzeczne $\mathbf{p} - \mathbf{k}_1$ i $\mathbf{q} - \mathbf{k}_2$. W wyniku tego procesu gluony w stanie końcowym mają pędy poprzeczne $\mathbf{p}$ i $\mathbf{q}$. Diagramy typu B oraz typu C opisują wkłady interferencyjne. Są one również ciekawym przedmiotem badań jednak efekt wzmocnienia Bosego można zaobserwować rozważając jedynie diagramy typu A. Z tego powodu rozważam tylko ich wkład. Wkład diagramów typu A do produkcji inkluzywnej dwóch gluonów jest proporcjonalny do (pełne wyrażenie zawiera równanie (7) pracy [H3])

$$\text{Type A} \propto \int \frac{d^2\mathbf{k}_1}{(2\pi)^2} \frac{d^2\mathbf{k}_2}{(2\pi)^2} \langle \text{in}| a_a^{\dagger i}(\mathbf{k}_1) a_b^{\dagger j}(\mathbf{k}_2) a_a^k(\mathbf{k}_1) a_b^l(\mathbf{k}_2) |\text{in}\rangle\, N(\mathbf{p} - \mathbf{k_1})\, N(\mathbf{q} - \mathbf{k_2}) \tag{43}$$

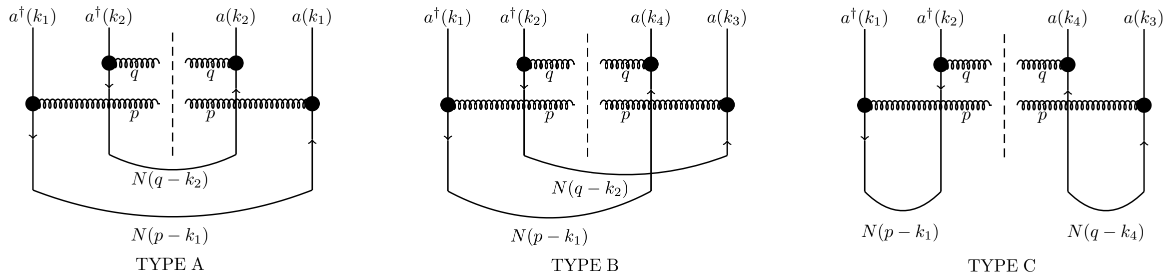

Figure 11: Diagramy glazmowe opisujące produkcję inkluzywną dwóch gluonów przed uśrednieniem po gęstości ładunku kolorowego pocisku ρ. Czarne kółka odpowiadają wierzchołkom, zaś przerywana linia oznacza cięcie.

gdzie $N(\mathbf{p}-\mathbf{k})$ jest amplitudą rozpraszania dipola. W powyższym wyrażeniu występują operatory kreacji i anihilacji z przecałkowanymi pośpiesznościami. Jawna ich zależność od pośpieszności staje się ważna, gdy różnica pośpieszności obserwowanych cząstek jest duża $\Delta\eta \sim 1/\alpha_s$.

Obliczenie wartości oczekiwanej dowolnego operatora w początkowym stanie pocisku wymaga w podejściu CGC użycia dwóch procedur uśredniania. W pracy [H3] wykonałem najpierw uśrednienie po gęstości ładunku kolorowego powyżej obcięcia które rozdziela miękkie i twarde mody. W wyniku otrzymałem wyrażenie dla operatora gęstości $\hat{\rho}$ mającego postać macierzy w przestrzeni Hilberta miękkiego gluonu (jego jawną postać przedstawia równanie (15) pracy H[3]). Następnie, używając operatora gęstości $\hat{\rho}$ wykonałem drugie uśrednienie po polach miękkich gluonów. W ten sposób wyprowadziłem postać korelatora dwucząstkowego, który występuje we wkładzie diagramów typu A (jawne wyrażenie przedstawia rownanie (18) pracy [H3])

$$D(\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2) \propto \left\{1+\frac{1}{S_\perp(N_c^2-1)}\left[\delta^{(2)}(\mathbf{k_1}-\mathbf{k_2})+\delta^{(2)}(\mathbf{k_1}+\mathbf{k_2})\right]\right\} \tag{44}$$

gdzie $S_\perp$ jest poprzecznym polem pocisku. Pierwszy wyraz po prawej stronie równania (44) jest wyrazem klasycznym odpowiadającym kwadratowi liczby gluonów, natomiast wyraz drugi jest typowym wyrażeniem opisującym wzmocnienie Bosego.

Rozważmy sytuację kiedy wewnętrzna skala saturacji nalatującego pocisku jest Q_s i pędy wyprodukowanych gluonów są tego samego rzędu co Q_s, czyli $|\mathbf{p}| \sim |\mathbf{q}| \sim Q_s$. W takim przypadku dominujący wkład do amplitudy produkcji dają pędy $|\mathbf{k}_1| \sim |\mathbf{k}_2| \sim Q_s$. Za korelacje w stanie początkowym są odpowiedzialne wyrazy wzmocnienia Bosego w równaniu (44) zawierające funkcje delta. Oddziaływanie z tarczą opisuję się obliczając splot korelatora dwucząstkowego z amplitudami dipolowymi $N(\mathbf{p}-\mathbf{k_1})N(\mathbf{q}-\mathbf{k_2})$. Ponieważ w rozważanej kinematyce przekazy pędów od tarczy ($|\mathbf{p}-\mathbf{k_1}| \sim |\mathbf{q}-\mathbf{k_2}| \ll Q_s$) są małe i ponieważ wyrazy wzmocnienia Bosego zawierają funkcje delta, korelacje w stanie początkowym przechodzą w naturalny sposób w korelacje kątowe między kierunkami wektorów $\vec{p}$ and $\vec{q}$ w stanie końcowym. W przypadkach bardziej ogólnych funkcje delta wzmocnienia Bosego ulegają "rozmazaniu" w trakcie obliczania ich splotu z dipolowymi amplitudami rozpraszania, jednak fakt ten nie prowadzi do zanikania tych korelacji. Ustalenie pochodzenia korelacji kątowych w stanie końcowym jest najważniejszym wynikiem pracy [H3].

Po zakończeniu badań przedstawionych w pracy [H3] pojawia się od razu pytanie: czy kwarki podlegają korelacjom w ramach podejścia CGC? W pracy [H7] odpowiedziałem na to pytanie, badając po raz pierwszy w ramach podejścia CGC korelacje pomiędzy produkowanymi kwarkami. Wyniki otrzymane w pracy [H3] pokazują, że przyczyną korelacji pomiędzy wyprodukowanymi gluonami jest wzmocnienie Bosego gęstości gluonowych pocisku. W przypadku kwarków, z uwagi na ich naturę ferminową, oczekuje się, że muszą one respektować zakaz Pauliego, co efektywnie prowadzi do tłumienia prawdopodobieństwa znalezienia dwóch kwarków z tymi samymi liczbami kwantowymi w stanie CGC. Tym samym należy oczekiwać występowania ujemnych korelacji pomiędzy kwarkami w stanie końcowym wywołanych korelacjami w stanie początkowym. Z drugiej strony, korelacje pomiędzy gluonami są długozasięgowe w pośpiesznościach, gdyż funkcja falowa w opisie CGC jest zdominowana przez pola miękkich gluonów z przecałkowanymi pośpiesznościami. Tym samym należy odpowiedzieć na inne ważne pytanie: czy (anty)korelacje pomiędzy kwarkami w stanie końcowym występują w dużym czy krótkim przedziale pośpieszności? Odpowiedź na to pytanie w zasadzie nie jest oczywista. Kwarki w funkcji falowej pocisku produkowane są w wyniku przejść gluonów z przecałkowanymi pośpiesznościami w pary kwark-antykwark. Jednakże sama amplituda takiego przejścia zależy od pośpieszności kwarku i antykwarku. Natomiast samo występowanie w funkcji falowej przejścia gluonu w parę kwark-antykwark powoduje, że wyrażenia na przekrój czynny produkcji kwarków są dużo bardziej złożone niż w przypadku produkcji gluonów.

Najważniejszymi wynikami pracy [7] są odpowiedzi na powyższe dwa pytania. Wykazałem w niej, że przy szczególnych warunkach kinematycznych korelacje pomiędzy kwarkami w stanie początkowym w funkcji falowej pocisku nie są zaburzone przez małe przekazy pędu z tarczy. W tej kinematyce różnica pośpieszności produkowanych kwarków przyjmuje względnie duże wartości, czyli $\eta_1 - \eta_2 \gg 1$. Z kolei ich pędy poprzeczne $\mathbf{k}_1$ and $\mathbf{k}_2$ są tego samego rzędu i są dużo większe niż skala saturacji pocisku Q_s, która z kolei jest dużo większa aniżeli skala saturacji tarczy Q_T, czyli $|\mathbf{k}_1| \sim |\mathbf{k}_2| \gg Q_s \gg Q_T$. Przy tych warunkach kinematycznych wkład do przekroju czynnego zależący od korelacji przyjmuje następującą postać (pełne wyrażenia zawierają równania (3.19) i (3.20) w pracy [H7])

$$\left.\frac{d\sigma}{d^2\mathbf{k}_1 d\eta_1\, d^2\mathbf{k}_2 d\eta_2}\right|_{\text{corr.}} \propto -e^{-(\eta_1-\eta_2)}(\eta_1-\eta_2)^2 \tag{45}$$

Ujemny znak wkładu zależnego od korelacji wskazuje, że - przeciwnie jak w przypadku gluonowym - tłumi on wkład wyrazu klasycznego. Ponieważ funkcją tłumiącą ten wkład jest funkcja wykładnicza, korelacje te są krótkozasięgowe. Jednakże tłumienie wykładnicze jest spowolnione przez iloczyn kwadratu różnicy pośpieszności.

W pracy [H5] wykazałem, że w podejściu używającym diagramy glazmowe występuje również inny efekt fizyczny zwany korelacjami Hanbury'ego-Browna-Twissa (HBT) między produkowanymi gluonami. Diagramy glazmowe odpowiedzialne za występowanie korelacji HBT są przedstawione na rysunku 12 po wykonaniu kontrakcji Wicka po parach ładunków kolorowych w funkcji falowej pocisku. Zakładając, że funkcja falowa pocisku jest translacyjnie niezmiennicza, wkład diagramów typu B i typu C do przekroju czynnego na produkcję wynosi

$$\text{Type B} \propto \delta^{(2)}(\mathbf{p}-\mathbf{q})\,, \qquad \text{Type C} \propto \delta^{(2)}(\mathbf{p}+\mathbf{q}) \tag{46}$$

Jeżeli warunek translacyjnej niezmienniczości jest naruszony, wówczas funkcje delta stają się "rozmazane" na odcinku w przestrzeni pędów $|\mathbf{p} \pm \mathbf{q}| \sim R^{-1}$. Długość R odpowiada promieniowi

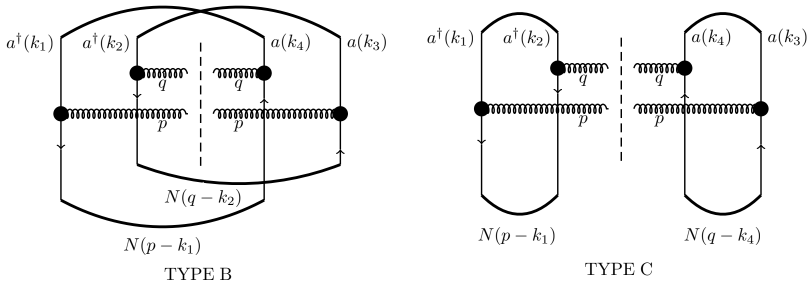

Figure 12: Diagramy glazmowe dające wkład do korelacji HBT (po uśrednieniu po gęstości ładunku kolorowego pocisku.

chmury gluonów wewnątrz protonu, a wartość jej odwrotności jest mniejsza niż skala saturacji Q_s, czyli $R^{-1} < Q_s$. W pracy [H5] ponadto wykazałem, że korelacje HBT są długozasięgowe, tak jak efekt wzmocnienia Bosego. Długozasięgowa natura korelacji HBT oznacza, że przyjmują one takie same wartości zarówno gdy pośpieszności dwóch produkowanych gluonów są jednakowe ($\eta_1 = \eta_2$) jak i gdy różnica pośpieszności gluonów jest duża ($|\eta_1 - \eta_2| \gg 1$).

Powyższe wyniki można podsumować następująco. W podejściu opartym na diagramach glazmowych funkcja $C(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ - formalnie zdefiniowana jako stosunek przekroju czynnego na produkcję inkluzywną dwóch gluonów do kwadratu przekroju czynnego na produkcję jednego gluonu - zawiera wkłady odpowiadające dwóm efektom fizycznym i może być zapisana jako

$$C(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = 1 + C(\mathbf{p}, \mathbf{q})\Big|_{\rm BE} + C(\mathbf{p}, \mathbf{q})\Big|_{\rm HBT} \tag{47}$$

Pierwszy wyraz po prawej stronie równania (47) jest wkładem klasycznym pochodzącym od kwadratu przekroju czynnego na produkcję inkluzywną pojedynczej cząstki. Wyraz $C(\mathbf{p}, \mathbf{q})\big|_{\rm BE}$ opisuje efekt wzmocnienia Bosego gluonów w funkcji falowej pocisku. Jak opisano wyżej, ten efekt prowadzi do wystąpienia korelacji gluonowych w stanie końcowym. Trzeci wyraz $C(\mathbf{p}, \mathbf{q})\big|_{\rm HBT}$ odpowiada w podejściu z diagramami glazmowymi korelacjom HBT, czyli bezpośrednim korelacjom gluonów w stanie końcowym. Ponieważ oba wyrazy $C(\mathbf{p}, \mathbf{q})\big|_{\rm BE}$ i $C(\mathbf{p}, \mathbf{q})\big|_{\rm HBT}$ nie zależą od pośpieszności, oba te efekty są efektami długozasięgowymi w pośpiesznościach. Wkład wzmocnienia Bosego jest tłumiony czynnikiem z odwrotnością poprzecznego pola powierzchni pocisku w stosunku do wkładu HBT. Jednakże wkład BE jest "rozmazany" w przestrzeni pędów i zasięg korelacji określa skala saturacji Q_s. Z drugiej strony, wkład HBT nie jest tłumiony i jego wkład w przestrzeni pędów ma postać wąskiego piku o szerokości R^{-1}. To porównanie ilustruje rysunek 13.

Najważniejszymi wynikami pracy [H5] jest zwrócenie uwagi na ważność efektu HBT w podejściu opartym na diagramach glazmowych oraz jego porównanie z efektem wzmocnienia Bosego przedstawione na rysunku 13.

Użycie metody diagramów glazmowych do opisu produkcji inkluzywnej dwóch cząstek jest uzasadnione w przypadku zderzeń pp. Zakłada się przy tym, że dipolowe amplitudy rozpraszania $N(\mathbf{p} - \mathbf{k_1})$ i $N(\mathbf{q} - \mathbf{k_2})$ dane wzorem (43) są rezultatem wymian pojedynczego pola tarczy. To podejście nie uwzględnia tym samym efektów wielokrotnych rozpraszań z gęstą tarczą. W pracy [H9] rozwinąłem ten kierunek badań obliczając inkluzywną produkcję dwóch i trzech cząstek z

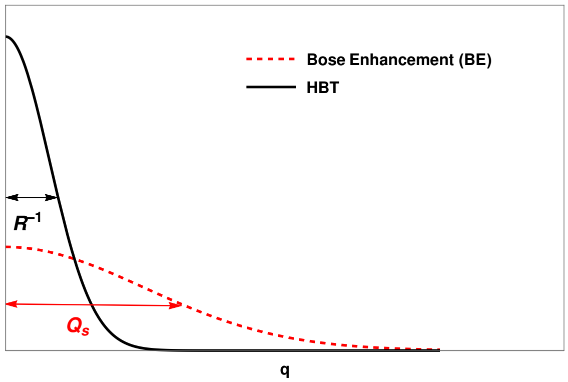

Figure 13: Szkic rozkładów w przestrzeni pędu q wkładów odpowiadających efektowi HBT (linia ciągła) oraz efektowi wzmocnienia Bosego (linia przerywana) w dwucząstkowej funkcji korelacji.

uwzględnieniem efektów wielokrotnego rozpraszania i tym samy poszerzając obszar stosowalności metody diagramów glazmowych od opisu zderzeń pp do zderzeń pA. Jest to główny wynik pracy [H9].

Oprócz wzięcia pod uwage w pracy [H9] efektów wielokrotnego rozpraszania opracowałem też systematyczny sposób identyfikacji i opisu wyrazów odpowiadających za efekty wzmocnienia Bosego oraz odpowiadających wkładowi HBT. Cel ten osiągnąłem przy użyciu następującej strategii. W trakcie obliczeń przekroju czynnego na inkluzywną produkcję dwóch gluonów należy przeprowadzić uśrednienie po czterech gęstościach ładunków kolorowych funkcji falowej pocisku (dwóch w amplitudzie rozpraszania i dwóch w jej części zespolonej): $\langle \rho^{a_1}(\mathbf{x_1})\rho^{a_2}(\mathbf{x_2})\rho^{b_1}(\mathbf{y_1})\rho^{b_2}(\mathbf{y_2})\rangle_P$. Współrzędne $\mathbf{x_i}$ i $\mathbf{y_i}$ odpowiadają tu odpowiednio poprzecznym położeniom gęstości ładunków kolorowych w amplitudzie i w amplitudzie zespolonej. Uśrednianie po gęstościach ładunku kolorowego w pocisku prowadzi się używając uogólnionego modelu MV z funkcjonałem wagowym opisanym funkcją Gaussa. Wynik uśrednienia dowolnego iloczynu gęstości ładunków kolorowych dany jest iloczynem wszystkich możliwych kontrakcji Wicka. W przestrzeni pędów korelator dwóch gęstości ładunku kolorowego można zapisać jako

$$\langle \rho^a(\mathbf{k})\rho^b(\mathbf{k})\rangle_P = \delta^{ab}\mu^2(\mathbf{k},\mathbf{p}) \tag{48}$$

Funkcja $\mu^2(\mathbf{k},\mathbf{p})$ definiuje strukturę pocisku i może być przedstawiona jako

$$\mu^2(\mathbf{k},\mathbf{p}) = T\left(\frac{\mathbf{k}-\mathbf{p}}{2}\right)F\big[(\mathbf{k}+\mathbf{p})R\big] \tag{49}$$

gdzie $F\big[(\mathbf{k}+\mathbf{p})R\big]$ jest miękkim czynnikiem postaci (soft from factor) z maksimum w F(0), zaś R jest promieniem pocisku. Funkcja T opisuje zależny od pędu poprzecznego rozkład gęstości ładunku kolorowego powyżej obcięcia które rozdziela miękkie i twarde mody. Miękki czynnik postaci pozwala ustalić czy dany wkład odpowiada wzmocnieniu Bosego gluonów pocisku czy też wkładowi HBT wyprodukowanych gluonów. Dla przykładu, w naszym procesie wyprodukowane gluony mają pędy $\mathbf{p}$ i $\mathbf{q}$ zaś gluony pocisku niosą pędy poprzeczne $\mathbf{k_1}$ i $\mathbf{k_2}$. Wówczas funkcja $\mu^2(\mathbf{p},\mathbf{q})$ przyjmuje największą wartość, gdy $\mathbf{p}+\mathbf{q} = 0$, co oznacza, że mamy do czynienia z korelacjami HBT produkowanych gluonów. Funkcja $\mu^2(\mathbf{k_1},\mathbf{k_2})$ przyjmuje największe wartości gdy $\mathbf{k_1}+\mathbf{k_2} = 0$, co jest typowe dla wkładu wzmocnienia Bosego gluonów w funkcji falowej pocisku.

Z drugiej strony, jak opisałem to szczegółowo w rozdziale 4.2, efekty wielokrotnych rozpraszań na gęstej tarczy są uwzględniane w wyniku występowania w opisie procesu produkcji gluonu linii Wilsona w reprezentacji dołączonej. Prowadzi to do wystąpienia w wyrażeniach na przekrój czynny amplitud podwójnego dipola (double dipole amplitude) oraz amplitud kwadrupolowych (quadruple amplitude) typu

$$\langle s(\mathbf{x},\mathbf{y})s(\mathbf{z},\mathbf{w})\rangle_T \qquad \langle Q(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z},\mathbf{w})\rangle_T \tag{50}$$

które należy następnie uśrednić po rozkładach pól tarczy. Operator podwójnego dipola wyraża się poprzez amplitudę dipola $s(\mathbf{x},\mathbf{y})$ daną wzorem (13), natomiast amplituda kwadrupolowa jest zdefiniowana jako

$$Q(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z},\mathbf{w}) = \frac{1}{N_c^2-1}\mathrm{tr}\big[U(\mathbf{x})U^\dagger(\mathbf{y})U(\mathbf{z})U^\dagger(\mathbf{w})\big] \tag{51}$$

Obliczenie przekroju czynnego wymaga wykonania całkowania po współrzędnych poprzecznych. Największy wkład do przekroju czynnego powinien w zasadzie wystąpić wtedy gdy pole obszaru całkowania w przestrzeni współrzędnych jest największe, czyli gdy wszystkie cztery współrzędne są od siebie, najbardziej oddalone. Jednakże wszystkie cztery punkty nie mogą leżeć daleko od siebie gdyż zestaw (ensemble) pól tarczy winien być kolorowo neutralny. A zatem, największy wkład musi pochodzić od konfiguracji, w których cztery punkty łączą się w pary neutralne kolorowo, a odległość między nimi jest duża. Uwzględnienie wkładu takich konfiguracji jest równoważne obliczaniu uśrednień po tarczy iloczynów dowolnej liczby linii Wilsona przedstawiając je w rozfaktoryzowanej postaci jako iloczyn uśrednień par powstałych po zastosowaniu podstawowej kontrakcji Wicka. W takim przypadku, amplitudy kwadrupolowe można zapisać w postaci

$$\langle Q(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z},\mathbf{w})\rangle_T = \langle s(\mathbf{x},\mathbf{y})\rangle_T\langle s(\mathbf{z},\mathbf{w})\rangle_T + \langle s(\mathbf{x},\mathbf{w})\rangle_T\langle s(\mathbf{z},\mathbf{y})\rangle_T + \frac{1}{N_c^2-1}\langle s(\mathbf{x},\mathbf{z})\rangle_T\langle s(\mathbf{y},\mathbf{w})\rangle_T \tag{52}$$

Podobne wyrażenie dla operatora podwójnego dipola przedstawia równanie (18) pracy [H9]. Używając funkcji $\mu^2(\mathbf{k},\mathbf{p})$ danej wzorem (49) opisującym korelatory gęstości ładunków kolorowych oraz opisane wyżej rozfaktoryzowane postacie amplitud podwójnego dipola i kwadrupola, obliczyłem przekrój czynny na produkcję inkluzywną dwóch gluonów, w którym zidentyfikowałem naturę fizyczną wszystkich występujących wyrazów. Używając tej samej metody obliczeń wyprowadziłem również wyrażenie na przekrój czynny na produkcję trzech gluonów, w którym również ustaliłem dla każdego wyrazu czy odpowiada on wzmocnieniu Bosego gluonów pocisku czy też wkładowi korelacji HBT gluonów w stanie końcowym.

Najważniejsze wyniki pracy [H9] można podsumować w następujący sposób. Przede wszystkim wprowadziłem funkcję $\mu^2(\mathbf{k},\mathbf{p})$ oraz wykorzystałem rozfaktoryzowaną postać średniej po konfiguracjach pól tarczy, którą można posłużyć się opisując produkcję w zderzeniach pA dowolnej liczby gluonów. Takie postępowanie pozwala ustalić w systematyczny sposób czy dany wyraz odpowiada wzmocnieniu Bosego gluonów pocisku czy też jest wkładem korelacji HBT cząstek w stanie końcowym. Po drugie, policzyłem w ramach tego podejścia przekroje czynne na produkcję inkluzywną dwóch i trzech gluonów. Wykazałem, że wkłady do korelacji w stanie końcowym pochodzą przy produkcji dwóch gluonów od wyrazów z operatorami kwadrupolowymi. Podobnie wykazałem, że w procesie produkcji trzech gluonów korelacje pomiędzy trzema gluonami w stanie końcowym pochodzą od amplitud sekstupolowych (wyrażonych przez ślad sześciu linii Wilsona, sextuple amplitude).

4.5 Podsumowanie i perspektywy

Otrzymując wyniki przedstawionych prac opisane szczegółowo w rodziałach 4.3 i 4.4 istotnie poszerzyłem nasze zrozumienie zjawiska saturacji i metody CGC. W szczególności, wykonane w pracach [H1], [H4] i [H6] badanie produkcji inkluzywnej gluonu uwzględniające poprawki nieeikonalne, w zderzeniach pp i pA zainicjowało wiele badań w ramach podejścia CGC, szczególnie w kontekscie opisu rozkładów TMDs [63, 64] oraz opisu obserwabli czułych na efekty spinowe [65, 66, 67]. Z drugiej strony, wprowadzona przeze mnie w pracy [H2] idea "ograniczeń czasu Ioffego" mająca na celu poprawę stabilności wyników obliczeń w ramach formalizmu hybrydowego poprawek NLO dla produkcji inkluzywnej cząstki została dalej rozwinięta w pracy [68]. Przyczyniła się ona do opracowania nowego schematu faktoryzacji przy opisie produkcji do przodu tego procesu. Z kolei wyników moich prac [H3], [H5], [H7] i [H9] używa się w wielu badaniach numerycznych korelacji dwucząstkowych (jak na przykład w artykułach [69, 70, 71]).

Wyniki prac które tu przedstawiam mogą być inspiracją kolejnych badań w ramach podejścia CGC. Jeden z kierunków jest związany z opisem korelacji dwucząstkowych. Kluczowym problemem teoretycznym przy opisie w ramach podejścia CGC korelacji dwucząstkowych jest niewystępowanie w nim nieparzystych harmonik w kącie azymutalnym ϕ, czyli wyrazów zawierających $\cos n\phi$ z nieparzystą liczbą n. To zagadnienie jest ostatnio przedmiotem analizy, która wykazała, że uwzględnienie w funkcji falowej pocisku efektu saturacji z poprawkami radiacyjnymi wyższego rzędu generuje niezerowe nieparzyste harmoniki [72, 73]. W pracy [74] pokazano, że uwzględnienie tych poprawek pozwala całkiem nieźle opisać dane doświadczalne. Całkiem niedawno również badałem w ramach podejścia CGC problem niewystępowania nieparzystych harmonik [75]. W pracy tej wykazałem, że uwzględnienie przy opisie korelacji dwucząskowych w zderzeniach pp poprawek nieeikonalnych również prowadzi do występowania niezerowych wyrazów z nieparzystymi harmonikami. Obecnie pracuję nad opracowaniem kodu numerycznego pozwalającego badać nieparzyste harmoniki generowane przez poprawki nieeikonalne występujące przy opisie zderzeń pp.

Z drugiej strony, rozwinąłem ostatnio badania przeprowadzone w pracy [H8] i opisałem produkcję do przodu dwóch twardych dżetów i twardego fotonu [76]. Główną różnicą w tych nowych badaniach jest to, że produkowany foton nie jest miękki. Tym samym foton w stanie końcowym może być wytworzony w kanale inicjowanym gluonem. Ta możliwość nie występowała w analizie omawianej w pracy [H8]. W pracy [76] wykazałem, że w kanale kwarkowym wyrażenie dla przekroju czynnego na ten proces obliczone w granicy korelacji wyraża się przez dwa pierwsze niespolaryzowane rozkłady TMDs zdefiniowane równaniem (39) wraz z ich liniowo spolaryzowanymi partnerami. Z kolei w kanale gluonowym wzór na ten przekrój czynny wyraża się przez pierwsze trzy rozkłady TMDs tego kanału wraz z ich liniowo spolaryzowanymi partnerami. Badania prowadzone w pracach [H8] i w [76] stanowią pierwsze kroki obliczeń przekroju czynnego na produkcję fotonu i pojedynczego dżetu z uwzględnieniem poprawek NLO. Jest to kolejny przykład procesu, który wykaże występowanie zasady korespondencji między opisem opartym na podejściu CGC i opisem rozkładów TMD z poprawkami NLO. Jest to obecnie przedmiotem moich badań.

Również całkiem ostatnio, w pracach [77] and [78], pokazałem jak przy opisie inkluzywnych obserwabli podejście CGC używające linii Wilsona może być równoważnie przedstawione jako podejście z rozkładami TMD uwzględniające wkłady wszystkich poprawek twistowych. Wynik ten umożliwia dokładne porównanie przekrojów czynnych wyznaczonych w granicy wysokoenergetycznej QCD z rozkładami PDFs z tymi wielkościami otrzymanymi w granicy średnich wartości energii opisywanej przy użyciu rozkładów TMDs. Bezpośrednim zastosowaniem tych badań jest ich użycie przy opisie korelacji w kącie azymutalnym występujących w DIS przy produkcji dwóch dżetów.

5 Inne osiągnięcia naukowe

5.1 Dane bibliometryczne (stan w marcu 2019 r.)

Według bazy Web of Science

liczba cytowań: 245
liczba cytowań bez samocytowań: 213
indeks h (indeks Hirscha): 9
summaryczny impact factor, zgodnie z rokiem opublikowania (dla prac [H1-H9,P1-P7]): 71.68

5.2 Opis innych osiągnięć naukowych

5.2.1 Inne publikacje po doktoracie

Moimi innymi publikacjami napisanymi po doktoracie są:

[P1] T. Altinoluk, B. Pire, L. Szymanowski, S. Wallon,
Resumming soft and collinear contributions in deeply virtual Compton scattering,
JHEP **1210**, 049 (2012) [arXiv:1207.4609 [hep-ph]].

[P2] T. Altinoluk, C. Contreras, A. Kovner, E. Levin, M. Lublinsky, A. Shulkin,
QCD Reggeon Calculus From KLWMIJ/JIMWLK Evolution: Vertices, Reggeization and All,
JHEP **1309**, 115 (2013) [arXiv:1306.2794 [hep-ph]].

[P3] T. Altinoluk, A. Kovner, E. Levin, M. Lublinsky,
Reggeon Field Theory for Large Pomeron Loops,
JHEP **1404**, 075 (2014) [arXiv:1401.7431 [hep-ph]].

[P4] T. Altinoluk, N. Armesto, A. Kovner, E. Levin, M. Lublinsky,
KLWMIJ Reggeon field theory beyond the large N_c limit,
JHEP **1408**, 007 (2014) [arXiv:1402.5936 [hep-ph]].

[P5] T. Altinoluk, N. Armesto, G. Beuf, A. H. Rezaeian,
Diffractive Dijet Production in Deep Inelastic Scattering and Photon-Hadron Collisions in the Color Glass Condensate,
Phys. Lett. B **758**, 373 (2016) [arXiv:1511.07452 [hep-ph]].

[P6] T. Altinoluk, N. Armesto, G. Beuf, A. Kovner, M. Lublinsky,
Heavy quarks in proton-nucleus collisions - the hybrid formalism,
Phys. Rev. D **93**, no. 5, 054049 (2016) [arXiv:1511.09415 [hep-ph]].

[P7] T. Altinoluk, N. Armesto, D. E. Wertepny,
Correlations and the ridge in the Color Glass Condensate beyond the glasma graph approximation,
JHEP **1805**, 207 (2018) [arXiv:1804.02910 [hep-ph]].

Przechodzę teraz do krótkiego omówienia wyników wymienionych wyżej prac.

Równanie JIMWLK uwzględnia przy opisie ewolucji pocisku nieliniowe efekty dużych gęstości gluonowych. Jednakże przy bardzo wysokich energiach należy wziąć pod uwagę ewolucję obu zderzających się obiektów. Prowadzi to do konieczności opisu wielokrotnych rozpraszań na gęstej tarczy. Opis ich wykracza poza obszar ważności równania JIMWLK. To sprawia, że nie można posłużyć się nim przy opisie ewolucji w dużym przedziale pośpieszności, kiedy pierwotnie rozrzedzony pocisk przechodzi przy końcowej energii w układ gęsty. W trakcie studiów doktoranckich pracowałem nad wyprowadzeniem nowego hamiltonianu, który prowadził do uogólnienienia równania JIMWLK uwzględniającego oba wspomniane efekty poprzez wkład pętli pomeronowych [79, 80]. Ten hamiltonian QCD nosi nazwę "Hamiltonianu Reggeonowej Teorii Pola w QCD" (“Reggeon Field Theory (RFT) Hamiltonian of QCD”) ponieważ wyjaśnia on związek pomiędzy podejściem funkcjonalnym do ewolucji a opisem w ramach QCD reggeonowej teorii pola, idei z okresu sprzed wprowadzeniem QCD. Po doktoracie oprócz pracy nad nowymi zagadnieniami kontynuowałem badania w tym kierunku. W pracy [P2] pogłębiłem badania hamiltonianu RFT w QCD opisując ewolucję w pośpieszności przy użyciu naturalnych stopni swobody tej teorii nazywanych reggeonami. W pracy [P3] przeanalizowałem zakres stosowalności używanego wówczas hamiltonianu. Wykazałem, że to podejście pozwala częściowo uniknąć ograniczeń stosowalności podejścia BK-JIMWLK. Jednakże nowy hamiltonian można stosować jedynie w przypadku, gdy ewolucji przy średnich wartościach pośpieszności podlega co najmniej jeden obiekt rozrzedzony. Na zakończenie, w pracy [P4] przestudiowałem związek pomiędzy hamiltonem RFT a funkcjonalnym równaniem JIMWLK wychodząc poza prostą granicę dużej liczby kolorów N_c.

Po doktoracie zainteresowały mnie badania procesów ekskluzywnych i uogólnione rozkłady partonowe (Generalized Parton Distributions,GPDs), czyli nieperturbacyjne obiekty które można uważać za uogólnienie rozkładów TMDs, W pracy [P1] koncentrowałem się na opisie głebokonieelastycznego rozpraszania Comptona (Deeply Virtual Compton Scattering, DVCS), w szczególności na opisie kanału kwarkowego. Kwarkową funkcję współczynnikową (coefficient function) można obliczać perturbacyjnie otrzymując w rzędzie NLO wkłady zawierające wyrazy podwójnie logarytmiczne, zależne od ułamka pędów na stożku świetlnym wchodzącego kwarku i wychodzącego kwarku. Wyrazy te odpowiadają za wkład dominujący w granicy zerowej wartości ułamka pędu na stożku świetlnym. Przeprowadziłem sumowanie tych wkładów ze wszystkich rzędów teorii zaburzeń otrzymując prosty wyrażenie na kwarkową funkcję współczynnikową.

W pracy [P5] przebadałem w ramach podejścia CGC produkcję dyfrakcyjną dwóch dżetów w DIS i w zderzeniach foton-hadron. Otrzymane wyniki pokazały, że przekrój czynny na produkcję dyfrakcyjną dwóch dżetów zależy od orientacji dipola w przestrzeni poprzecznej. Innymi słowy, przekrój czynny jest funkcją zarówno rozmiaru poprzecznego dipola **r** jak i parametru zderzenia **b**. Wynik ten sugeruje, że można posłużyć się tą obserwablą w badaniach ewentualnych korelacji pomiędzy wyprodukowaną parą kwark-antykwark, takimi jak korelacje w pędzie azymutalnym.

Praca [P6] jest naturalną kontynuacją badań wykonanych w publikacji [H2]. Rozważając proces pA badałem w pracy [P6] produkcję do przodu ciężkich kwarków opisywaną w ramach formalizmu hybrydowego. Otrzymałem w LO wyrażenia na przekrój czynny na produkcję inkluzywną hadronu z kwarkiem powabnym i pięknym. Ponadto, zbadałem ich postać w granicy dużej masy kwarku otrzymując wzory z dokładnością do wyrazów rzędu $1/m_Q^4$. Okazało się, że przekrój czynny jest w tej granicy liniowo proporcjonalny do kwadratu skali saturacji tarczy.

W pracy [P7] badałem poszerzenie zakresu stosowalności "metody diagramów glazmowych" używając jej przy opisie produkcji dwóch gluonów w zderzeniach pp i pA, z uwzględnieniem efektów rozpraszań wielokrotnych na gęstej tarczy. Główna różnica pomiędzy pracą przedstawioną w [H9] i artykule [P7] dotyczy metod obliczeniowych. Korelacje pomiędzy dwoma gluonami rozważane w [P7] są obliczane w ramach faktoryzacji k_t, którą jest trudno uogólnić na przypadek z trzema i więcej cząstkami. Ponadto, wyniki pracy [P7] są słuszne tylko w granicy dużej liczby N_c, podczas gdy wyniki pracy [H9] są ważne przy skończonych wartościach liczby kolorów N_c. Tym samym, praca [P7] może być uważana za pierwszą próbę uogólnienia "metody diagramów glazmowych" użytej przy opisie zderzeń pp na opis procesów pA.

References

[1] V. N. Gribov, “A Reggeon Diagram Technique,” Sov. Phys. JETP **26**, 414 (1968) [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **53**, 654 (1967)].

[2] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, “Deep inelastic e p scattering in perturbation theory,” Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 438 (1972) [Yad. Fiz. **15**, 781 (1972)].

[3] G. Altarelli and G. Parisi, “Asymptotic Freedom in Parton Language,” Nucl. Phys. B **126**, 298 (1977). doi:10.1016/0550-3213(77)90384-4

[4] Y. L. Dokshitzer, “Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e+ e- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics.,” Sov. Phys. JETP **46**, 641 (1977) [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **73**, 1216 (1977)].

[5] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov and V. S. Fadin, Sov. Phys. JETP **45**, 199 (1977) [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **72**, 377 (1977)].

[6] I. I. Balitsky and L. N. Lipatov, “The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics,” Sov. J. Nucl. Phys. **28**, 822 (1978) [Yad. Fiz. **28**, 1597 (1978)].

[7] M. Froissart, “Asymptotic behavior and subtractions in the Mandelstam representation,” Phys. Rev. **123**, 1053 (1961). doi:10.1103/PhysRev.123.1053

[8] F. D. Aaron *et al.* [H1 and ZEUS Collaborations], “Combined Measurement and QCD Analysis of the Inclusive e+- p Scattering Cross Sections at HERA,” JHEP **1001**, 109 (2010) doi:10.1007/JHEP01(2010)109 [arXiv:0911.0884 [hep-ex]].

[9] L. V. Gribov, E. M. Levin and M. G. Ryskin, "Semihard Processes in QCD," Phys. Rept. **100**, 1 (1983). doi:10.1016/0370-1573(83)90022-4

[10] A. H. Mueller, "Small x Behavior and Parton Saturation: A QCD Model," Nucl. Phys. B **335**, 115 (1990). doi:10.1016/0550-3213(90)90173-B

[11] A. H. Mueller, "Unitarity and the BFKL pomeron," Nucl. Phys. B **437**, 107 (1995) doi:10.1016/0550-3213(94)00480-3 [hep-ph/9408245].

[12] A. H. Mueller, "Soft gluons in the infinite momentum wave function and the BFKL pomeron," Nucl. Phys. B **415**, 373 (1994). doi:10.1016/0550-3213(94)90116-3

[13] A. H. Mueller and B. Patel, "Single and double BFKL pomeron exchange and a dipole picture of high-energy hard processes," Nucl. Phys. B **425**, 471 (1994) doi:10.1016/0550-3213(94)90284-4 [hep-ph/9403256].

[14] L. D. McLerran and R. Venugopalan, "Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei," Phys. Rev. D **49**, 2233 (1994) doi:10.1103/PhysRevD.49.2233 [hep-ph/9309289].

[15] L. D. McLerran and R. Venugopalan, "Gluon distribution functions for very large nuclei at small transverse momentum," Phys. Rev. D **49**, 3352 (1994) doi:10.1103/PhysRevD.49.3352 [hep-ph/9311205].

[16] A. Ayala, J. Jalilian-Marian, L. D. McLerran and R. Venugopalan, "Quantum corrections to the Weizsacker-Williams gluon distribution function at small x," Phys. Rev. D **53**, 458 (1996) doi:10.1103/PhysRevD.53.458 [hep-ph/9508302].

[17] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov and H. Weigert, "The BFKL equation from the Wilson renormalization group," Nucl. Phys. B **504**, 415 (1997) doi:10.1016/S0550-3213(97)00440-9 [hep-ph/9701284].

[18] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov and H. Weigert, "The Wilson renormalization group for low x physics: Towards the high density regime," Phys. Rev. D **59**, 014014 (1998) doi:10.1103/PhysRevD.59.014014 [hep-ph/9706377].

[19] J. Jalilian-Marian, A. Kovner and H. Weigert, "The Wilson renormalization group for low x physics: Gluon evolution at finite parton density," Phys. Rev. D **59**, 014015 (1998) doi:10.1103/PhysRevD.59.014015 [hep-ph/9709432].

[20] A. Kovner and J. G. Milhano, "Vector potential versus color charge density in low x evolution," Phys. Rev. D **61**, 014012 (2000) doi:10.1103/PhysRevD.61.014012 [hep-ph/9904420].

[21] A. Kovner, J. G. Milhano and H. Weigert, "Relating different approaches to nonlinear QCD evolution at finite gluon density," Phys. Rev. D **62**, 114005 (2000) doi:10.1103/PhysRevD.62.114005 [hep-ph/0004014].

[22] H. Weigert, "Unitarity at small Bjorken x," Nucl. Phys. A **703**, 823 (2002) doi:10.1016/S0375-9474(01)01668-2 [hep-ph/0004044].

[23] E. Iancu, A. Leonidov and L. D. McLerran, "Nonlinear gluon evolution in the color glass condensate. 1.," Nucl. Phys. A **692**, 583 (2001) doi:10.1016/S0375-9474(01)00642-X [hep-ph/0011241].

[24] E. Ferreiro, E. Iancu, A. Leonidov and L. McLerran, "Nonlinear gluon evolution in the color glass condensate. 2.," Nucl. Phys. A **703**, 489 (2002) doi:10.1016/S0375-9474(01)01329-X [hep-ph/0109115].

[25] I. Balitsky, "Operator expansion for high-energy scattering," Nucl. Phys. B **463**, 99 (1996) doi:10.1016/0550-3213(95)00638-9 [hep-ph/9509348].

[26] I. Balitsky, Phys. Rev. D **60**, 014020 (1999) doi:10.1103/PhysRevD.60.014020 [hep-ph/9812311].

[27] Y. V. Kovchegov, "Unitarization of the BFKL pomeron on a nucleus," Phys. Rev. D **61**, 074018 (2000) doi:10.1103/PhysRevD.61.074018 [hep-ph/9905214].

[28] Y. V. Kovchegov, "Small x F(2) structure function of a nucleus including multiple pomeron exchanges," Phys. Rev. D **60**, 034008 (1999) doi:10.1103/PhysRevD.60.034008 [hep-ph/9901281].

[29] Y. V. Kovchegov and K. Tuchin, "Inclusive gluon production in DIS at high parton density," Phys. Rev. D **65**, 074026 (2002) doi:10.1103/PhysRevD.65.074026 [hep-ph/0111362].

[30] A. Dumitru, A. Hayashigaki and J. Jalilian-Marian, "The Color glass condensate and hadron production in the forward region," Nucl. Phys. A **765**, 464 (2006) doi:10.1016/j.nuclphysa.2005.11.014 [hep-ph/0506308].

[31] Y. Mehtar-Tani, "Relating the description of gluon production in pA collisions and parton energy loss in AA collisions," Phys. Rev. C **75**, 034908 (2007) doi:10.1103/PhysRevC.75.034908 [hep-ph/0606236].

[32] T. Altinoluk and A. Kovner, "Particle Production at High Energy and Large Transverse Momentum - 'The Hybrid Formalism' Revisited," Phys. Rev. D **83**, 105004 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.83.105004 [arXiv:1102.5327 [hep-ph]].

[33] G. A. Chirilli, B. W. Xiao and F. Yuan, "One-loop Factorization for Inclusive Hadron Production in pA Collisions in the Saturation Formalism," Phys. Rev. Lett. **108**, 122301 (2012) doi:10.1103/PhysRevLett.108.122301 [arXiv:1112.1061 [hep-ph]].

[34] G. A. Chirilli, B. W. Xiao and F. Yuan, "Inclusive Hadron Productions in pA Collisions," Phys. Rev. D **86**, 054005 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.86.054005 [arXiv:1203.6139 [hep-ph]].

[35] Z. B. Kang, I. Vitev and H. Xing, "Next-to-leading order forward hadron production in the small-x regime: rapidity factorization," Phys. Rev. Lett. **113**, 062002 (2014) doi:10.1103/PhysRevLett.113.062002 [arXiv:1403.5221 [hep-ph]].

[36] A. M. Stasto, B. W. Xiao and D. Zaslavsky, "Towards the Test of Saturation Physics Beyond Leading Logarithm," Phys. Rev. Lett. **112**, no. 1, 012302 (2014) doi:10.1103/PhysRevLett.112.012302 [arXiv:1307.4057 [hep-ph]].

[37] I. Arsene *et al.* [BRAHMS Collaboration], "On the evolution of the nuclear modification factors with rapidity and centrality in d + Au collisions at s(NN)**(1/2) = 200-GeV," Phys. Rev. Lett. **93**, 242303 (2004) doi:10.1103/PhysRevLett.93.242303 [nucl-ex/0403005].

[38] K. Watanabe, B. W. Xiao, F. Yuan and D. Zaslavsky, "Implementing the exact kinematical constraint in the saturation formalism," Phys. Rev. D **92**, no. 3, 034026 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.034026 [arXiv:1505.05183 [hep-ph]].

[39] F. Dominguez, C. Marquet, B. W. Xiao and F. Yuan, "Universality of Unintegrated Gluon Distributions at small x," Phys. Rev. D **83**, 105005 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.83.105005 [arXiv:1101.0715 [hep-ph]].

[40] A. van Hameren, P. Kotko, K. Kutak, C. Marquet and S. Sapeta, "Saturation effects in forward-forward dijet production in p+Pb collisions," Phys. Rev. D **89**, no. 9, 094014 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.89.094014 [arXiv:1402.5065 [hep-ph]].

[41] P. Kotko, K. Kutak, C. Marquet, E. Petreska, S. Sapeta and A. van Hameren, "Improved TMD factorization for forward dijet production in dilute-dense hadronic collisions," JHEP **1509**, 106 (2015) doi:10.1007/JHEP09(2015)106 [arXiv:1503.03421 [hep-ph]].

[42] C. Marquet, E. Petreska and C. Roiesnel, "Transverse-momentum-dependent gluon distributions from JIMWLK evolution," JHEP **1610**, 065 (2016) doi:10.1007/JHEP10(2016)065 [arXiv:1608.02577 [hep-ph]].

[43] C. Marquet, C. Roiesnel and P. Taels, "Linearly polarized small-x gluons in forward heavy-quark pair production," Phys. Rev. D **97**, no. 1, 014004 (2018) doi:10.1103/PhysRevD.97.014004 [arXiv:1710.05698 [hep-ph]].

[44] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], "Observation of Long-Range Near-Side Angular Correlations in Proton-Proton Collisions at the LHC," JHEP **1009**, 091 (2010) doi:10.1007/JHEP09(2010)091 [arXiv:1009.4122 [hep-ex]].

[45] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], "Measurement of long-range near-side two-particle angular correlations in pp collisions at $\sqrt{s}$ =13 TeV," Phys. Rev. Lett. **116** (2016) no.17, 172302 doi:10.1103/PhysRevLett.116.172302 [arXiv:1510.03068 [nucl-ex]].

[46] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], "Observation of Long-Range Elliptic Azimuthal Anisotropies in $\sqrt{s}$ =13 and 2.76 TeV *pp* Collisions with the ATLAS Detector," Phys. Rev. Lett. **116**, no. 17, 172301 (2016) doi:10.1103/PhysRevLett.116.172301 [arXiv:1509.04776 [hep-ex]].

[47] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], "Observation of long-range near-side angular correlations in proton-lead collisions at the LHC," Phys. Lett. B **718**, 795 (2013) doi:10.1016/j.physletb.2012.11.025 [arXiv:1210.5482 [nucl-ex]].

[48] B. Abelev *et al.* [ALICE Collaboration], "Long-range angular correlations on the near and away side in *p*-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}}$ = 5.02 TeV," Phys. Lett. B **719**, 29 (2013) doi:10.1016/j.physletb.2013.01.012 [arXiv:1212.2001 [nucl-ex]].

[49] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **110**, no. 18, 182302 (2013) doi:10.1103/PhysRevLett.110.182302 [arXiv:1212.5198 [hep-ex]].

[50] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], "Measurements of long-range near-side angular correlations in $\sqrt{s_{\rm NN}} = 5$TeV proton-lead collisions in the forward region," Phys. Lett. B **762**, 473 (2016) doi:10.1016/j.physletb.2016.09.064 [arXiv:1512.00439 [nucl-ex]].

[51] B. Alver *et al.* [PHOBOS Collaboration], "System size dependence of cluster properties from two-particle angular correlations in Cu+Cu and Au+Au collisions at s(NN)**(1/2) = 200-GeV," Phys. Rev. C **81**, 024904 (2010) doi:10.1103/PhysRevC.81.024904 [arXiv:0812.1172 [nucl-ex]].

[52] B. Alver *et al.* [PHOBOS Collaboration], "High transverse momentum triggered correlations over a large pseudorapidity acceptance in Au+Au collisions at s(NN)**1/2 = 200 GeV," Phys. Rev. Lett. **104**, 062301 (2010) doi:10.1103/PhysRevLett.104.062301 [arXiv:0903.2811 [nucl-ex]].

[53] B. I. Abelev *et al.* [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **105**, 022301 (2010) doi:10.1103/PhysRevLett.105.022301 [arXiv:0912.3977 [hep-ex]].

[54] A. Dumitru, F. Gelis, L. McLerran and R. Venugopalan, "Glasma flux tubes and the near side ridge phenomenon at RHIC," Nucl. Phys. A **810**, 91 (2008) doi:10.1016/j.nuclphysa.2008.06.012 [arXiv:0804.3858 [hep-ph]].

[55] K. Dusling, F. Gelis, T. Lappi and R. Venugopalan, "Long range two-particle rapidity correlations in A+A collisions from high energy QCD evolution," Nucl. Phys. A **836**, 159 (2010) doi:10.1016/j.nuclphysa.2009.12.044 [arXiv:0911.2720 [hep-ph]].

[56] A. Dumitru, K. Dusling, F. Gelis, J. Jalilian-Marian, T. Lappi and R. Venugopalan, "The Ridge in proton-proton collisions at the LHC," Phys. Lett. B **697**, 21 (2011) doi:10.1016/j.physletb.2011.01.024 [arXiv:1009.5295 [hep-ph]].

[57] K. Dusling and R. Venugopalan, "Azimuthal collimation of long range rapidity correlations by strong color fields in high multiplicity hadron-hadron collisions," Phys. Rev. Lett. **108**, 262001 (2012) doi:10.1103/PhysRevLett.108.262001 [arXiv:1201.2658 [hep-ph]].

[58] K. Dusling and R. Venugopalan, "Evidence for BFKL and saturation dynamics from dihadron spectra at the LHC," Phys. Rev. D **87**, no. 5, 051502 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.87.051502 [arXiv:1210.3890 [hep-ph]].

[59] K. Dusling and R. Venugopalan, "Explanation of systematics of CMS p+Pb high multiplicity di-hadron data at $\sqrt{s}_{\rm NN} = 5.02$ TeV," Phys. Rev. D **87**, no. 5, 054014 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.87.054014 [arXiv:1211.3701 [hep-ph]].

[60] K. Dusling and R. Venugopalan, "Comparison of the color glass condensate to dihadron correlations in proton-proton and proton-nucleus collisions," Phys. Rev. D **87**, no. 9, 094034 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.87.094034 [arXiv:1302.7018 [hep-ph]].

[61] K. Dusling, M. Mace and R. Venugopalan, "Multiparticle collectivity from initial state correlations in high energy proton-nucleus collisions," Phys. Rev. Lett. **120**, no. 4, 042002 (2018) doi:10.1103/PhysRevLett.120.042002 [arXiv:1705.00745 [hep-ph]].

[62] K. Dusling, M. Mace and R. Venugopalan, "Parton model description of multiparticle azimuthal correlations in pA collisions," Phys. Rev. D **97**, no. 1, 016014 (2018) doi:10.1103/PhysRevD.97.016014 [arXiv:1706.06260 [hep-ph]].

[63] I. Balitsky and A. Tarasov, "Rapidity evolution of gluon TMD from low to moderate x," JHEP **1510**, 017 (2015) doi:10.1007/JHEP10(2015)017 [arXiv:1505.02151 [hep-ph]].

[64] I. Balitsky and A. Tarasov, "Gluon TMD in particle production from low to moderate x," JHEP **1606**, 164 (2016) doi:10.1007/JHEP06(2016)164 [arXiv:1603.06548 [hep-ph]].

[65] Y. V. Kovchegov, D. Pitonyak and M. D. Sievert, "Helicity Evolution at Small-x," JHEP **1601**, 072 (2016) Erratum: [JHEP **1610**, 148 (2016)] doi:10.1007/JHEP01(2016)072, 10.1007/JHEP10(2016)148 [arXiv:1511.06737 [hep-ph]].

[66] Y. V. Kovchegov, D. Pitonyak and M. D. Sievert, "Helicity Evolution at Small x: Flavor Singlet and Non-Singlet Observables," Phys. Rev. D **95**, no. 1, 014033 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.95.014033 [arXiv:1610.06197 [hep-ph]].

[67] G. A. Chirilli, "Sub-eikonal corrections to scattering amplitudes at high energy," JHEP **1901**, 118 (2019) doi:10.1007/JHEP01(2019)118 [arXiv:1807.11435 [hep-ph]].

[68] E. Iancu, A. H. Mueller and D. N. Triantafyllopoulos, JHEP **1612**, 041 (2016) doi:10.1007/JHEP12(2016)041 [arXiv:1608.05293 [hep-ph]].

[69] T. Lappi, B. Schenke, S. Schlichting and R. Venugopalan, "Tracing the origin of azimuthal gluon correlations in the color glass condensate," JHEP **1601**, 061 (2016) doi:10.1007/JHEP01(2016)061 [arXiv:1509.03499 [hep-ph]].

[70] M. Mace, V. V. Skokov, P. Tribedy and R. Venugopalan, "Hierarchy of azimuthal anisotropy harmonics in collisions of small systems from the Color Glass Condensate," Phys. Rev. Lett. **121**, no. 5, 052301 (2018) doi:10.1103/PhysRevLett.121.052301 [arXiv:1805.09342 [hep-ph]].

[71] M. Mace, V. V. Skokov, P. Tribedy and R. Venugopalan, "Initial state description of azimuthally collimated long range correlations in ultrarelativistic light-heavy ion collisions," arXiv:1901.10506 [hep-ph].

[72] A. Kovner, M. Lublinsky and V. Skokov, "Exploring correlations in the CGC wave function: odd azimuthal anisotropy," Phys. Rev. D **96**, no. 1, 016010 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.96.016010 [arXiv:1612.07790 [hep-ph]].

[73] Y. V. Kovchegov and V. V. Skokov, "How classical gluon fields generate odd azimuthal harmonics for the two-gluon correlation function in high-energy collisions," Phys. Rev. D **97**, no. 9, 094021 (2018) doi:10.1103/PhysRevD.97.094021 [arXiv:1802.08166 [hep-ph]].

[74] M. Mace, V. V. Skokov, P. Tribedy and R. Venugopalan, "Systematics of azimuthal anisotropy harmonics in proton–nucleus collisions at the LHC from the Color Glass Condensate," Phys. Lett. B **788**, 161 (2019) doi:10.1016/j.physletb.2018.09.064 [arXiv:1807.00825 [hep-ph]].

[75] P. Agostini, T. Altinoluk and N. Armesto, "Non-eikonal corrections to multi-particle production in the Color Glass Condensate," arXiv:1902.04483 [hep-ph].

[76] T. Altinoluk, R. Boussarie, C. Marquet and P. Taels, "TMD factorization for dijets + photon production from the dilute-dense CGC framework," arXiv:1810.11273 [hep-ph].

[77] T. Altinoluk, R. Boussarie and P. Kotko, "Interplay of the CGC and TMD frameworks to all orders in kinematic twist," arXiv:1901.01175 [hep-ph].

[78] T. Altinoluk and R. Boussarie, "Low x physics as an infinite twist (G)TMD framework: unravelling the origins of saturation," arXiv:1902.07930 [hep-ph].

[79] T. Altinoluk, A. Kovner, M. Lublinsky and J. Peressutti, "QCD Reggeon Field Theory for every day: Pomeron loops included," JHEP **0903**, 109 (2009) doi:10.1088/1126-6708/2009/03/109 [arXiv:0901.2559 [hep-ph]].

[80] T. Altinoluk, A. Kovner and M. Lublinsky, "Inclusive Gluon Production in the QCD Reggeon Field Theory: Pomeron Loops Included," JHEP **0903**, 110 (2009) doi:10.1088/1126-6708/2009/03/110 [arXiv:0901.2560 [hep-ph]].

Tolga ALTINOLUK